

Moderne Mechanik

Teil 9

Translations-, Rotations- und Vibrations-Energie

Ziele

Nach Durchsicht dieser Folien solltest du in der Lage sein,

- eine Analyse der kinetischen Energie eines Mehrteilchen-Systems in Bezug auf die kinetische Translationsenergie und die kinetische Energie relativ zum Massenschwerpunkt durchzuführen.
- Du solltest die Ergebnisse der Modellierung eines Mehrteilchen-Systems als Punktteilchen und als ausgedehntes System kombinieren können, um Informationen über bestimmte Formen der inneren Energie zu erhalten.

Angenommen, du wirfst eine fliegende, rotierende Scheibe mit einer Masse m so, dass sie deine Hand mit der Geschwindigkeit \vec{v} verlässt. Wie groß ist die kinetische Energie der Scheibe?

Obwohl dies nach einer einfachen Frage klingt, haben wir nicht genügend Informationen, um sie zu beantworten, denn die Bewegung der Scheibe ist kompliziert - sie bewegt sich durch die Luft, aber sie dreht sich auch um ihren Mittelpunkt. Die kinetische Energie, die mit der Bewegung des Massenmittelpunkts des Objekts verbunden ist, wird „kinetische Translationsenergie“ genannt, denn in der Mathematik ist eine „Translation“ eine Funktion, die jeden Punkt eines Objekts um eine konstante Strecke in eine bestimmte Richtung bewegt. Neben der kinetischen Translationsenergie besitzt die sich drehende Scheibe auch eine kinetische Rotationsenergie, die mit ihrer Drehung um ihren Mittelpunkt verbunden ist. Ein anderes Objekt, z. B. zwei Kugeln, die durch eine Feder verbunden sind, könnte vibrieren, während es sich durch die Luft bewegt (zusätzliche Vibrationsenergie).

In diesem Kapitel geht es vor allem darum, wie sich die kinetische Energie eines Systems auf die kinetische Translationsenergie und die Energie, die mit der Bewegung relativ zum Massenschwerpunkt eines Systems verbunden ist (z. B. durch Rotation und Vibration), aufteilt. Dabei werden wir feststellen, dass wir durch die Modellierung eines Systems auf zwei unterschiedliche Arten - zunächst als Punktteilchen und danach als ausgedehntes System - vorhersagen können, wie viel der an einem System verrichteten Arbeit in verschiedene Arten von Energie umgewandelt wird. Diese Methode der Analyse wird es uns ermöglichen, einige durchaus „komplexe“ Probleme auf recht einfache Weise zu lösen.

Übersicht

- Trennung der Energie eines Mehrteilchen-Systems in verschiedene Komponenten
- Kinetische Energie für Rotationsbewegungen
- Vergleich zweier Modelle eines Systems
- Modellierung der Reibung
- Kinetische Energie eines Mehrteilchen-Systems
- Energiegleichung für ein Punktteilchen
- Antworten (zu den „Kontrollpunkten“)
- Nachwort

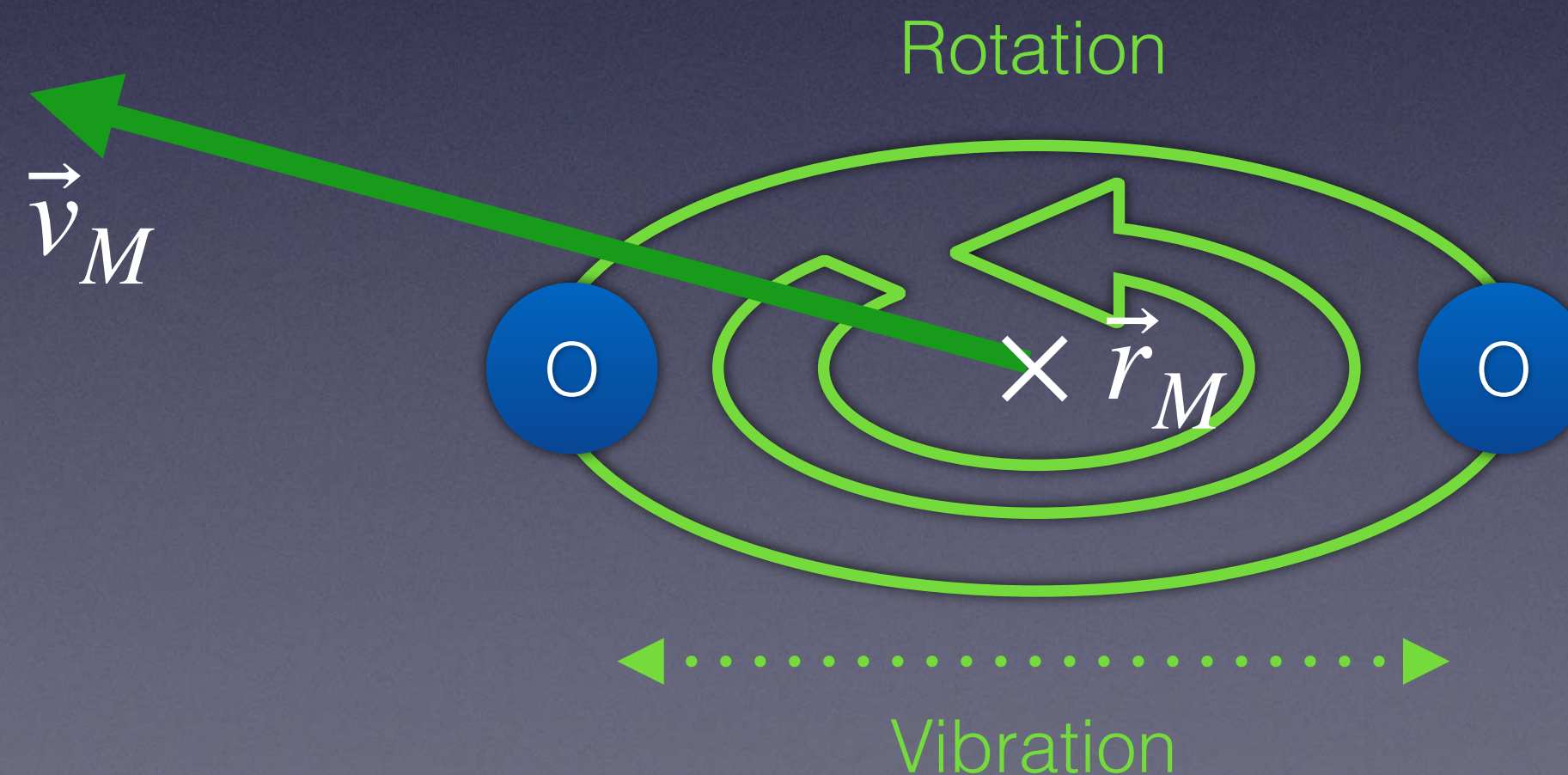
Trennung der Energie eines
Mehrteilchen-Systems in
verschiedene Komponenten

In vielen Situationen lässt sich die kinetische Energie E_{kin} eines aus mehreren Teilchen bestehenden Systems einfach analysieren, indem E_{kin} in zwei Teile aufgeteilt wird: Erstens die „translatorische kinetische Energie“ $E_{\text{kin,trans}}$, die mit der Bewegung des Massenschwerpunkts \vec{r}_M verbunden ist, und zweitens $E_{\text{kin,rel}}$, die kinetische Energie relativ zum Massenschwerpunkt. $E_{\text{kin,rel}}$ umfasst die kinetische Energie $E_{\text{kin,rot}}$ in Verbindung mit der Rotation des Objekts und die kinetische Energie $E_{\text{kin,vib}}$ in Verbindung mit der Vibration des Objekts. Somit gilt

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}}, \text{ mit } E_{\text{kin,rel}} = E_{\text{kin,rot}} + E_{\text{kin,vib}}.$$

Diese Aufteilung der gesamten kinetischen Energie E_{kin} in verschiedene Teile klingt plausibel. Eine formale Herleitung dieses Ergebnisses findet sich allerdings erst am Ende dieses Kapitels.

Beispielsweise ist die kinetische Energie E_{kin} eines rotierenden und vibrierenden zweiatomigen Moleküls wie Sauerstoff (O_2) die Summe der kinetischen Energie $E_{\text{kin,trans}}$, die das sich bewegende Molekül hätte, wenn es nicht rotieren oder vibrieren würde, plus die zusätzliche kinetische Energie $E_{\text{kin,rot}}$ der Rotation um den Massenschwerpunkt \vec{r}_M sowie die kinetische Energie $E_{\text{kin,vib}}$ der Vibration relativ zum Massenschwerpunkt.



In der Physik und Mathematik bedeutet „Translation“ „sich von einem Ort zum anderen bewegen“. Die Translationsbewegung eines makroskopischen Objekts wird beschrieben durch die Geschwindigkeit \vec{v}_M des Massenschwerpunkts \vec{r}_M des Objekts. Wir verwenden hier den Begriff „Translation“, um zwischen der Translationsbewegung des Massenschwerpunkts eines Systems, und anderen Bewegungsarten wie Rotation und Vibration zu unterscheiden, bei denen sich Teile eines Systems relativ zum Massenschwerpunkt bewegen. Zur Erinnerung (Kapitel 3):

$$\vec{r}_M = \frac{\sum_k m_k \vec{r}_k}{\sum_k m_k} \equiv \frac{\sum_k m_k \vec{r}_k}{M},$$

$$\frac{d\vec{r}_M}{dt} = \vec{v}_M = \frac{\sum_k m_k \frac{d\vec{r}_k}{dt}}{\sum_k m_k} = \frac{\sum_k m_k \vec{v}_k}{M}, \text{ und damit}$$

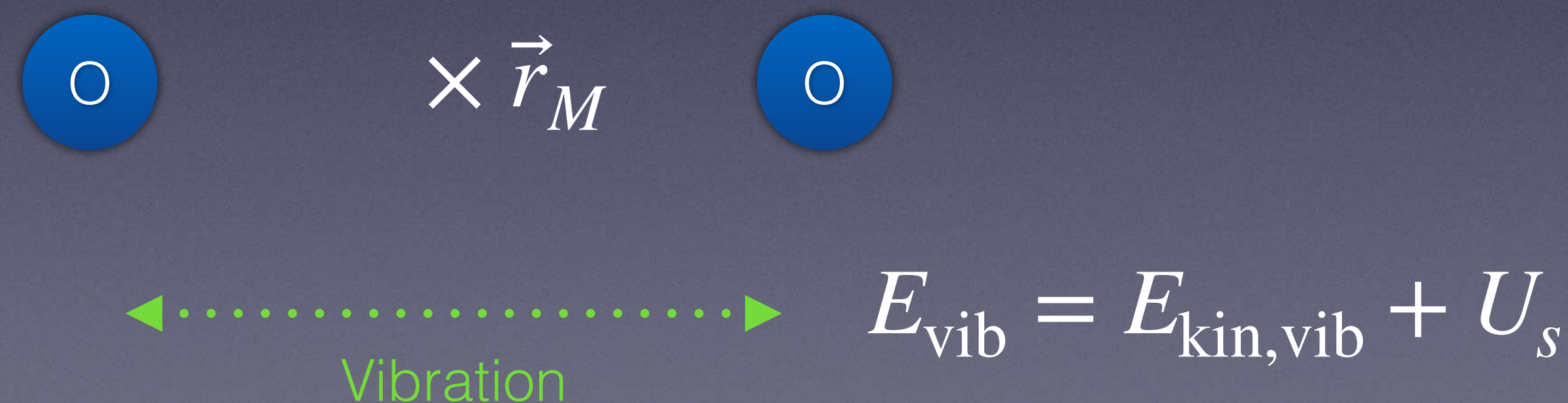
$$\vec{p}_{\text{sys}} \approx M\vec{v}_M \quad (\text{für } |\vec{v}_M| \ll c).$$

Unter Verwendung des Konzepts eines Massenschwerpunkts definieren wir die „translatorische kinetische Energie“ $E_{\text{kin,trans}}$ eines Systems als diejenige kinetische Energie, die mit der Translationsbewegung verbunden ist, aber nicht die kinetische Energie $E_{\text{kin,rel}}$ enthält, die mit der Rotation oder Vibration verbunden ist:

$$E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} M \left| \vec{v}_M \right|^2 = \frac{\left| \vec{p}_{\text{sys}} \right|^2}{2M},$$

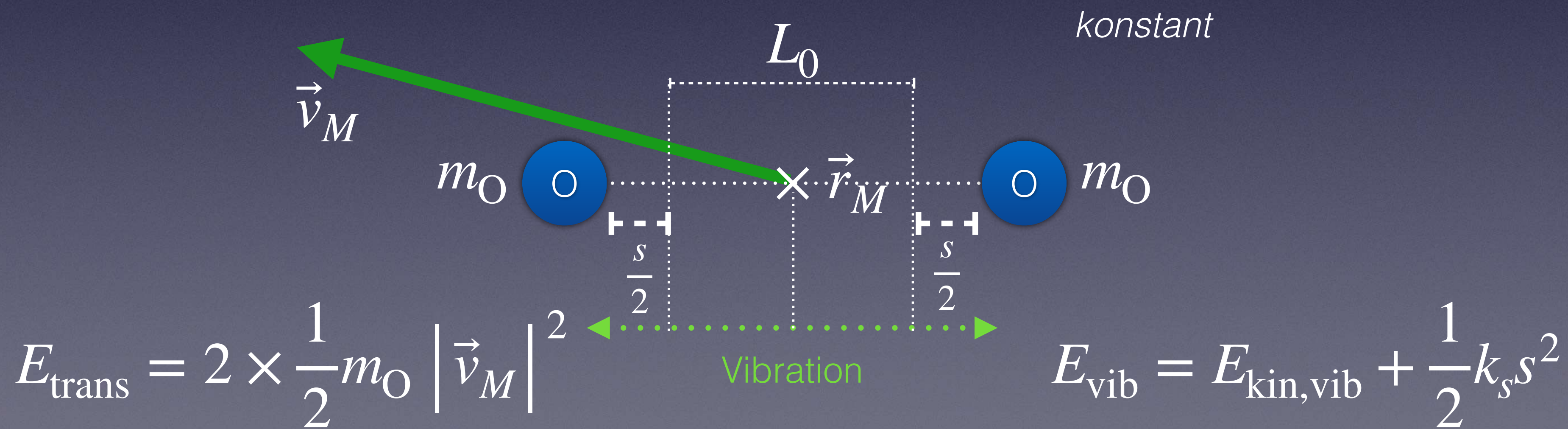
vorausgesetzt alle Geschwindigkeiten sind sehr viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit c .

Eine Form der Energie, die einem System innewohnt, ist die mit einer Schwingung (Vibration) verbundene Energie E_{vib} , sowohl die elastische potenzielle Energie U_s als auch die kinetische Energie $E_{\text{kin,vib}}$. Wir wissen bereits, wie man Schwingungsenergie berechnen kann. Stelle dir dazu ein Sauerstoffmolekül (O_2) vor, das keiner Translationsbewegung unterliegt ($d\vec{r}_M/dt = \vec{0}$), sondern ausschließlich schwingt. In dieser Situation gilt, dass dabei $E_{\text{vib}} = E_{\text{kin,vib}} + U_s$ konstant bleibt, wie bei einem Masse-Feder-System.



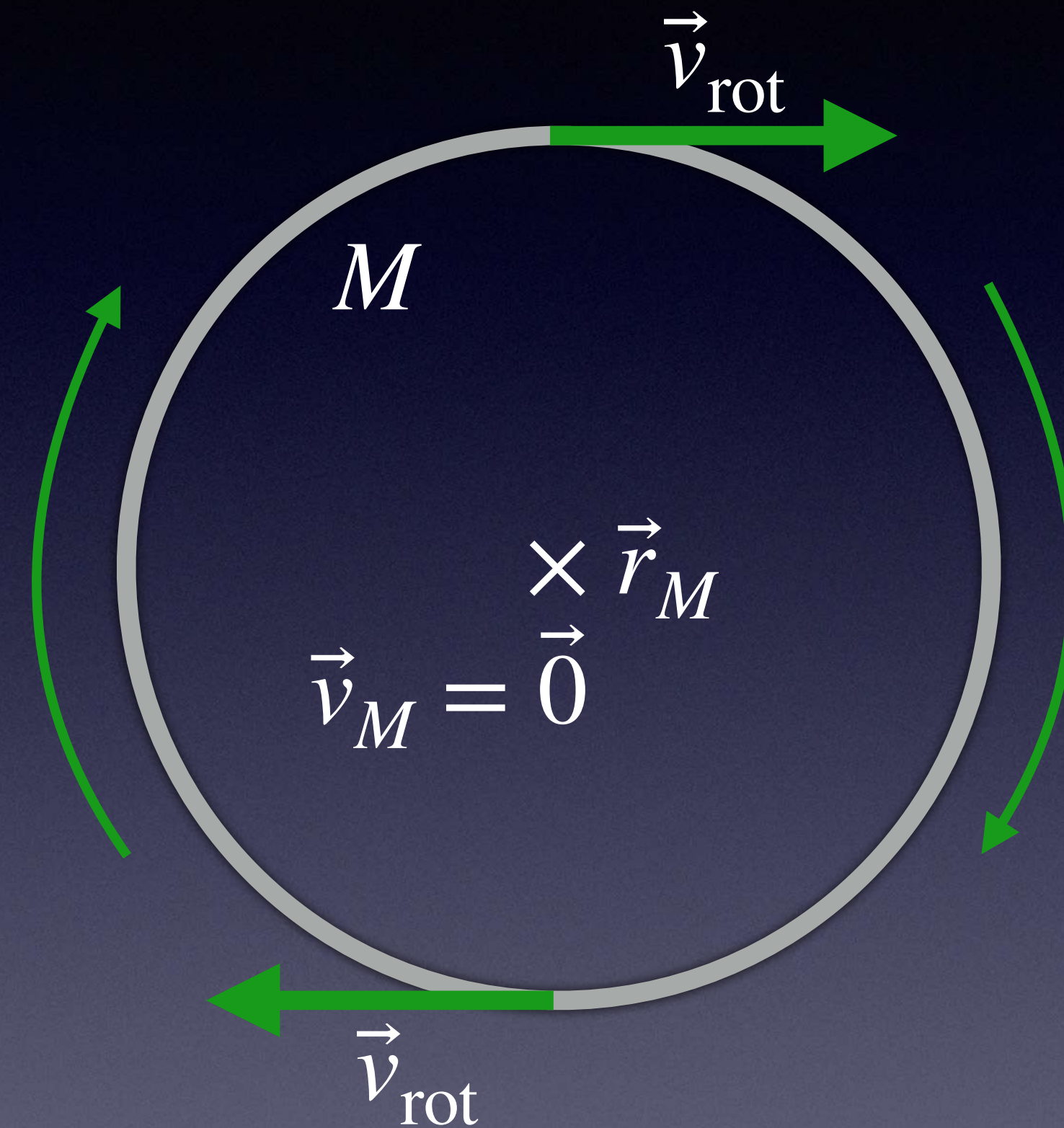
Wenn sich das Sauerstoffmolekül (O_2) außerdem translatorisch bewegt, ist die Gesamtenergie des Moleküls die Summe der kinetischen Translationsenergie, der kinetischen Schwingungsenergie (in Form der Geschwindigkeiten der beiden Atome relativ zum Massenschwerpunkt), der elastischen Energie der „Feder“, die sie zusammenhält, sowie der Ruheenergie der einzelnen Atome:

$$E_{O_2} = 2m_O c^2 + m_O \left| \vec{v}_M \right|^2 + \underbrace{E_{\text{kin,vib}} + \frac{1}{2}k_s s^2}_{\text{konstant}} .$$

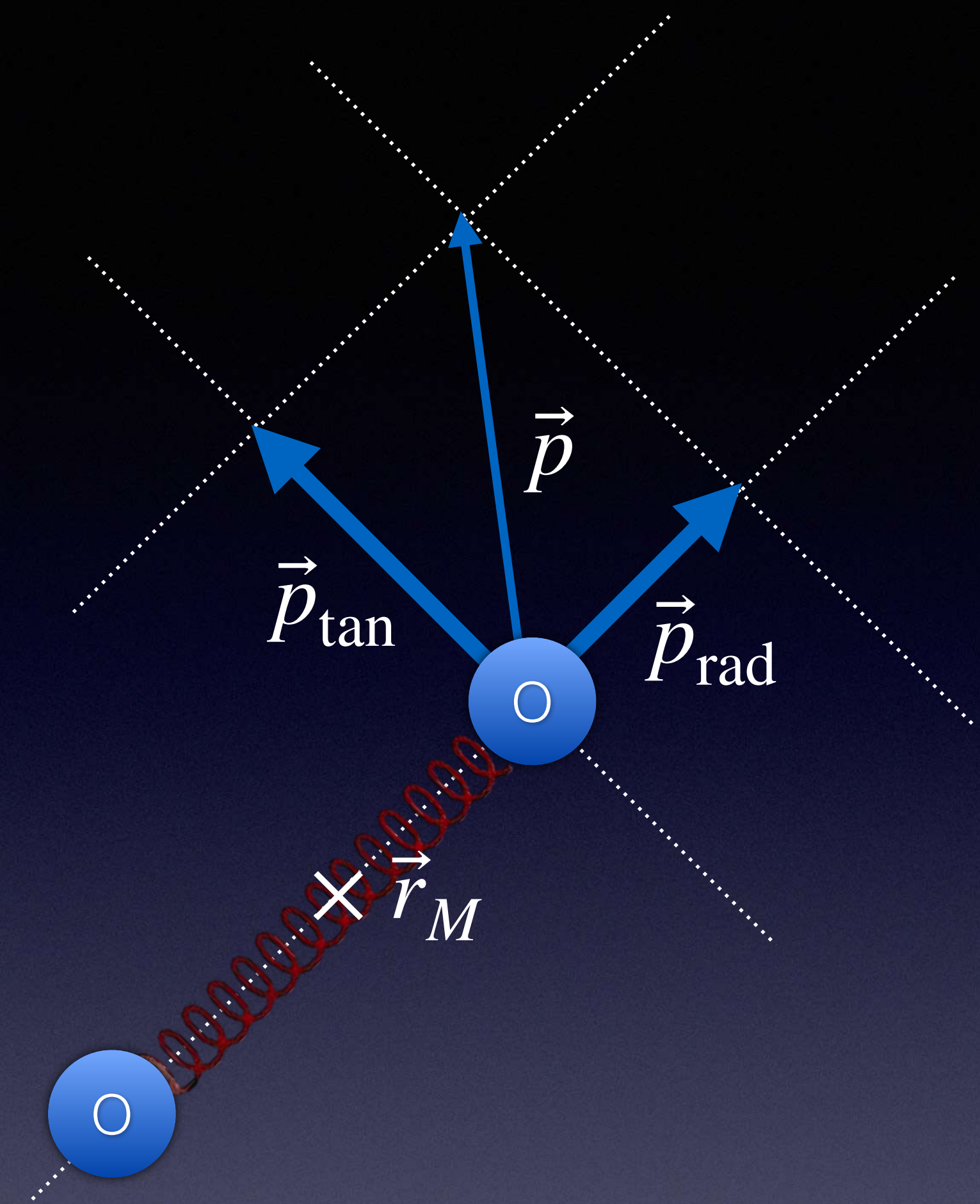


Genauso wie ein vibrierendes Objekt kinetische Energie hat, die mit der Vibrationsbewegung verbunden ist, auch wenn sein Massenschwerpunkt in Ruhe ist, so verfügt ein rotierendes Objekt ebenfalls über kinetische Energie $E_{\text{kin,rot}}$, die mit der Rotation verbunden ist, auch bei ruhendem Massenschwerpunkt. Insofern die Masse M in einem schmalen Ring konzentriert ist, gilt näherungsweise:

$$E_{\text{kin,rot}} \approx \frac{1}{2} M \left| \vec{v}_{\text{rot}} \right|^2 .$$



Die allgemeinste Bewegung eines Sauerstoffmoleküls (O_2) umfasst Rotation, Vibration und Translation. Es ist leicht zu zeigen, dass sich die interne (nicht translatorische) kinetische Energie exakt in Rotations- und Vibrations-Beiträge aufteilen lässt. Betrachten wir dazu den Impuls \vec{p} eines O-Atoms relativ zum Massenschwerpunkt \vec{r}_M , und zerlegen seinen Impuls in eine „tangentielle“ Komponente \vec{p}_{tan} und in eine „radiale“ Komponente \vec{p}_{rad} . Wenn sich das Atom in einer Kreisbewegung um den Massenmittelpunkt befindet, ist $\vec{p}_{\text{rad}} = \vec{0}$, denn \vec{p}_{rad} ist ausschließlich mit der Vibration des zweiatomigen Moleküls verbunden.



$$\vec{p} = \vec{p}_{\text{tan}} + \vec{p}_{\text{rad}}$$

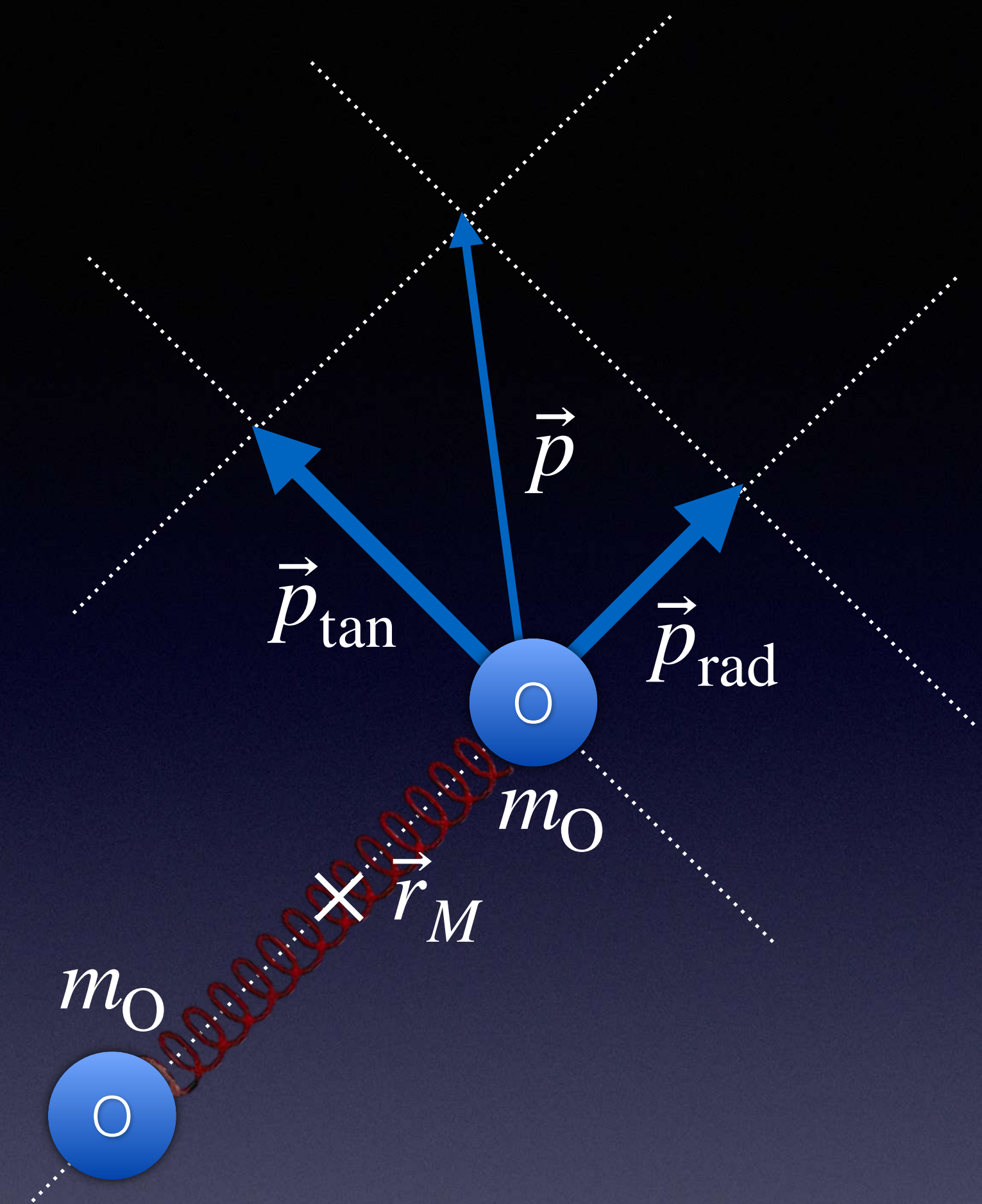
$$|\vec{p}|^2 = \vec{p} \cdot \vec{p} = |\vec{p}_{\text{tan}}|^2 + |\vec{p}_{\text{rad}}|^2$$

Damit können wir die kinetische Energie in Form der beiden Komponenten, \vec{p}_{tan} und \vec{p}_{rad} , des Impulses \vec{p} wie folgt ermitteln:

$$E_{\text{kin},O} = \frac{|\vec{p}|^2}{2m_O} = \frac{|\vec{p}_{\text{tan}}|^2}{2m_O} + \frac{|\vec{p}_{\text{rad}}|^2}{2m_O},$$

$$E_{\text{kin},O} \equiv E_{\text{kin,rot}} + E_{\text{kin,vib}}.$$

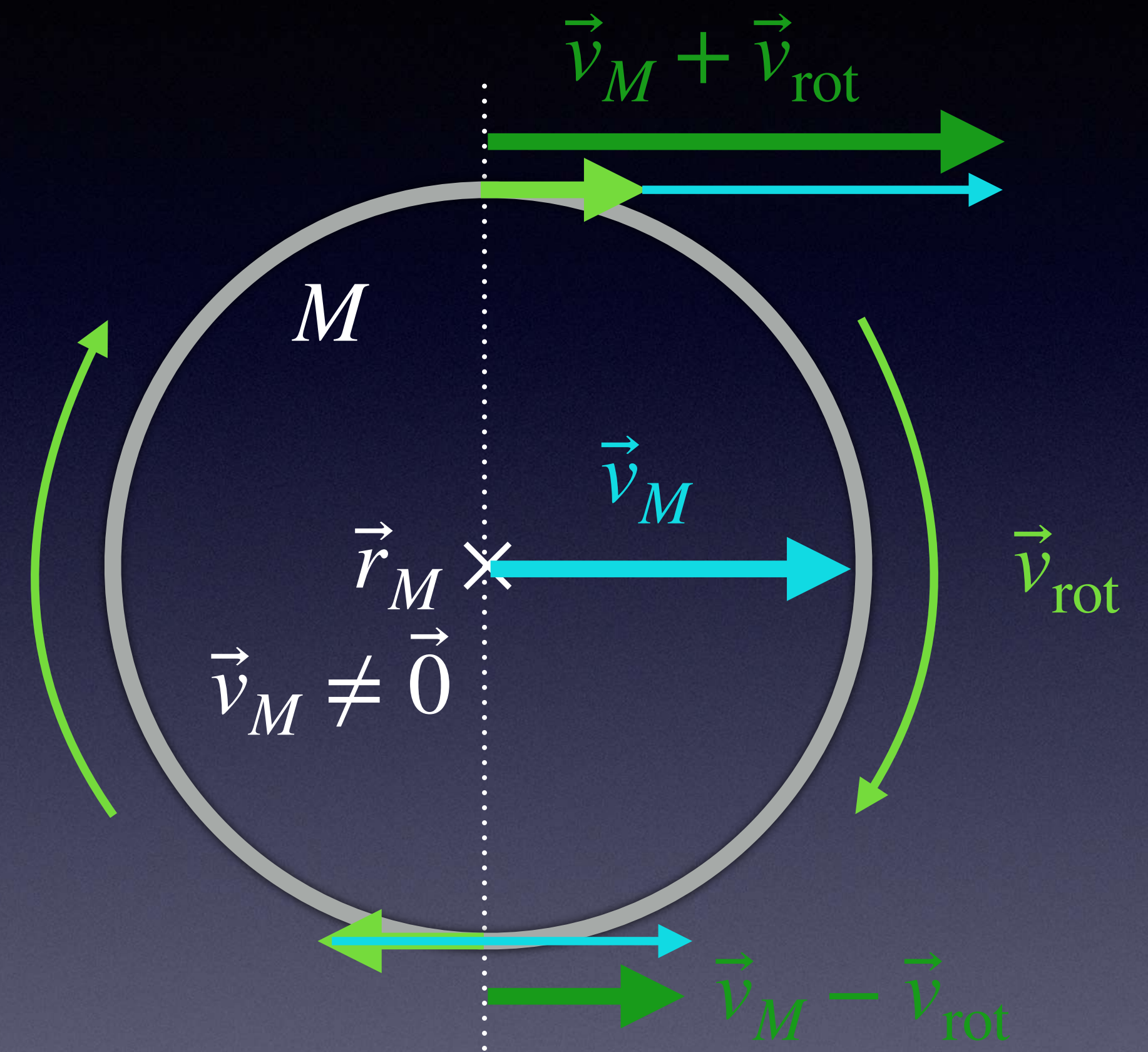
Somit teilt sich die kinetische Energie eines Atoms in Bezug auf den Massenschwerpunkt in zwei Terme auf: $E_{\text{kin,rot}}$ (aus der Rotation) und $E_{\text{kin,vib}}$ (aus der Vibration).



$$\vec{p} = \vec{p}_{\text{tan}} + \vec{p}_{\text{rad}}$$

$$|\vec{p}|^2 = \vec{p} \cdot \vec{p} = |\vec{p}_{\text{tan}}|^2 + |\vec{p}_{\text{rad}}|^2$$

Falls wir die kinetische Energie nicht in $E_{\text{kin,trans}}$ und $E_{\text{kin,rel}}$ aufteilen, kann die Addition der kinetischen Energien aller Teile eines Systems eine sehr komplexe Aufgabe sein. Betrachten wir dazu den in der nebenstehenden Abbildung dargestellten schmalen Ring. Die Tatsache, dass sich dieser Ring sowohl nach rechts bewegt als auch um seine Achse dreht, bedeutet, dass die Teile des Rings an verschiedenen Stellen ganz unterschiedliche Geschwindigkeiten haben. Zum Beispiel bewegt sich ein Atom am unteren Teil des Rings mit einer Geschwindigkeit von $|\vec{v}| < |\vec{v}_M|$, während ein Atom am oberen Ende des Rings sich mit einer Geschwindigkeit von $|\vec{v}| > |\vec{v}_M|$ bewegt. Um die kinetische Energie des gesamten Systems zu berechnen, müssten wir die momentane Geschwindigkeit jedes einzelnen Teils kennen!



Zur Verdeutlichung wurden einige Vektoren leicht versetzt eingezeichnet.

In den bisherigen Kapiteln haben wir die potenzielle Gravitationsenergie eines aus mehreren Objekten bestehenden Systems berechnet, indem wir jedes Objekt so behandelt haben, als wäre seine gesamte Masse auf einen einzigen Punkt (seinen Massenschwerpunkt) konzentriert.

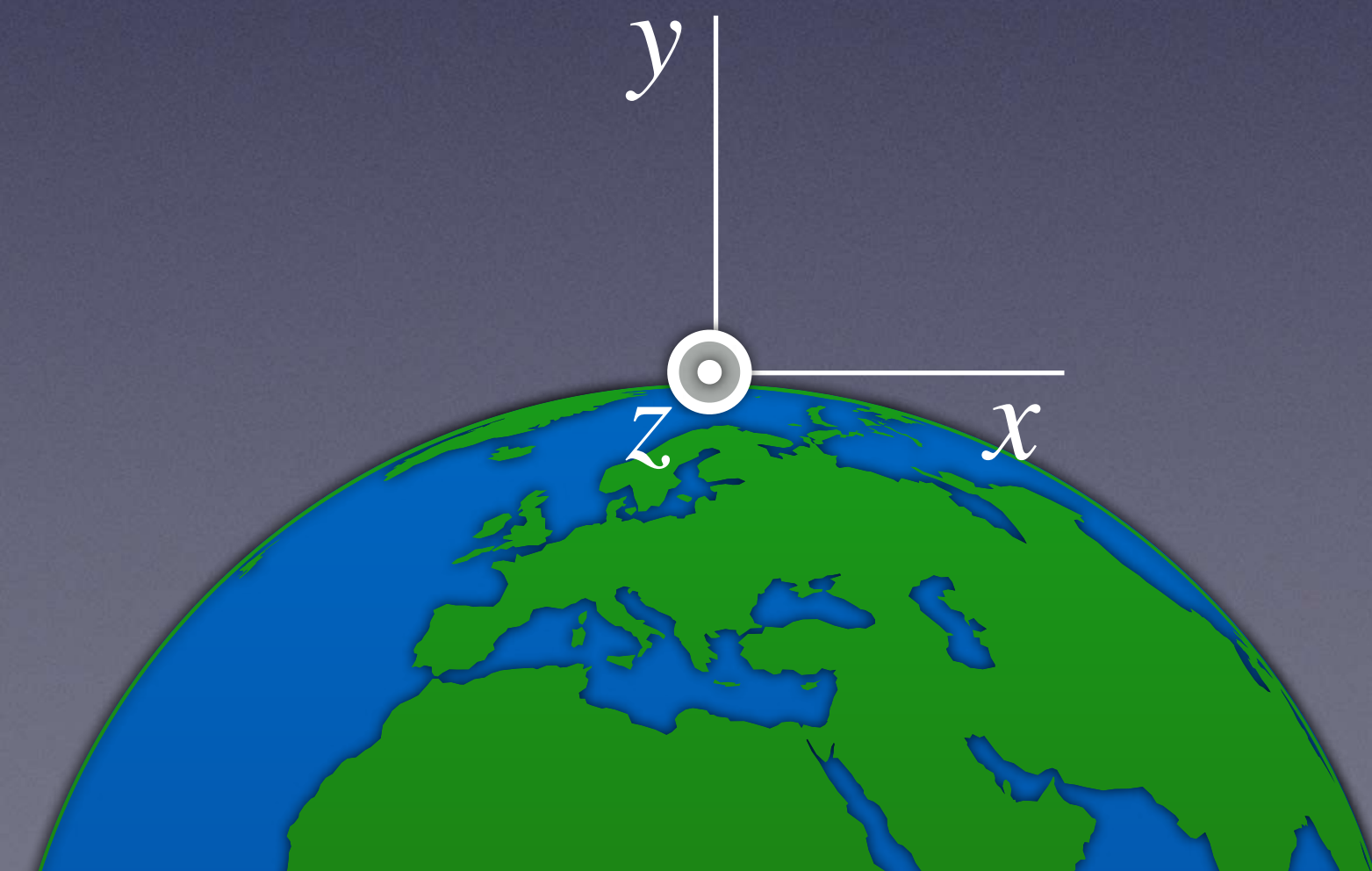
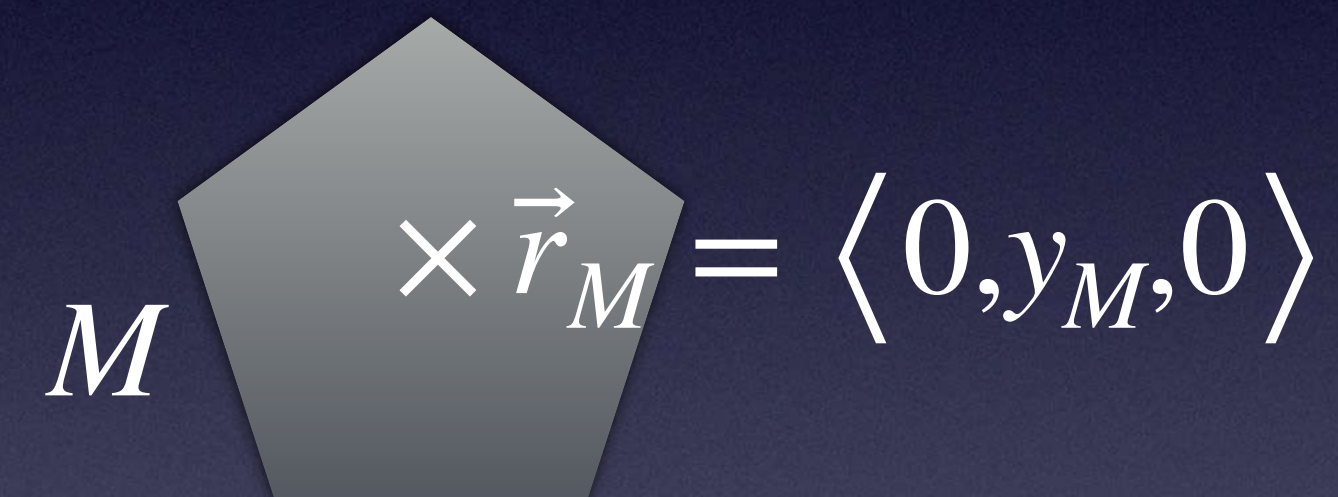
Wir können die potenzielle Gravitationsenergie U_g eines ausgedehnten Körpers berechnen, indem wir die potenzielle Gravitationsenergie der einzelnen Atome addieren. In der Nähe der Erdoberfläche erhalten wir:

$$U_g \approx Mgy_M.$$

Diese einfache Gleichung ist nicht gültig, falls das Objekt so groß ist, dass die Stärke des Gravitationsfeldes an verschiedenen Stellen des Objekts deutlich verschieden ist.

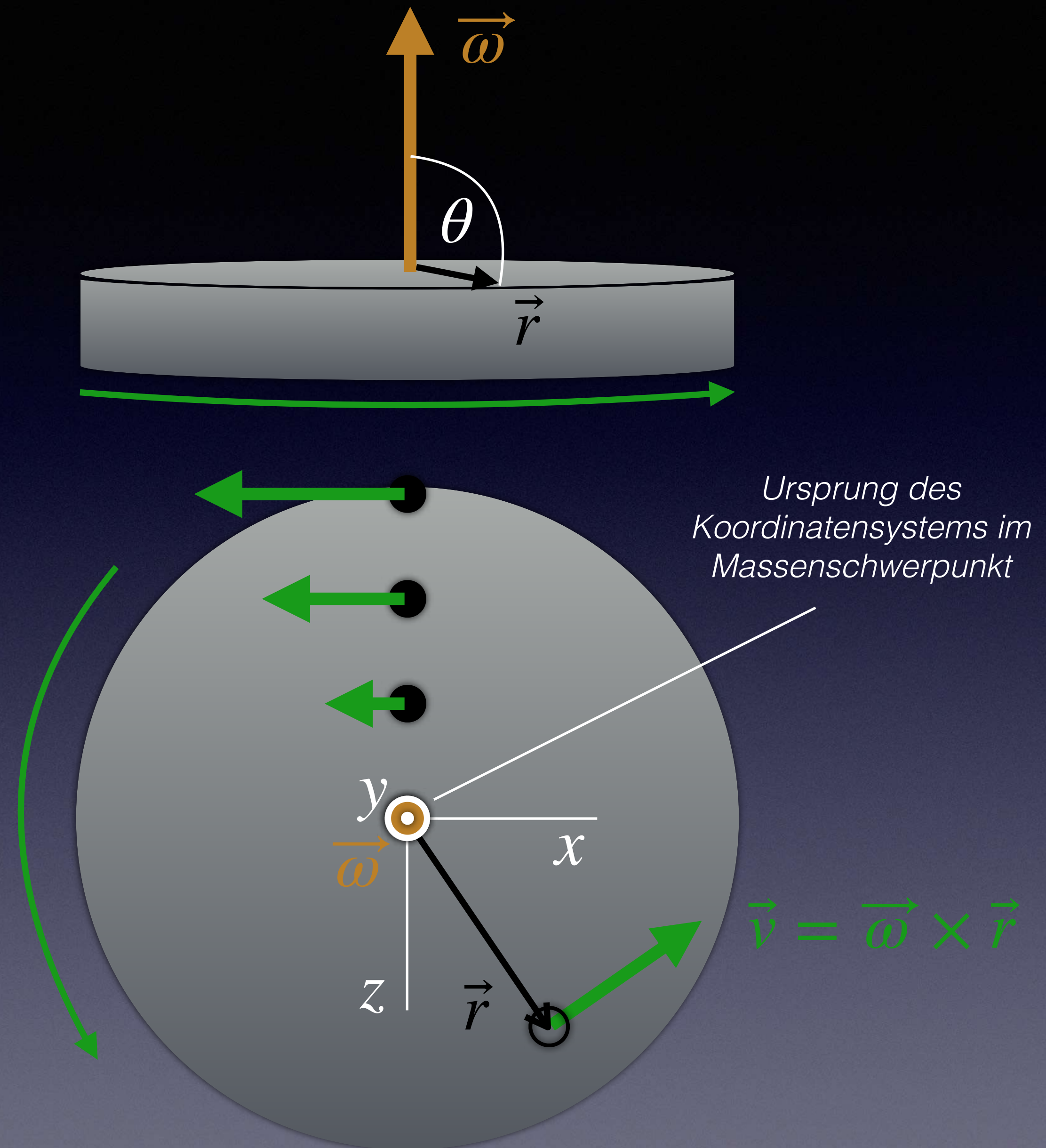
$$\vec{r}_M = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} \rho(\vec{r}) dV \quad g \approx G \frac{M_E}{R_E^2}$$

$$U_g \approx G \frac{M_E}{R_E^2} \int_V \vec{r} \rho(\vec{r}) dV = gMy_M$$



Kinetische Energie für Rotationsbewegungen

Ein häufiges Beispiel für eine Rotationsbewegung ist ein starres System, das sich um eine feste Achse dreht, wie in der nebenstehenden Abbildung dargestellt. In diesem Fall haben alle Atome des Systems die gleiche „Winkelgeschwindigkeit“ $\vec{\omega}$ in Radiant pro Sekunde. Sie haben jedoch unterschiedliche Bahngeschwindigkeiten \vec{v} in Metern pro Sekunde, je nach ihrem senkrechten Abstand $|\vec{r}_\perp| = |\vec{r}| \sin \theta$ von der Drehachse. Die Geschwindigkeit eines Atoms im Abstand r_\perp beträgt

$$|\vec{v}| = \frac{2\pi r_\perp}{T} \equiv |\vec{\omega}| |\vec{r}_\perp|.$$


Für das nebenstehend dargestellte, starre, aus vier Punktmassen aufgebaute System, erhalten wir für die kinetische Energie $E_{\text{kin,rot}}$ der Rotation

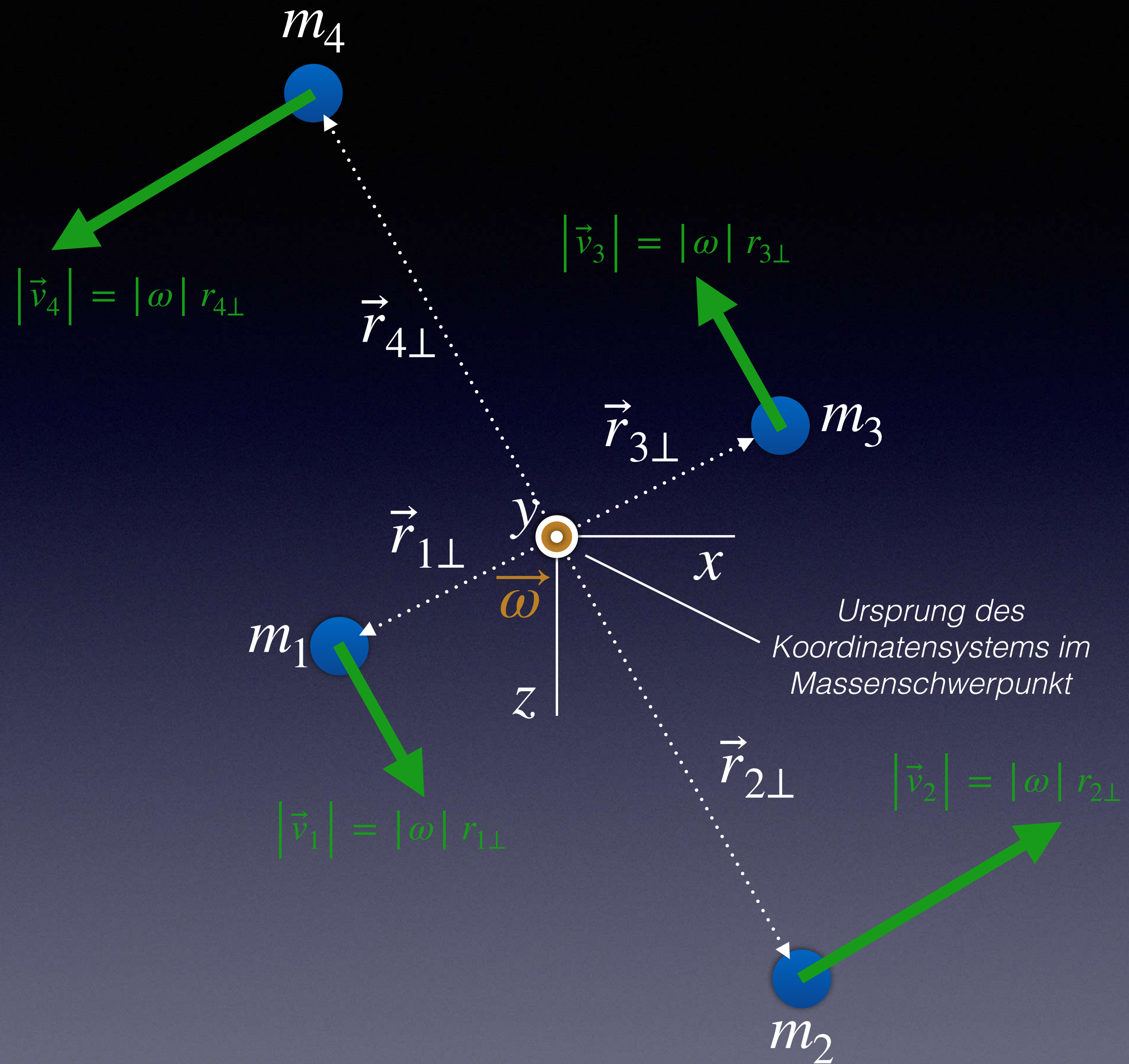
$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 m_i |\vec{v}_i|^2,$$

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 m_i \left(|\vec{\omega}| |\vec{r}_{i\perp}| \right)^2, \text{ oder}$$

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{|\vec{\omega}|^2}{2} \sum_{i=1}^4 m_i |\vec{r}_{i\perp}|^2 \equiv \frac{1}{2} I_y |\vec{\omega}|^2.$$

Darin bezeichnet $I_y = \sum_{i=1}^4 m_i |\vec{r}_{i\perp}|^2$ das

Trägheitsmoment bezüglich der y-Achse, die hier mit der Rotationsachse zusammenfällt.



Im Allgemeinen kann das (Massen-) Trägheitsmoment I für einen starren Festkörper mit bekannter Dichte $\rho(\vec{r})$ gemäß

$$I = \int_V |\vec{r}_\perp|^2 \rho(\vec{r}) dV, \text{ (konstante Dichte: } I = \rho \int_V |\vec{r}_\perp|^2 dV)$$

berechnet werden, worin der Vektor \vec{r}_\perp der zur Rotationsachse $\vec{\omega}$ senkrechte Vektor zum jeweiligen Volumenelement ist. Daraus folgt

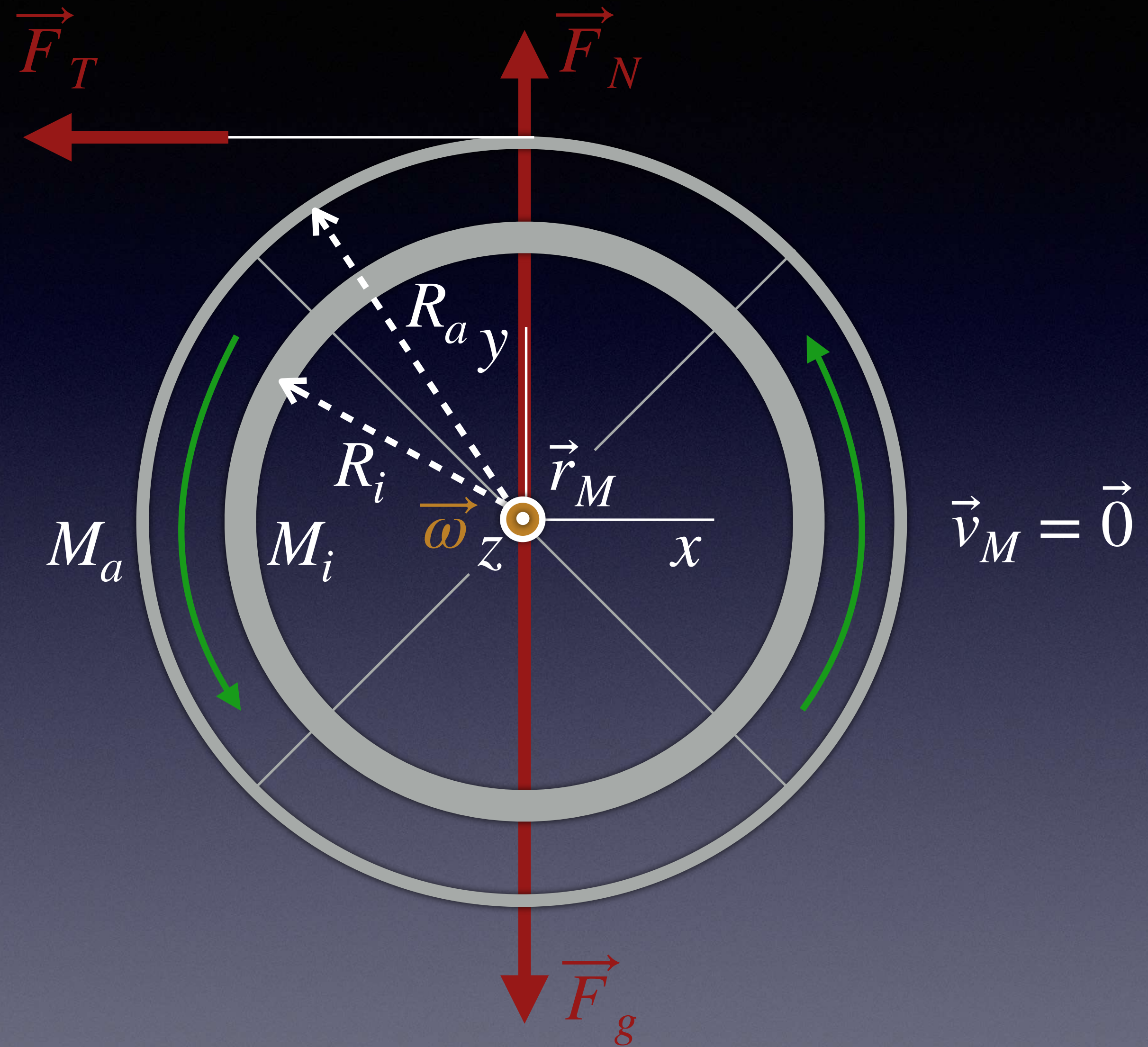
$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} I |\vec{\omega}|^2.$$

Das Trägheitsmoment I , mit SI-Einheit $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ und Dimension $[\mathbf{M} \cdot \mathbf{L}^2]$, nimmt bei der rotierenden Bewegung eine, bei der linearen Translations-Bewegung, zur Masse m vergleichbare Rolle ein:

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} I \left| \vec{\omega} \right|^2 \quad (\text{kinetische Energie, Rotation), und}$$

$$E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} m \left| \vec{v} \right|^2 \quad (\text{kinetische Energie, Translation}).$$

In der nebenstehenden Abbildung sehen wir ein Rad auf eine feststehende Achse montiert, die nahezu reibungsfrei ist, so dass sich das Rad frei dreht. Das Rad hat einen Innenring mit Masse $M_i = 5 \text{ kg}$ und Radius $R_i = 30 \text{ cm}$ und einen Außenring mit Masse $M_a = 2 \text{ kg}$ und Radius $R_a = 40 \text{ cm}$ (die Speichen haben eine vernachlässigbare Masse). Eine Schnur mit vernachlässigbarer Masse wird um den äußeren Ring gewickelt und man zieht daran, wodurch sich die Drehgeschwindigkeit des Rades erhöht. Wie viel Arbeit wird in der Zeit verrichtet, in der sich die Drehung des Rades von vier Umdrehungen pro Sekunde auf sieben Umdrehungen pro Sekunde ändert?



System: Achse und Rad.

Umgebung: Erde, Achse, Antrieb (Kraft \vec{F}_T).

Prinzip Energie: $E_f = E_i + W$.

$$\frac{1}{2}I_z \left| \vec{\omega}_f \right|^2 = \frac{1}{2}I_z \left| \vec{\omega}_i \right|^2 + W_{\text{umg}} \text{ (Erde und Achse leisten keine Arbeit)}$$

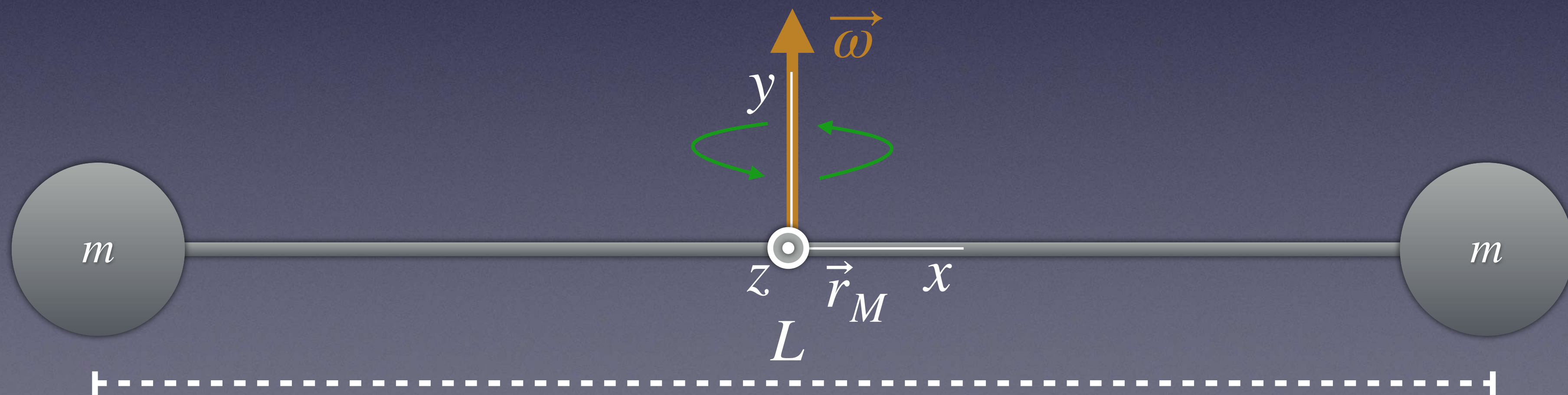
$$W_{\text{umg}} = \frac{1}{2}I_z \left(\left| \vec{\omega}_f \right|^2 - \left| \vec{\omega}_i \right|^2 \right), \text{ mit } \left| \vec{\omega}_i \right| = 4 \times 2\pi \text{ rad/s}, \left| \vec{\omega}_f \right| = 7 \times 2\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{und } I_z = I_{z,i} + I_{z,a} = M_i R_i^2 + M_a R_a^2 \text{ folgt } W_{\text{umg}} = \frac{1}{2} (M_i R_i^2 + M_a R_a^2) \left(\left| \vec{\omega}_f \right|^2 - \left| \vec{\omega}_i \right|^2 \right).$$

Numerisches Ergebnis: $W_{\text{umg}} \approx 502 \text{ J}$.

Kontrollpunkt 1

K1.1: Eine Hantel dreht sich um ihren Massenschwerpunkt \vec{r}_M in ihrer Mitte. Die Hantel besteht aus zwei identischen, sehr kleinen Kugeln mit der Masse $m = 800 \text{ g}$, die an den Enden eines Stabes mit sehr geringer Masse und einer Länge von $L = 35 \text{ cm}$ angebracht sind. Die Hantel führt 360 Umdrehungen in der Minute aus. (1) Berechne die Winkelgeschwindigkeit, mit der die Hantel rotiert. (2) Berechne die kinetische Energie der Rotation $E_{\text{kin,rot}}$.



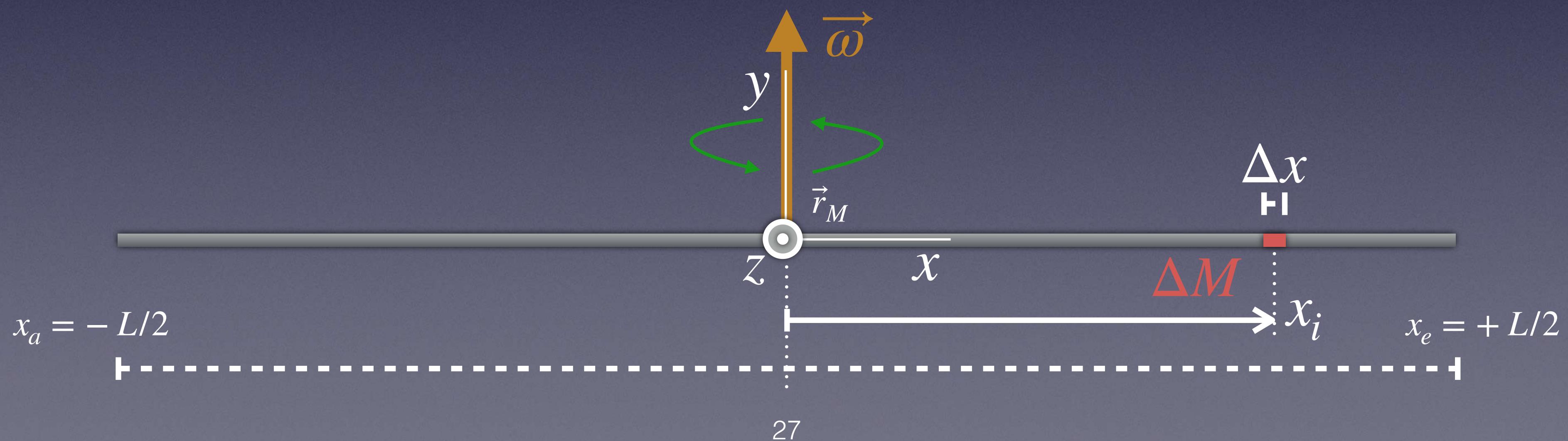
Die Formel für das Trägheitsmoment I eines starren Körpers mit kontinuierlicher Dichte erhält man, indem man gedanklich den Körper in kleine Massenelemente m_i zerlegt, die sich im Abstand $|\vec{r}_{i\perp}|$ zur Rotationsachse befinden:

$$I = \lim_{m_i \rightarrow 0} \sum_i |\vec{r}_{i\perp}|^2 m_i$$

$$I = \lim_{V_i \rightarrow 0} \sum_i |\vec{r}_{i\perp}|^2 \rho(\vec{r}) V_i$$

$$I = \int_V |\vec{r}_{\perp}|^2 \rho(\vec{r}) dV .$$

Bisher haben wir gesehen, wie man das Trägheitsmoment in einfachen Spezialfällen (z.B. Rad) berechnet. Jetzt werden wir das Trägheitsmoment eines langen dünnen Stabes um seinen Mittelpunkt berechnen, um die auf der vorangehenden Folie eingeführte allgemeinere Technik zu veranschaulichen. Betrachten wir einen Stab mit Masse M und Länge L , dessen Dicke im Vergleich zu seiner Länge gering ist und der sich um eine Achse senkrecht zu seiner Länge dreht. Die Dichte des Stabes ist überall gleich („homogener“ Körper mit „gleichmäßiger Dichte“)



$$N = \frac{L}{\Delta x} \rightarrow \Delta M = \frac{M}{L} \Delta x$$

$$\Delta I_y = (\Delta M) x_i^2 = \frac{M}{L} x_i^2 \Delta x \rightarrow I_y = \frac{M}{L} \sum_{i=1}^N x_i^2 \Delta x$$

$$I_y = \frac{M}{L} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N x_i^2 \Delta x = \frac{M}{L} \int_{x_a}^{x_e} x^2 dx = \frac{1}{3} \frac{M}{L} (x_e^3 - x_a^3)$$

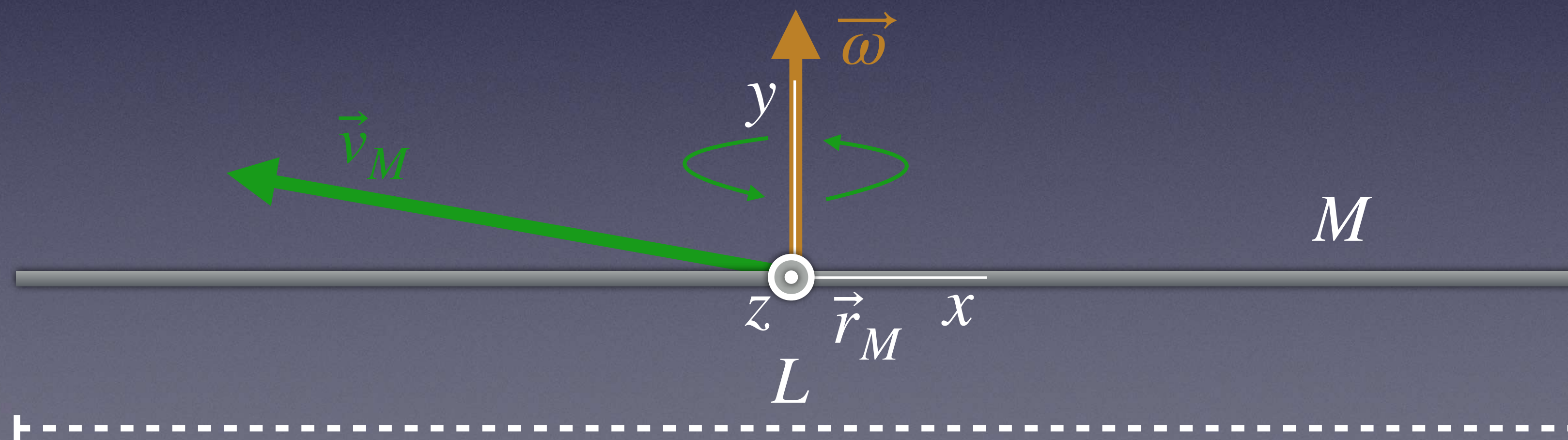
$$I_y = \frac{1}{12} ML^2$$

Da bei dieser Art von Berechnung leicht ein Fehler unterlaufen kann, ist es wichtig zu prüfen, ob die Ergebnisse plausibel sind. Erstens, die Einheiten sind korrekt, da unser Ergebnis für I_y die (korrekte) Einheit $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ hat und die Dimension $M \cdot L^2$ aufweist. Zweitens, wenn wir die Masse M verdoppeln, verdoppelt sich I_y . Und drittens, wenn wir die Länge L verdoppeln, vervierfacht sich I_y , was auf Grund der Proportionalität des Trägheitsmoments zu $|\vec{r}_\perp|^2$ ebenfalls zu erwarten ist.

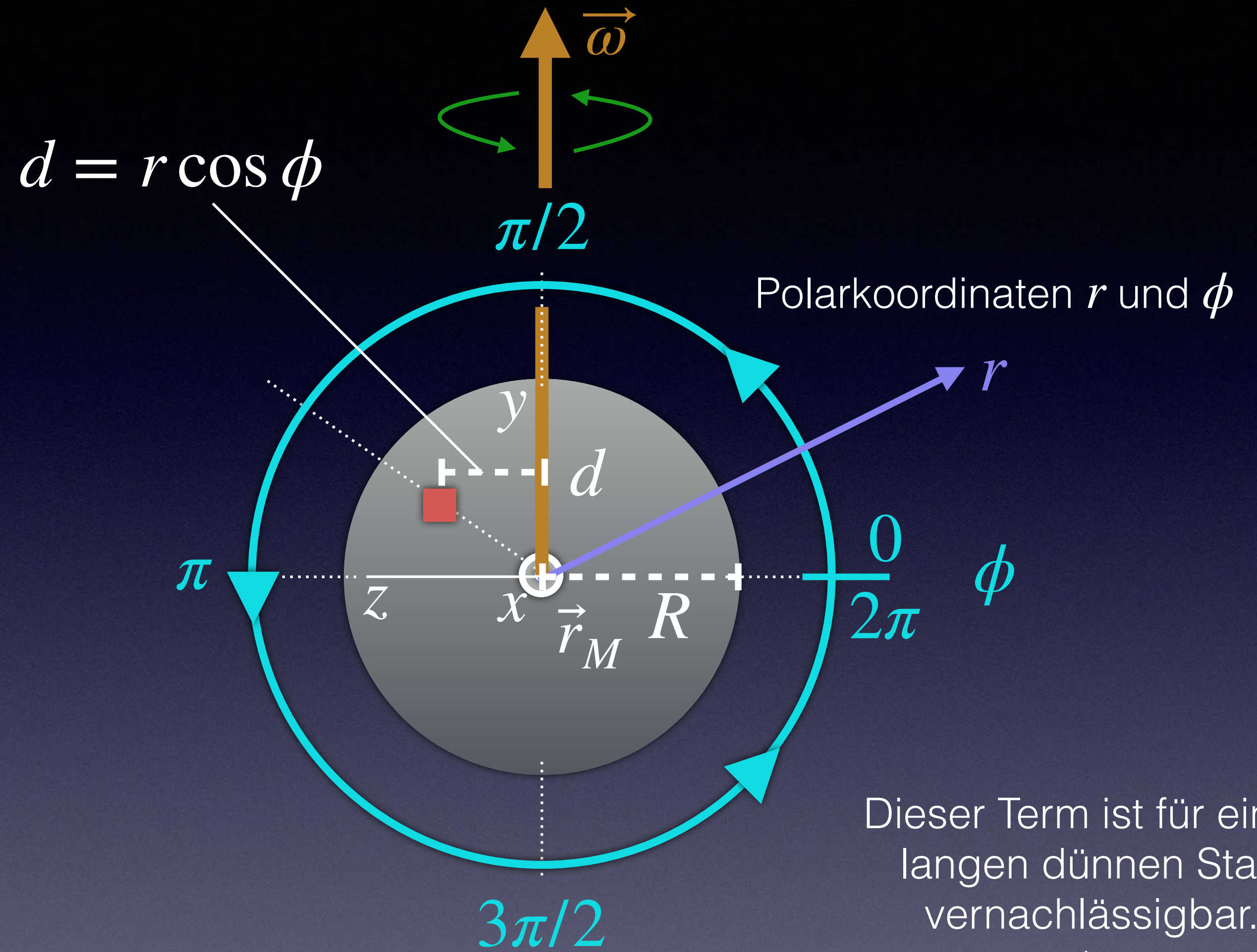
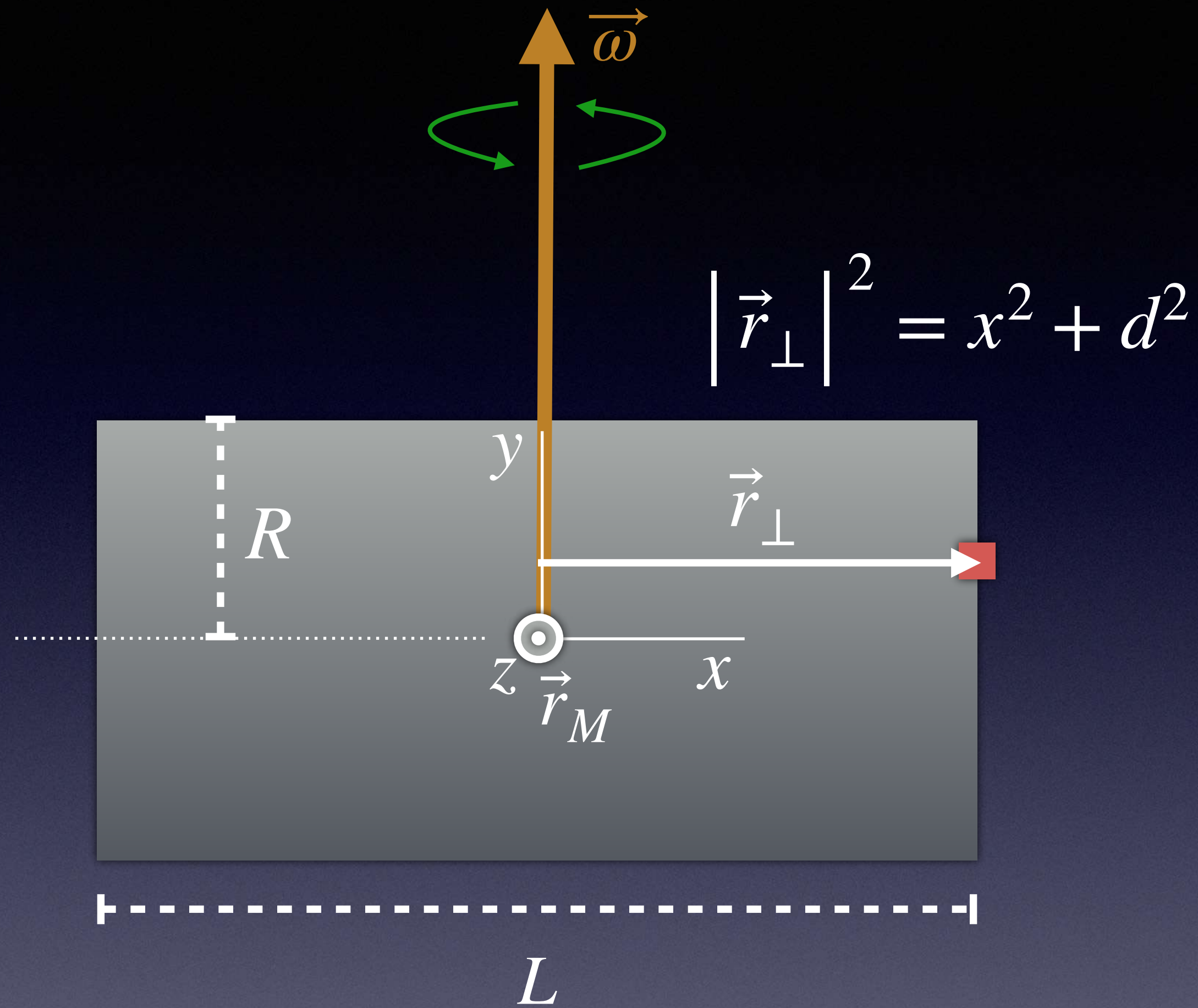
Weshalb ist das Ergebnis nur für einen sehr dünnen Stab gültig? Wir haben die Näherung gemacht, dass alle Atome in einem kurzen Abschnitt den gleichen senkrechten Abstand vom Mittelpunkt des Stabes, also zur Rotationsachse, haben. Wenn der Stab dick ist, ist dies keine gültige Näherung mehr (man denke hierbei an Atome mit $z \neq 0$).

Kontrollpunkt 2

K2.1: Ein dünner Stab mit gleichmäßiger Dichte, dessen Masse $M = 1.2 \text{ kg}$ ist und dessen Länge $L = 0.7 \text{ m}$ ist, dreht sich um eine Achse, die senkrecht zum Stab steht, mit einer Winkelgeschwindigkeit von $|\vec{\omega}| = 50 \text{ rad/s}$. Sein Zentrum \vec{r}_M bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $|\vec{v}_M| = 8 \text{ m/s}$. (1) Wie groß ist seine kinetische Rotationsenergie? (2) Wie groß ist seine gesamte kinetische Energie?

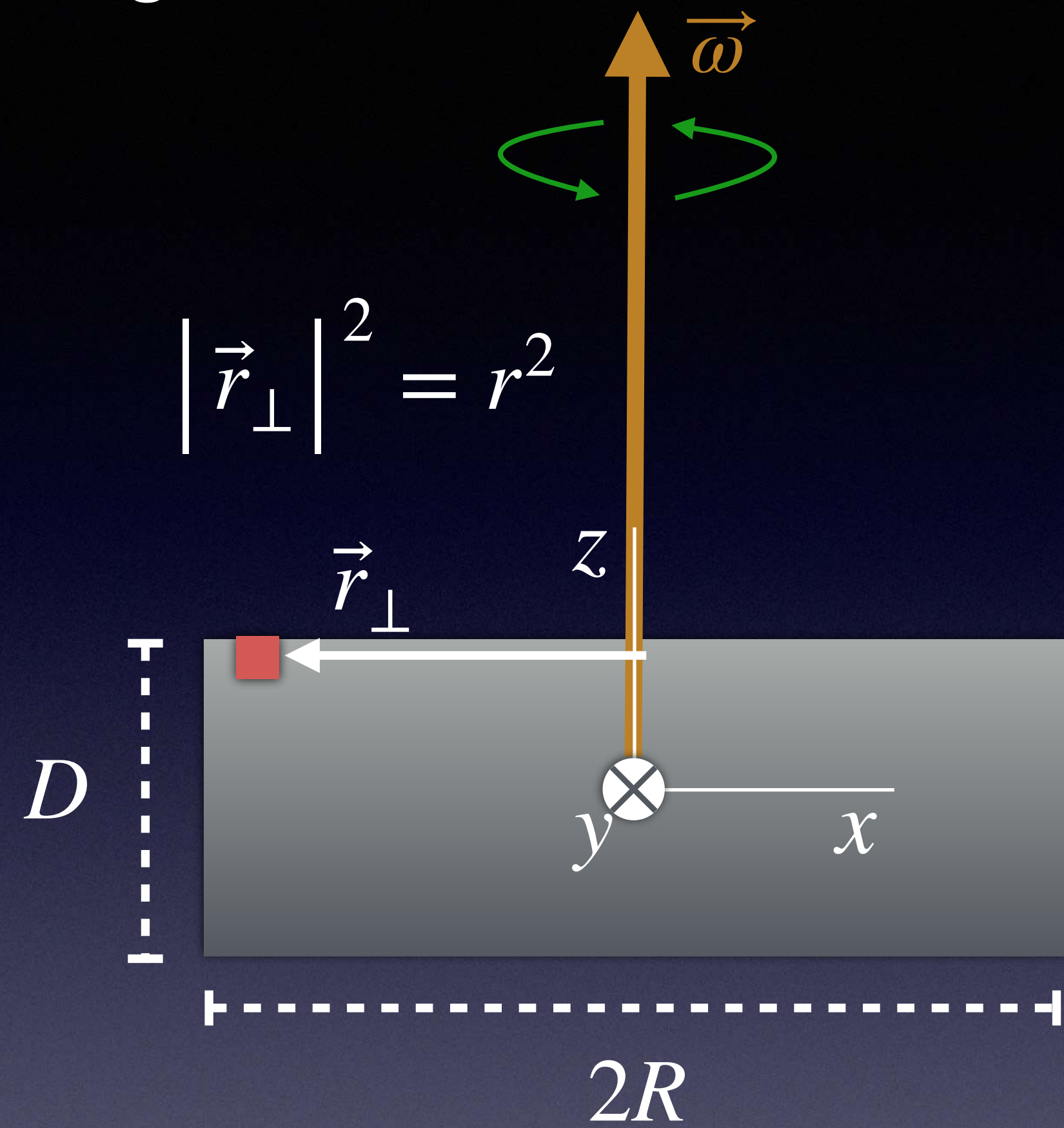


Trägheitsmoment eines „dicken“ Stabes - Rotation \perp zur x -Symmetrieachse

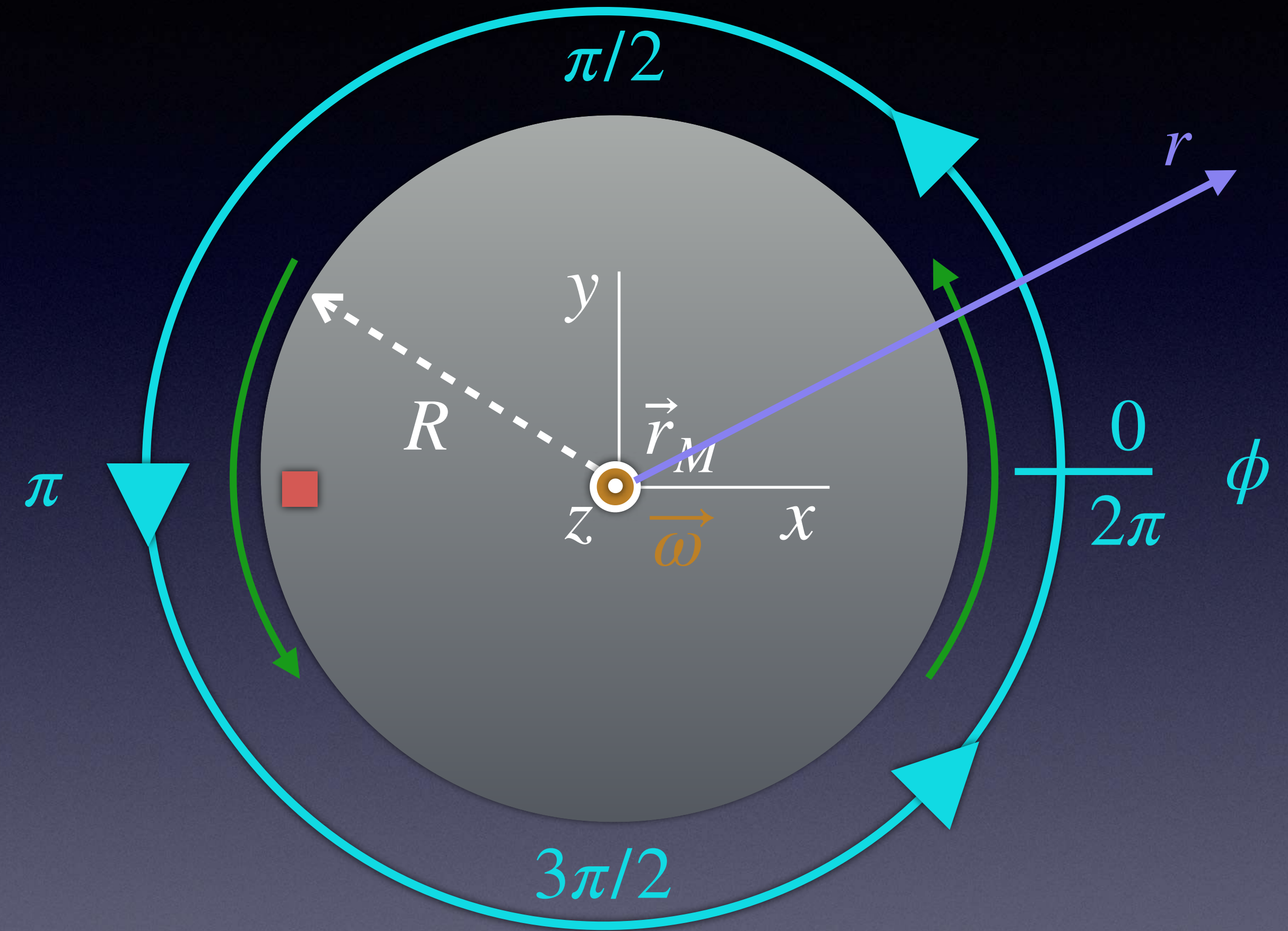


$$I_y = \rho \int_{-L/2}^{+L/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R (x^2 + r^2 \cos^2 \phi) r dr d\phi dx = \frac{1}{12} ML^2 + \frac{1}{4} MR^2$$

Trägheitsmoment einer Scheibe - Rotation um die z-Symmetrieachse



Polarkoordinaten r und ϕ



$$I_z = \rho \int_{-D/2}^{+D/2} \int_0^{2\pi} \int_0^R r^2 r dr d\phi dz = \frac{1}{2} MR^2$$

Für eine homogene Kugel mit Radius R ist das Trägheitsmoment I unabhängig von der Lage der Rotationsachse, solange diese durch den Massenschwerpunkt der Kugel geht. In Kugelkoordinaten erhalten wir mit $x = r \sin \theta \cos \phi$, $y = r \sin \theta \sin \phi$ und $z = r \cos \theta$

$$|\vec{r}_{\perp}| = x^2 + y^2 = r^2 \sin^2 \theta .$$

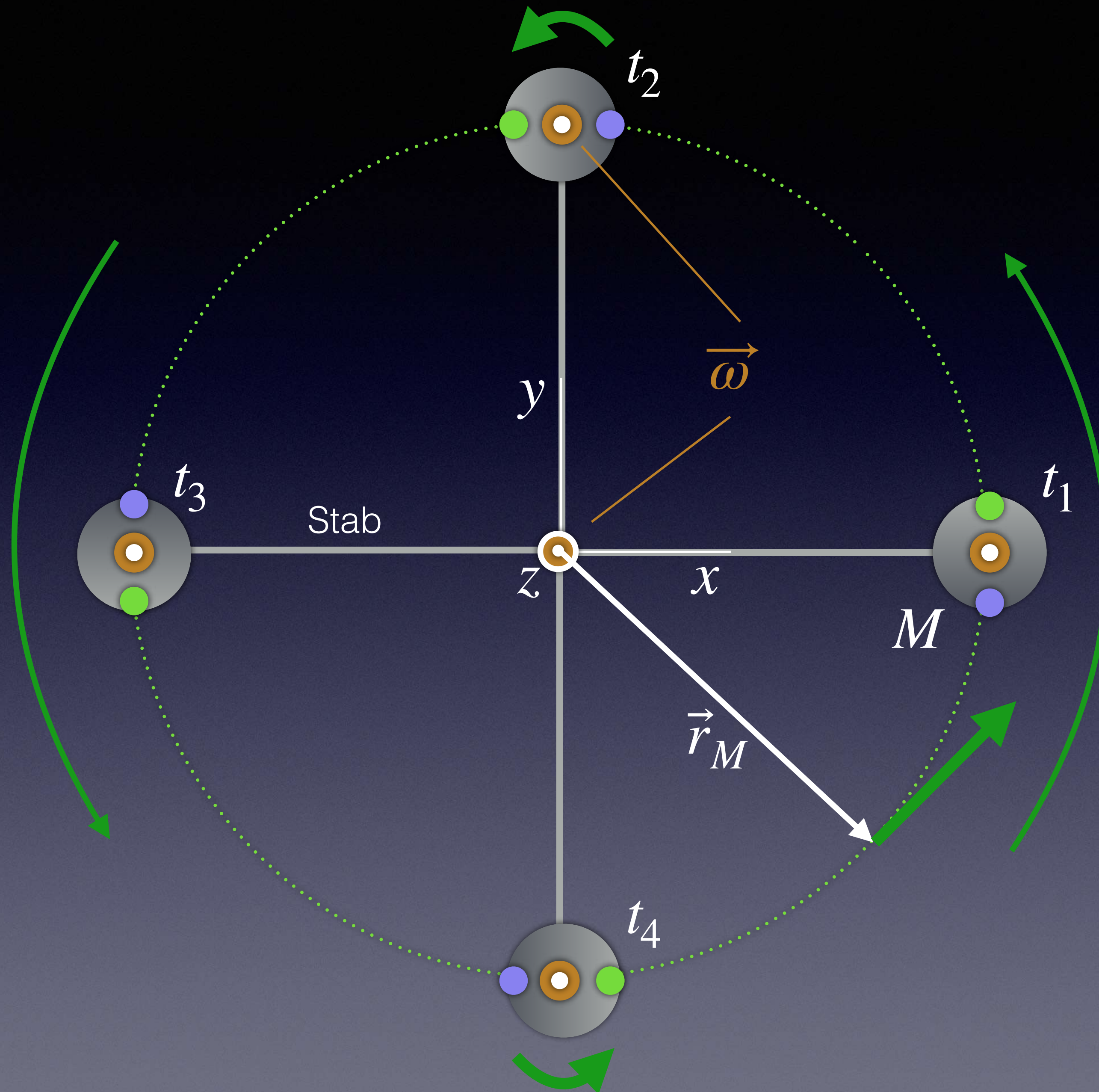
Daraus folgt für $I \equiv I_z$:

$$I_z = \rho \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^R (r^2 \sin^2 \theta) r^2 dr d\phi d\theta = \frac{2}{5} MR^2 .$$

Kontrollpunkt 3

K3.1: Eine Kugel mit gleichmäßiger Dichte, deren Masse $M = 10 \text{ kg}$ und deren Radius $R = 0.4 \text{ m}$ ist, vollführt eine vollständige Umdrehung alle 0.2 s . (1) Wie hoch ist die kinetische Rotationsenergie der Kugel?

Ein starrer Gegenstand (hier Kugel) mit bekanntem Trägheitsmoment I_z um ihren Massenschwerpunkt ist mit einem Stab vernachlässigbarer Masse verbunden und dreht sich um eine Achse (hier z-Achse), die vom Massenschwerpunkt der Kugel um $|\vec{r}_M|$ entfernt ist. Wie groß ist die kinetische Energie dieses rotierenden Objekts?



$$\vec{v}_M = \vec{\omega} \times \vec{r}_M$$

Wir wissen, dass im Allgemeinen $E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}}$ gilt, und in diesem Fall $E_{\text{kin,rel}}$ durch $E_{\text{kin,rot}}$ ersetzt werden kann, da es keine Vibration gibt. Das am Ende des Stabs fixierte Objekt dreht sich mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ wie der Stab, der sich um die z-Achse dreht; sowohl das gesamte Objekt (Stab plus Kugel) als auch die Kugel machen eine Umdrehung in der derselben Zeit. Somit erhalten wir:

$$E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2}M \left| \vec{v}_M \right|^2 = \frac{1}{2}M \left| \vec{\omega} \times \vec{r}_M \right|^2 \equiv \frac{1}{2}Mr_M^2\omega^2 ,$$

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2}I_z\omega^2 , \text{ und damit}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} (Mr_M^2 + I_z) \omega^2 . \text{ Mit } I_g \equiv Mr_M^2 + I_z \rightarrow E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I_g\omega^2 .$$

Dieses Ergebnis liefert das gesamte Trägheitsmoment I_g für parallel verschobene Rotationsachsen (Steinerscher Satz).

Kontrollpunkt 4

K4.1: Eine feste Kugel mit gleichmäßiger Dichte ρ ist an einem masselosen Seil befestigt und bewegt sich mit einer Geschwindigkeit v auf einem Kreis. Der Abstand vom Mittelpunkt des Kreises zum Mittelpunkt der Kugel ist r , die Masse der Kugel ist M , und der Radius der Kugel ist R . (1) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit? (2) Wie groß ist die kinetische Rotationsenergie der Kugel? (3) Wie groß ist die gesamte kinetische Energie der Kugel?

Vergleich zweier Modelle eines Systems

Bei der Analyse der Bewegung und Energie von aus mehreren Teilchen bestehenden System stoßen wir auf Situationen, in denen es äußerst praktisch wäre, nur die Änderung $\Delta E_{\text{kin,trans}}$ der translatorischen kinetischen Energie $E_{\text{kin,trans}}$ des Systems berechnen zu können. Vielleicht ist dies alles, was uns bei einer bestimmten Fragestellung interessiert, oder aber wir möchten diese Energieänderung von der Änderung der Gesamtenergie ΔE_{sys} des Systems subtrahieren, um herauszufinden, wie viel Energie in die Vibration oder Rotation geflossen ist. Glücklicherweise lässt sich so etwas recht einfach berechnen.

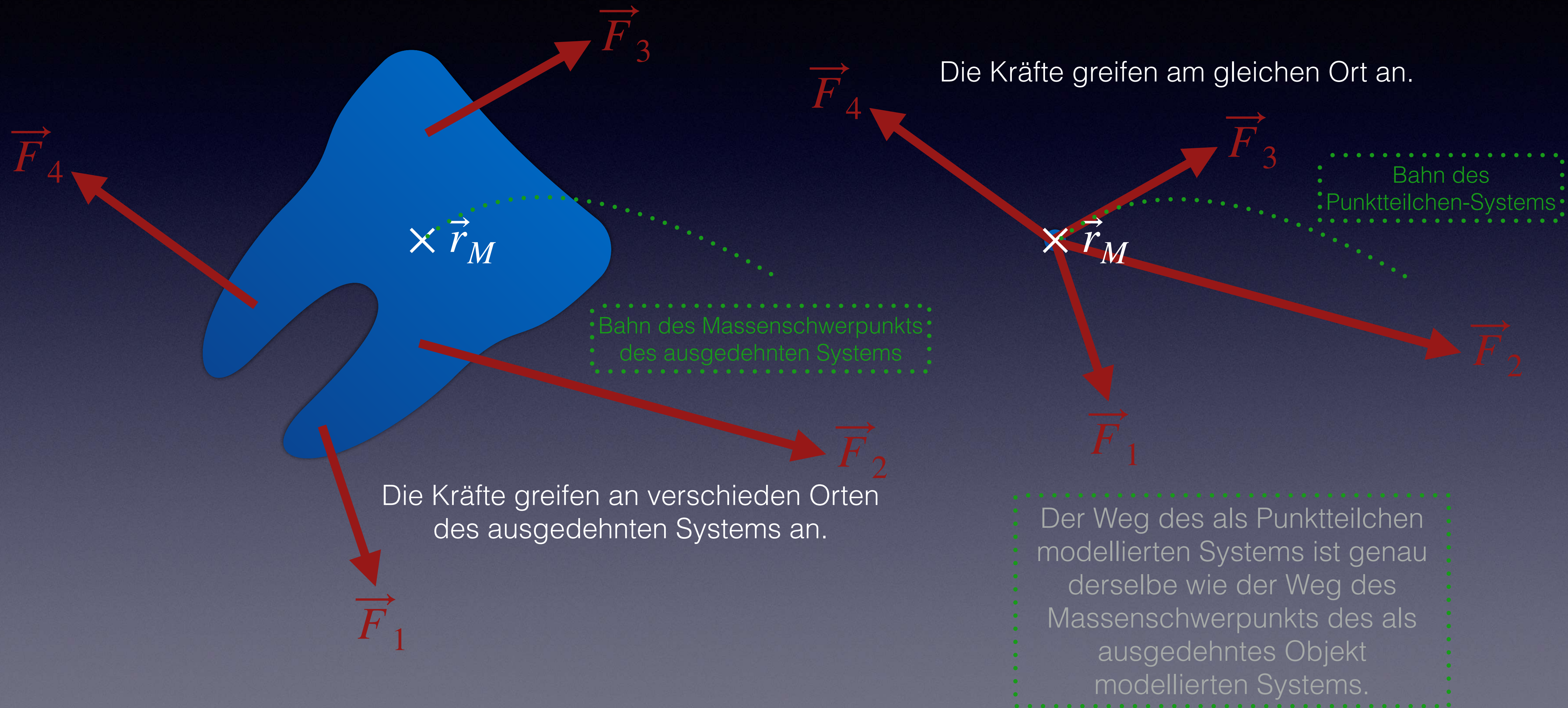
Auf Grund des Prinzips Impuls

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{net}}$$

bewegt sich der Massenschwerpunkt eines Mehrteilchensystems unter dem Einfluss der auf das Gesamtsystem wirkenden äußeren Nettokraft genau wie ein einfaches Punktteilchen, dessen Masse diejenige des gesamten Systems ist. Stelle dir vor, du könntest das System, das als ausgedehntes Objekt (das „ausgedehnte System“) modelliert ist, zu einer winzigen Kugel zusammendrücken. Auf dieses System, das als Punktteilchen modelliert ist (das „Punktteilchensystem“), werden dieselben Kräfte (nach Betrag und Richtung) angewandt wie auf das ausgedehnte System. Beim Punktteilchen greifen sie aber „zwangsläufig“ am gleichen Ort an, während sie im ausgedehnten System an unterschiedlichen Orten einwirken können.

ausgedehntes System

Punktteilchen-System



Diese beiden unterschiedlichen Systeme haben die gleiche Gesamtmasse M , und auf beide wirkt die gleiche Nettokraft \vec{F}_{net} , so dass die beiden Bahnen (des Massenschwerpunkts) genau gleich verlaufen. Der Unterschied besteht darin, dass sich das System, das als ausgedehntes Objekt modelliert wird, aufgrund der Wirkungen der Kräfte, die an verschiedenen Stellen des ausgedehnten Objekts angreifen, zusätzlich drehen, dehnen und vibrieren kann. Im Gegensatz dazu hat das System, wenn es als Punktteilchen modelliert wird, keine Rotationsbewegung, keine Schwingungsbewegung, keine innere Energie irgendeiner Art. Die einzige Energie, die das Punktteilchensystem haben kann, ist die translatorische kinetische Energie, und diese ist genau dieselbe wie die translatorische kinetische Energie des ausgedehnten Systems:

$$E_{\text{kin,trans}} = \frac{|\vec{p}_{\text{sys}}|^2}{2M} = \frac{1}{2}M |\vec{v}_M|^2 .$$

Das Punktteilchensystem liefert also die translatorische kinetische Energie des ausgedehnten Systems. Daher ist es sinnvoll, ein ausgedehntes System (auch) als Punktteilchen zu modellieren.

In Kapitel 6 haben wir gezeigt, dass wir ausgehend vom Prinzip Impuls für ein einzelnes Partikelchen das Ergebnis ableiten können, dass die Änderung der kinetischen Energie des Teilchens gleich der Arbeit ist, die die Nettokraft auf das Teilchen ausübt. Indem wir das System als Partikelchen modellieren, nehmen wir an, dass die Nettokraft auf den Massenschwerpunkt einwirkt und Arbeit verrichtet, um die kinetische Energie des Partikelchens zu verändern. Obwohl diese Gleichung mit Energie zu tun hat, ist sie eigentlich aus dem Prinzip Impuls abgeleitet. Eine formale Herleitung findest du am Ende dieses Kapitels.

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \vec{F}_{\text{net}} \cdot \Delta \vec{r}_M, \text{ oder allgemeiner als Integral}$$

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \int_{\Gamma_M} \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r}_M.$$

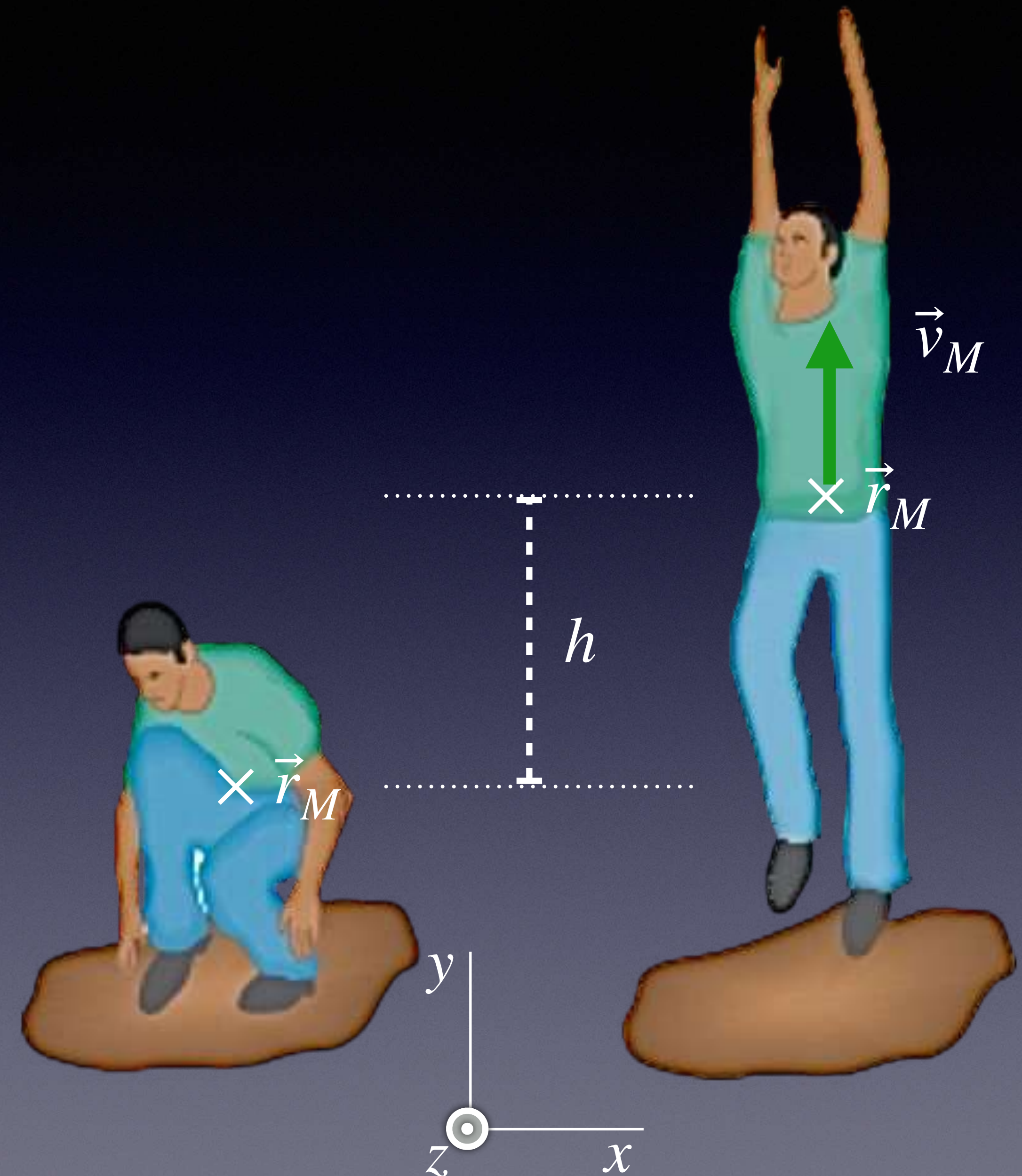
Da ein ausgedehntes Objekt rotieren, vibrieren und seine Form verändern kann, bewegt sich nicht jeder Teil des Systems notwendigerweise um die gleiche Strecke wie der Massenschwerpunkt. Dies müssen wir bei der Berechnung der Arbeit, die an einem als ausgedehntes Objekt modellierten System verrichtet wird, berücksichtigen, da es darauf ankommt, wo jede Kraft angreift. Um die gesamte auf das System ausgeübte Arbeit zu ermitteln, müssen wir die Verschiebung $\Delta \vec{r}_i$ jedes Punktes separat betrachten wo eine Kraft \vec{F}_i angewendet wird:

$$\Delta E_{\text{sys}} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i, \text{ oder allgemeiner als Integral}$$

$$\Delta E_{\text{sys}} = \sum_i \int_{\Gamma_i} \vec{F}_i \cdot d\vec{r}_i.$$

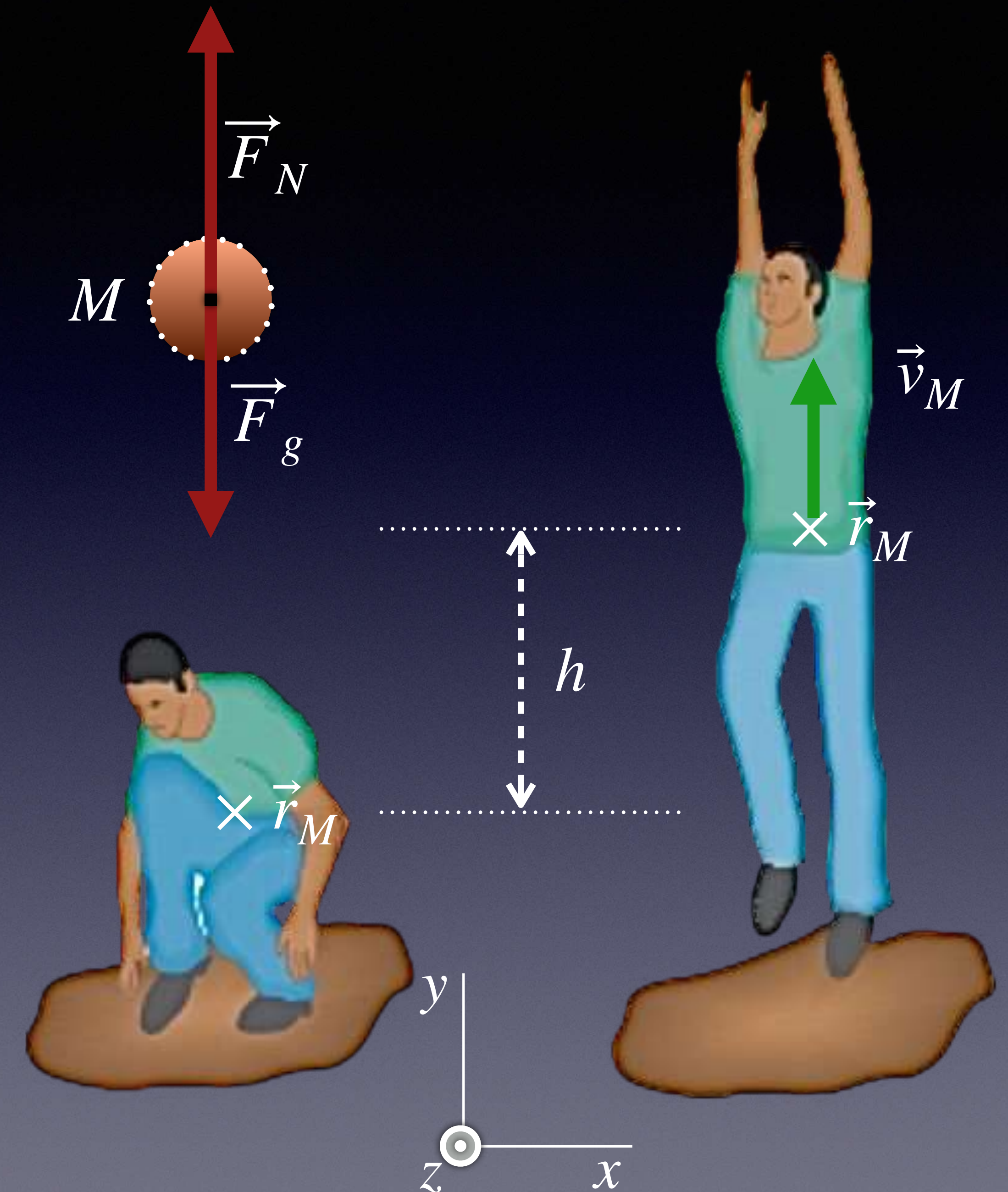
Man beachte hier die Verwendung von E_{sys} an Stelle von $E_{\text{kin,trans}}$.

Als Beispiel für die Anwendung des Punktteilchenmodells wollen wir das Aufspringen analysieren (siehe nebenstehende Abbildung). Ein Mensch hockt sich hin, richtet sich rasch auf und springt dann gerade nach oben. Wir wollen berechnen, wie schnell (Geschwindigkeit \vec{v}_M) sich der Massenmittelpunkt \vec{r}_M des Springenden in dem Moment bewegt, in dem die Füße den Boden verlassen. Dabei sei h die Strecke, um die der Massenschwerpunkt bei diesem Vorgang ansteigt. Man beachte, dass sich bei dieser Bewegung die Form des Systems ändert.



Sei \vec{F}_N die Kontaktkraft, die die Atome des Bodens auf die Unterseite des Fußes ausüben, und sei M die Gesamtmasse des Springenden. Wir wissen nicht genau, wie sich \vec{F}_N mit der Zeit verändert, aber um eine Vorstellung davon zu bekommen, was passiert, nehmen wir die grobe Näherung an, dass sie konstant ist, solange die Füße den Boden berühren (natürlich fällt diese Kraft plötzlich auf Null, wenn der Fuß den Boden verlässt). Modellieren wir zunächst das System des Springenden als Punktteilchen, das seine Form nicht ändert.

System „Springender“



$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_g + \vec{F}_N = \langle 0, -Mg, 0 \rangle + \langle 0, F_N, 0 \rangle = \langle 0, F_N - Mg, 0 \rangle$$

$$\Delta \vec{r}_M = \langle 0, h, 0 \rangle$$

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \vec{F}_{\text{net}} \cdot \Delta \vec{r}_M$$

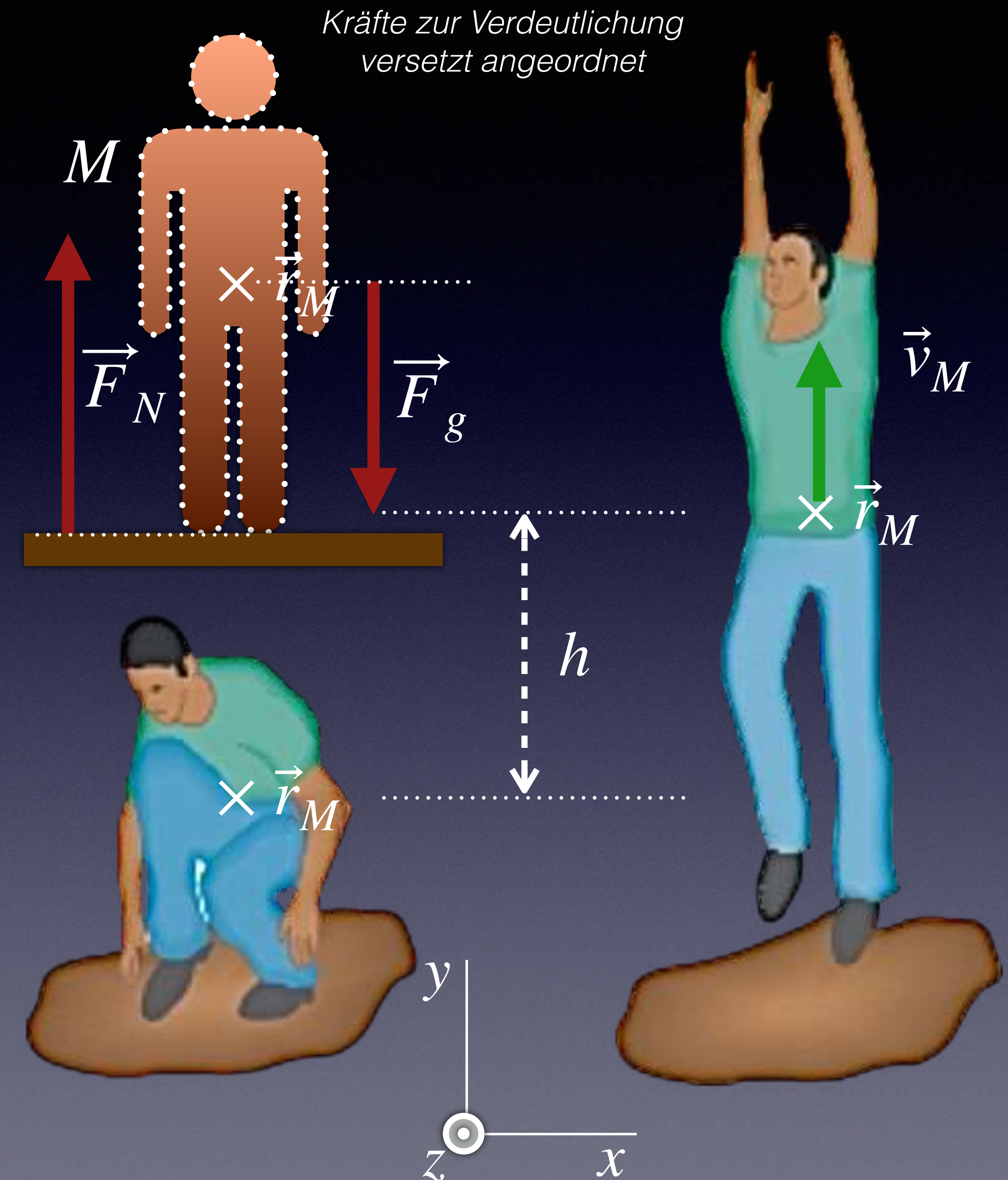
$$\frac{1}{2} M |\vec{v}_M|^2 = (F_N - Mg) h$$

positive Arbeit zur Erhöhung der translatorischen kinetischen Energie des Aufspringenden

Die Arbeit, die an dem Punktteilchensystem verrichtet wird, besteht aus der Nettokraft, multipliziert mit der Verschiebung des Massenschwerpunkts. Wie werden noch sehen, dass diese Energiegleichung sich von derjenigen für das „ausgedehnte System“ unterscheidet. Der Grund dafür, dass \vec{F}_N in der Energiegleichung für das Punktteilchen auftaucht, ist, dass sie zur Nettokraft und zum Impuls beiträgt, der mit der Bewegung des Massenschwerpunkts verbunden ist.

Indem wir einen Springenden als Punktteilchen modellierten, konnten wir die Änderung der kinetischen Translationsenergie der Person ermitteln. Welche Energieänderungen treten während des Sprungs auf, die in der Energiegleichung für das System als Punktteilchen nicht enthalten sind? Es kommt zu einer Änderung der kinetischen Energie der sich bewegenden Arme und Beine in Bezug auf den Massenschwerpunkt, zu einer Abnahme der chemischen Energie und zu einer Zunahme der Wärmeenergie (die Körpertemperatur steigt etwas an). Außerdem: Bei der Berechnung der an einem ausgedehnten System geleisteten Arbeit muss berücksichtigt werden, dass die einzelnen Kräfte, die auf das System einwirken, an unterschiedlichen Stellen angreifen und damit oft über unterschiedlich lange Wege wirken.

System „Springender“



Die Energiegleichung für das erweiterte System (den Springenden) sieht in etwa wie folgt aus, wobei die Energieübertragung Q aufgrund eines Temperaturunterschieds zwischen der Person und der Umgebungsluft unberücksichtigt bleibt:

$$\Delta E_{\text{sys}} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{r}_i \equiv \vec{F}_g \cdot \Delta \vec{r}_g + \vec{F}_N \cdot \Delta \vec{r}_N$$

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} + \Delta E_{\text{kin,rel}} + \Delta E_{\text{int}} = -Mgh + 0$$

Da der Boden ruht, verrichtet \vec{F}_N keine Arbeit. $\Delta E_{\text{kin,rel}}$ umfasst die Drehung der Ober- und Unterschenkel und das Bewegen der Arme. ΔE_{int} umfasst sowohl die Zunahme der Wärmeenergie im Körper des Springenden aufgrund der „sportlichen Betätigung“ als auch die Abnahme der im Körper des Springenden gespeicherten chemischen Energie.

Wir können nun die beiden Energiegleichungen kombinieren, indem wir $\Delta E_{\text{kin,trans}}$ in der Energiegleichung für das erweiterte System durch den für das Punktteilchensystem gefundenen Wert ersetzen:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} + \Delta E_{\text{kin,rel}} + \Delta E_{\text{int}} = -Mgh$$

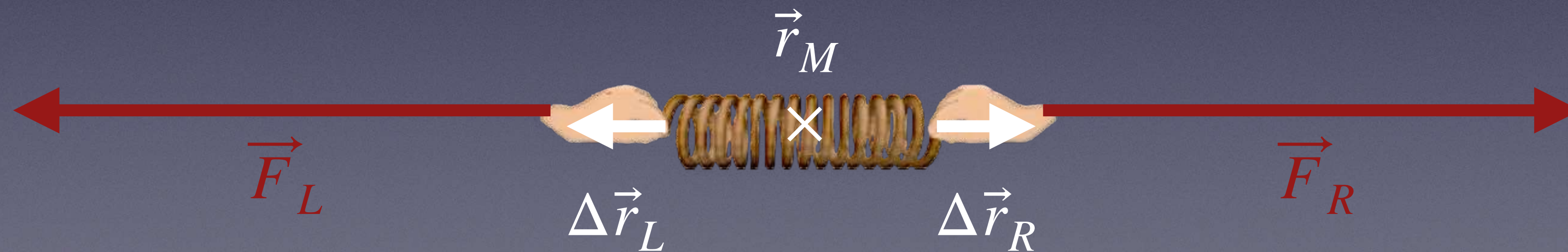
$$(F_N - Mg)h + \Delta E_{\text{kin,rel}} + \Delta E_{\text{int}} = -Mgh$$

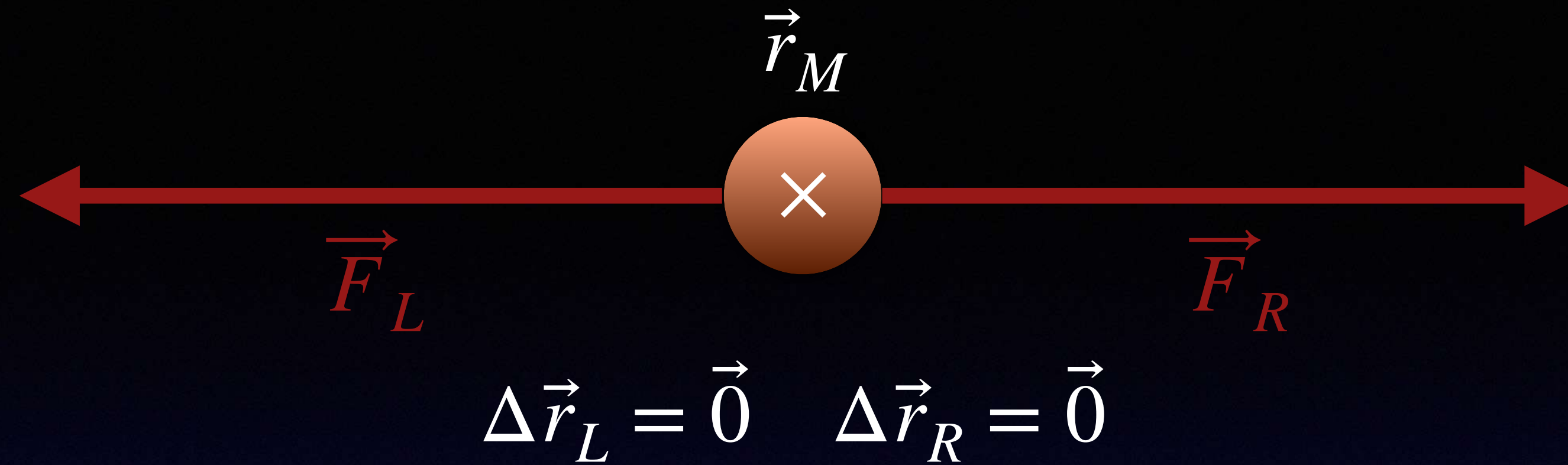
$$\Delta E_{\text{kin,rel}} + \Delta E_{\text{int}} = -F_N h$$

negative Arbeit, da die interne Energie (insbesondere die gespeicherte chemische Energie) in der Summe kleiner werden muss

Worin bestehen die Unterschiede zwischen den Energiegleichungen für den als Punktteilchen und den als ausgedehntes System modellierten Springenden? Die meisten Terme tauchen in der Gleichung für das Punktteilchen überhaupt nicht auf, und die Arbeit, die in der Energiegleichung für das erweiterte System erscheint, ist nicht dieselbe wie die Arbeit, die in der Energiegleichung für das Punktteilchensystem erscheint.

Eine einfache Situation - das Dehnen einer Feder - veranschaulicht, warum die Arbeit, die an einem als Punktteilchen modellierten System verrichtet wird, anders sein kann als die Arbeit, die an einem ausgedehnten System verrichtet wird. Angenommen, du ziehst an einem Ende einer Feder mit einer Kraft \vec{F}_L nach links, wodurch eine (sehr) kleine Verschiebung $\Delta\vec{r}_L$ entsteht. Gleichzeitig zieht man am anderen Ende mit gleich großer, aber entgegengesetzt gerichteter Kraft \vec{F}_R und gleicher, aber entgegengesetzter kurzer Verschiebung $\Delta\vec{r}_R$. Das System (die Feder) ändert seine Form.



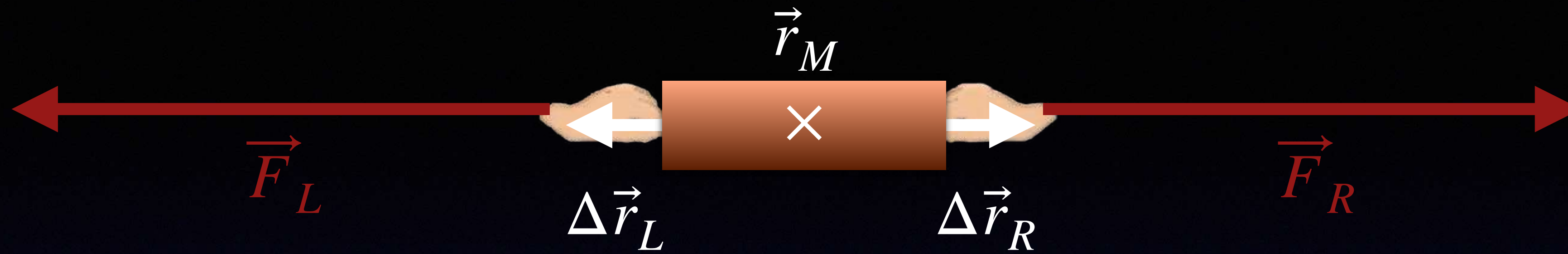


Zunächst modellieren wir das System als ein Partikel, das sich im Massenschwerpunkt der Feder befindet. Dieses System kann seine Form nicht ändern. Wir erhalten:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_L + \vec{F}_R = \vec{0}$$

$$\Delta \vec{r}_M = \vec{0}$$

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \vec{0} \cdot \vec{0} = 0$$



Jetzt modellieren wir die Feder als verformbares erweitertes System. Wir erhalten:

$$\Delta E_{\text{sys}} = \vec{F}_L \cdot \Delta \vec{r}_L + \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r}_R$$

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} + \Delta E_{\text{kin,rel}} + \Delta U_s = \vec{F}_L \cdot \Delta \vec{r}_L + \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r}_R$$

$$0 + 0 + \Delta \left(\frac{1}{2} k_s s^2 \right) = \vec{F}_L \cdot \Delta \vec{r}_L + \vec{F}_R \cdot \Delta \vec{r}_R$$

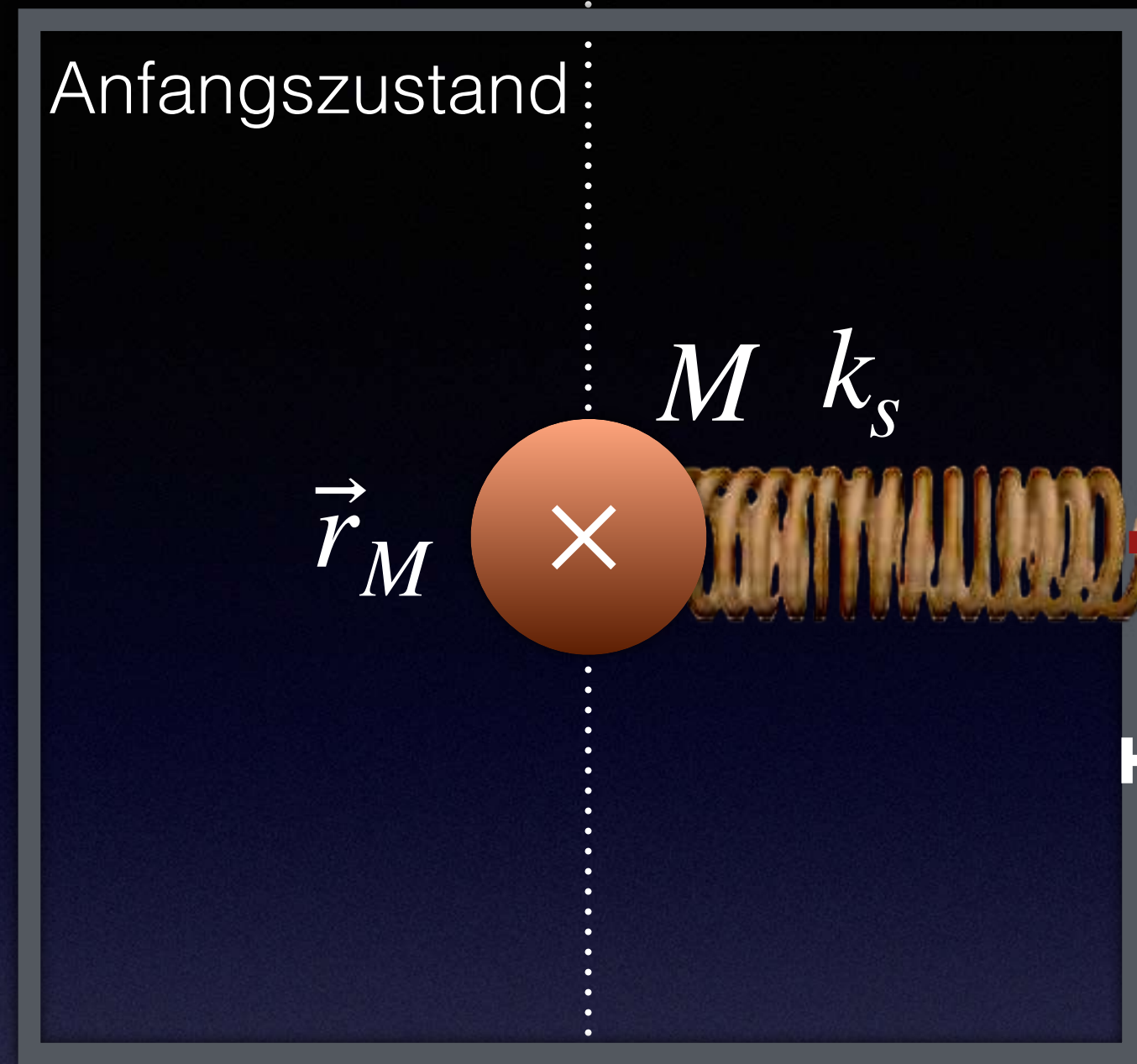
Kontrollpunkt 5

K5.1: Ein Läufer, dessen Masse $m = 50 \text{ kg}$ ist, beschleunigt aus dem Stand auf eine Geschwindigkeit von 10 m/s in 3 s . (1) Wie groß ist die durchschnittliche horizontale Komponente der Kraft, die der Boden auf die Schuhe des Läufers ausübt? (2) Wie groß ist der Weg, über welchen die Kraft auf die Sohle der Schuhe des Läufers wirkt, wenn man davon ausgeht, dass es kein Rutschen gibt? (3) Wie viel Arbeit wird also durch die in der vorherigen Übung berechnete Kraft auf das erweiterte System (den Läufer) ausgeübt? (4) Wie viel Arbeit wird durch diese Kraft an dem Punktteilchensystem verrichtet? (5) Die kinetische Energie des Läufers nimmt zu - welche Art von Energie nimmt ab? Um wieviel?

Wir haben gesehen, dass wir oft wichtige Informationen über die Energieverteilung in einem System gewinnen können, wenn wir die Ergebnisse von zwei Modellen vergleichen: ein Modell des Systems als Punktteilchen und ein Modell des Systems als ausgedehntes Objekt. Durch die Modellierung des Systems als Punktteilchen erhalten wir Informationen über die kinetische Translationsenergie des Systems - die einzige Energieart, die ein Punktteilchen neben der Ruheenergie haben kann. Wenn wir das System als ausgedehntes Objekt modellieren, können wir oft mit Hilfe von zusätzlichem Wissen andere Arten von Energie berechnen. Der grundlegende Ansatz ist folgender:

1. Modelliere das System als Punktteilchen.
2. Modelliere das System als ausgedehntes Objekt.
3. Berechne $\Delta E_{\text{sys}} - \Delta E_{\text{kin,trans}}$. Darin ist dann die Veränderung der „anderen“ Energiearten, neben der Translationsenergie, für das ausgedehnte System enthalten.

Ein im Weltraum befindlicher dünnwandiger Container enthält eine große Tonkugel mit der Masse M , die mit einer anfangs entspannten Feder mit hoher Steifigkeit k_s verbunden ist (siehe Abbildung auf der nachfolgenden Folie). Die Masse des Containers und der Feder sind vernachlässigbar klein im Vergleich zu M . Die gesamte Konstruktion befindet sich zunächst im Ruhezustand. Dann wird eine konstante Kraft \vec{F} auf den Container ausgeübt. Nachdem sich der Container um eine Strecke \vec{b} bewegt hat, berührt die Tonkugel die linke Wand des Containers und bleibt dort haften, wobei die Feder um \vec{s} gedehnt ist (siehe grafische Darstellung der Situation). (1) Wie schnell bewegt sich der Container unmittelbar nach dem Auftreffen der Tonkugel auf der Wand des Containers? (2) Wie groß ist die Zunahme der inneren Energie der Kugel? Hierbei nehmen wir an, dass der Prozess so schnell abläuft, dass keine Zeit für einen signifikanten Energietransfer Q aufgrund einer Temperaturdifferenz zwischen dem (ausgedehnten) System und der Umgebung bleibt.

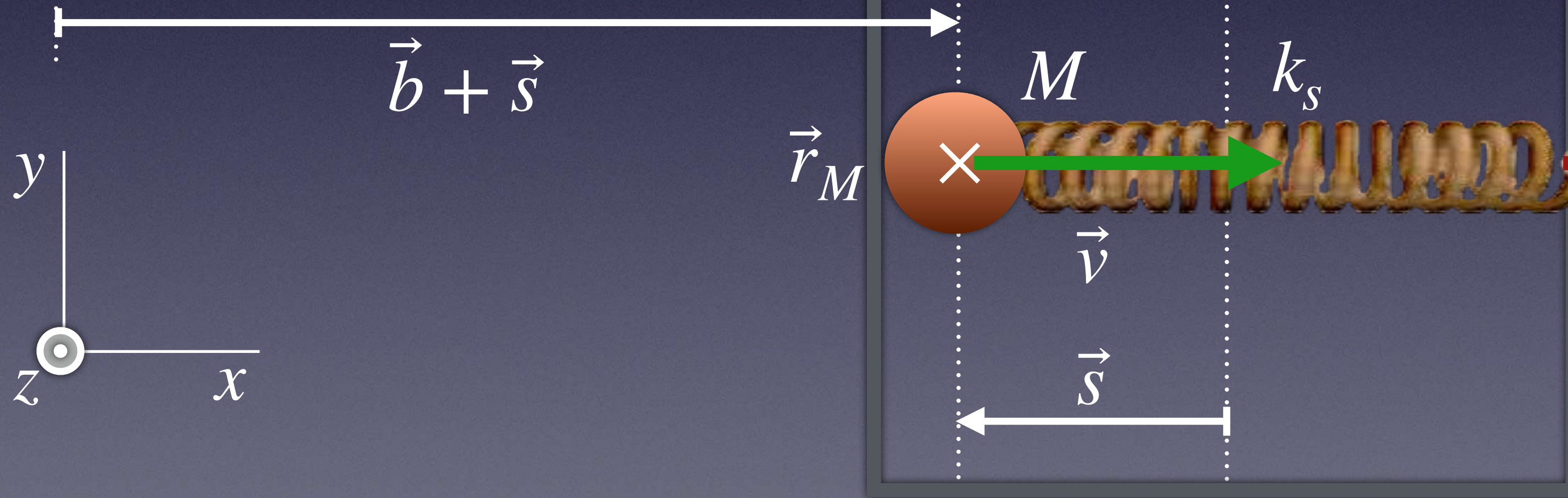


$$\vec{F} = \langle F_x, 0, 0 \rangle$$

$$\vec{b} = \langle b_x, 0, 0 \rangle$$

$$\vec{s} = \langle -s_x, 0, 0 \rangle$$

$$\vec{v} = \langle v_x, 0, 0 \rangle$$



Für das Punktteilchensystem (Massenschwerpunkt) erhalten wir:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}_M$$

$$\frac{1}{2} M v_x^2 = F_x (b_x - s_x)$$

$$v_x = \sqrt{\frac{2 (b_x - s_x)}{M}}$$

Für das ausgedehnte System erhalten wir:

$$\Delta \left(E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}} + U_s + E_{\text{int}} \right) = \vec{F} \cdot \vec{b} = F_x b_x$$

$$F_x (b_x - s_x) + 0 + \frac{1}{2} k_s s_x^2 + \Delta E_{\text{int}} = F_x b_x$$

$$\Delta E_{\text{int}} = F_x s_x - \frac{1}{2} k_s s_x^2$$

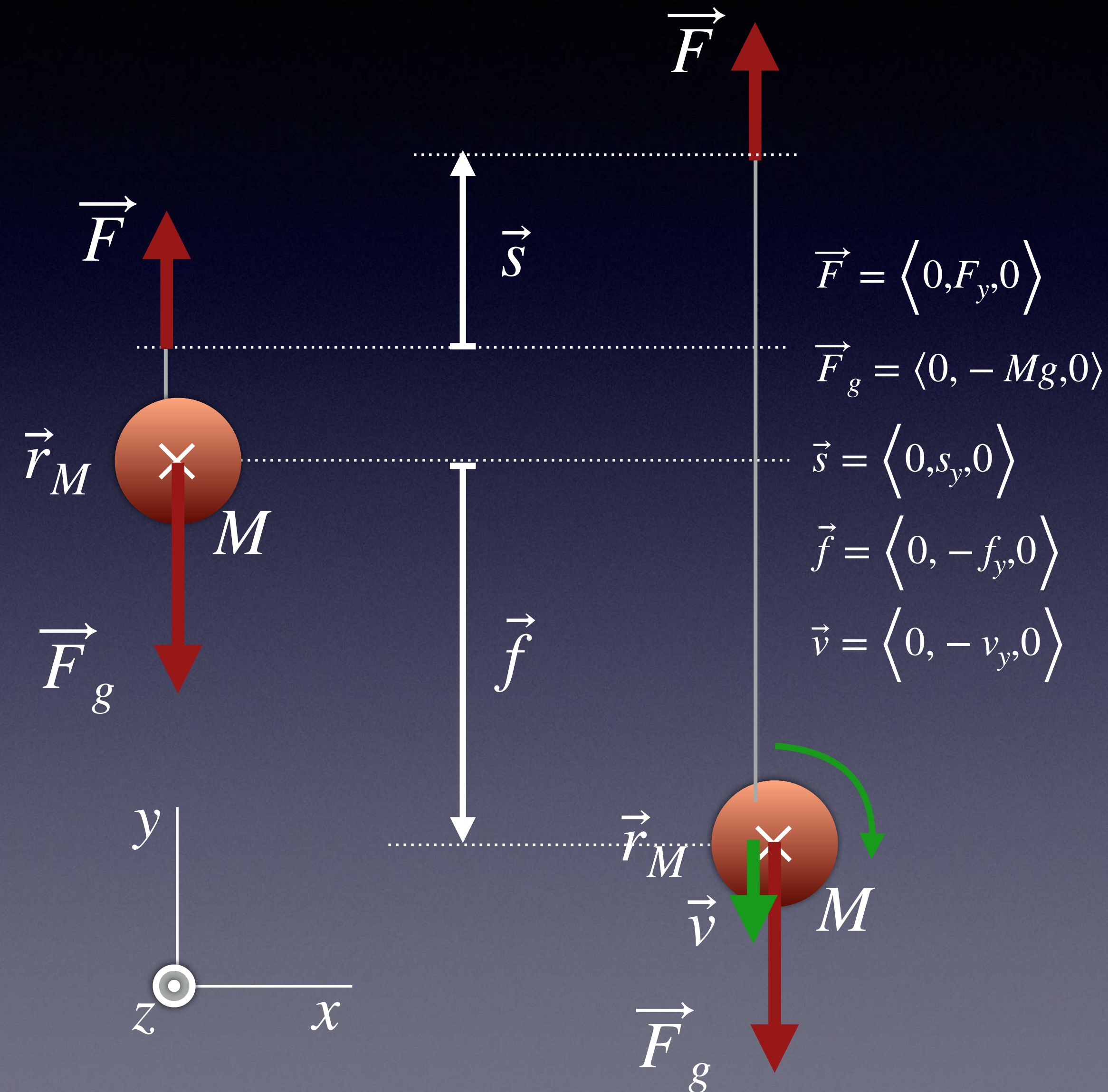
In der Energiegleichung für das Punktteilchensystem ist nichts über die Feder oder die innere Energie enthalten, weil sich das Punktteilchensystem nicht dehnt oder erwärmt. Der Massenschwerpunkt, an dem die Kraft angreift, bewegt sich um eine Strecke $(b_x - s_x)$, so dass die am Punktteilchensystem verrichtete Arbeit gleich $F_x (b_x - s_x)$ ist.

Im ausgedehnten System bewegt sich der Punkt, an dem die Kraft angreift, über eine längere Strecke b_x , so dass die am ausgedehnten System verrichtete Arbeit gleich $F_x b_x$ ist. Es wird mehr Arbeit verrichtet, und die zusätzliche Arbeit geht in die potentielle Energie der Feder und die innere Energie der Tonkugel ein.

Gut beschriftete Diagramme der beiden gewählten Systeme sind äußerst wichtig, um die Distanzen zu bestimmen, über die die Kräfte in den beiden Fällen wirken.

Du spielst mit einem Jo-Jo, dessen Masse M an einer Schnur mit geringer Masse befestigt ist. Du ziehst an der Schnur mit einer Kraft \vec{F} , und deine Hand bewegt sich eine Strecke $|\vec{s}|$ nach oben. Während dieser Zeit fällt die Masse eine Strecke $|\vec{f}|$ und ein

Teil der Schnur rollt von der sehr dünnen Achse des Jo-Jos ab. (1) Wie groß ist die Änderung der translatorischen kinetischen Energie des Jo-Jos? (2) Wie groß ist die Änderung der kinetischen Rotationsenergie des Jo-Jos, das sich schneller dreht?



Für das Punktteilchensystem (Massenschwerpunkt) erhalten wir:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \left(\vec{F} + \vec{F}_g \right) \cdot \Delta \vec{r}_M$$

$$\Delta \frac{1}{2} M v_y^2 = - \left(F_y - Mg \right) f_y$$

Für das ausgedehnte System erhalten wir:

$$\Delta \left(E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rot}} + E_{\text{int}} \right) = \vec{F} \cdot \vec{s} + \vec{F}_g \cdot \vec{f} = F_y s_y + M g f_y$$

$$- \left(F_y - M g \right) f_y + \Delta E_{\text{kin,rot}} + 0 = F_y s_y + M g f_y$$

$$\Delta E_{\text{kin,rot}} = F_y \left(s_y + f_y \right)$$

Es ist wichtig zu verstehen, dass das Punktteilchenmodell ein anderes Modell der Situation darstellt als das Modell des ausgedehnten Systems. Die Kräfte, die auf das Punktmodell wirken, sind in Größe und Richtung identisch mit den Kräften, die auf das erweiterte Systemmodell wirken, werden aber direkt auf das Punktteilchen angewendet, so dass die Verschiebungen, durch die diese Kräfte wirken, sich von den Verschiebungen der Kräfte unterscheiden, die auf das ausgedehnte System wirken.

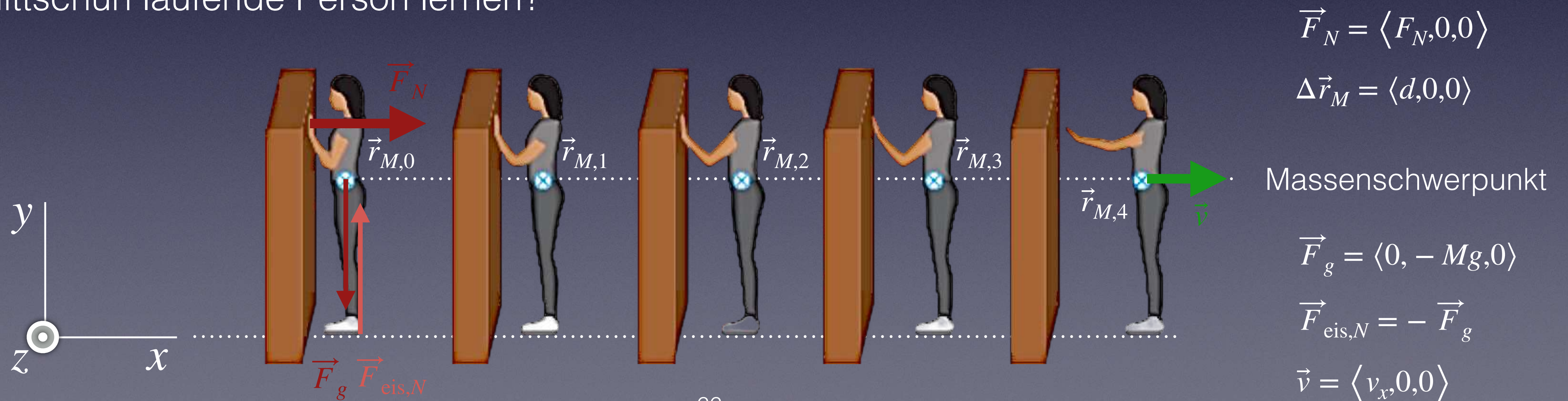
In diesem Jo-Jo-Beispiel ist der Unterschied zwischen den beiden Modellen sehr auffällig, denn die Arbeit, die die Kraft der Hand auf das ausgedehnte System ausübt, ist positiv, während die Arbeit, die diese Kraft auf das Punktteilchensystem ausübt, negativ ist. Wenn wir über den Impuls nachdenken, erkennen wir, dass die Kraft der Hand der Abwärtsbewegung des Massenschwerpunkts des Jo-Jos entgegenwirkt.

Interessanterweise ist die Änderung der kinetischen Rotationsenergie

$$\Delta E_{\text{kin,rot}} = F_y \left(s_y + f_y \right)$$

gleich der Arbeit, die du leisten würdest, um die Rotationsenergie eines Jo-Jos zu erhöhen, dessen Achse im Raum fixiert ist. Der Weg entspricht der Länge der Schnur $\left(s_y + f_y \right)$, die du von der Achse abwickeln würdest, und die Kraft deiner Hand würde dabei die Arbeit $F_y \left(s_y + f_y \right)$ verrichten.

Betrachten wir eine Person auf Schlittschuhen, die mit einer nahezu konstanten Kontaktkraft $-\vec{F}_N$ nach links gegen eine Wand stößt. Durch die Reziprozität elektrischer interatomarer Kräfte übt die Wand eine Kraft $+\vec{F}_N$ nach rechts auf den Schlittschuh laufenden aus. Infolgedessen bewegt sich die Person mit zunehmender Geschwindigkeit rückwärts. Ihr Massenschwerpunkt ist auf jedem Bild der Sequenz markiert. Schau bitte genau hin, dann wirst du sehen, dass sich der Massenschwerpunkt des Körpers ein wenig in Richtung seiner ausgestreckten Hände und Arme verschiebt, wenn die Person ihre Arme ausstreckt. Es handelt sich also nicht um einen festen Punkt im Körper der Person. Was können wir aus der Analyse des (1) Systems Punktteilchen und (2) des ausgedehnten Systems über die Schlittschuh laufende Person lernen?



Für das Punktteilchensystem (Massenschwerpunkt) erhalten wir:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \left(\vec{F}_N + \vec{F}_g + \vec{F}_{\text{eis},N} \right) \cdot \Delta \vec{r}_M$$

$$\Delta \left(\frac{1}{2} M v_x^2 \right) = F_N d$$

Für das ausgedehnte System erhalten wir:

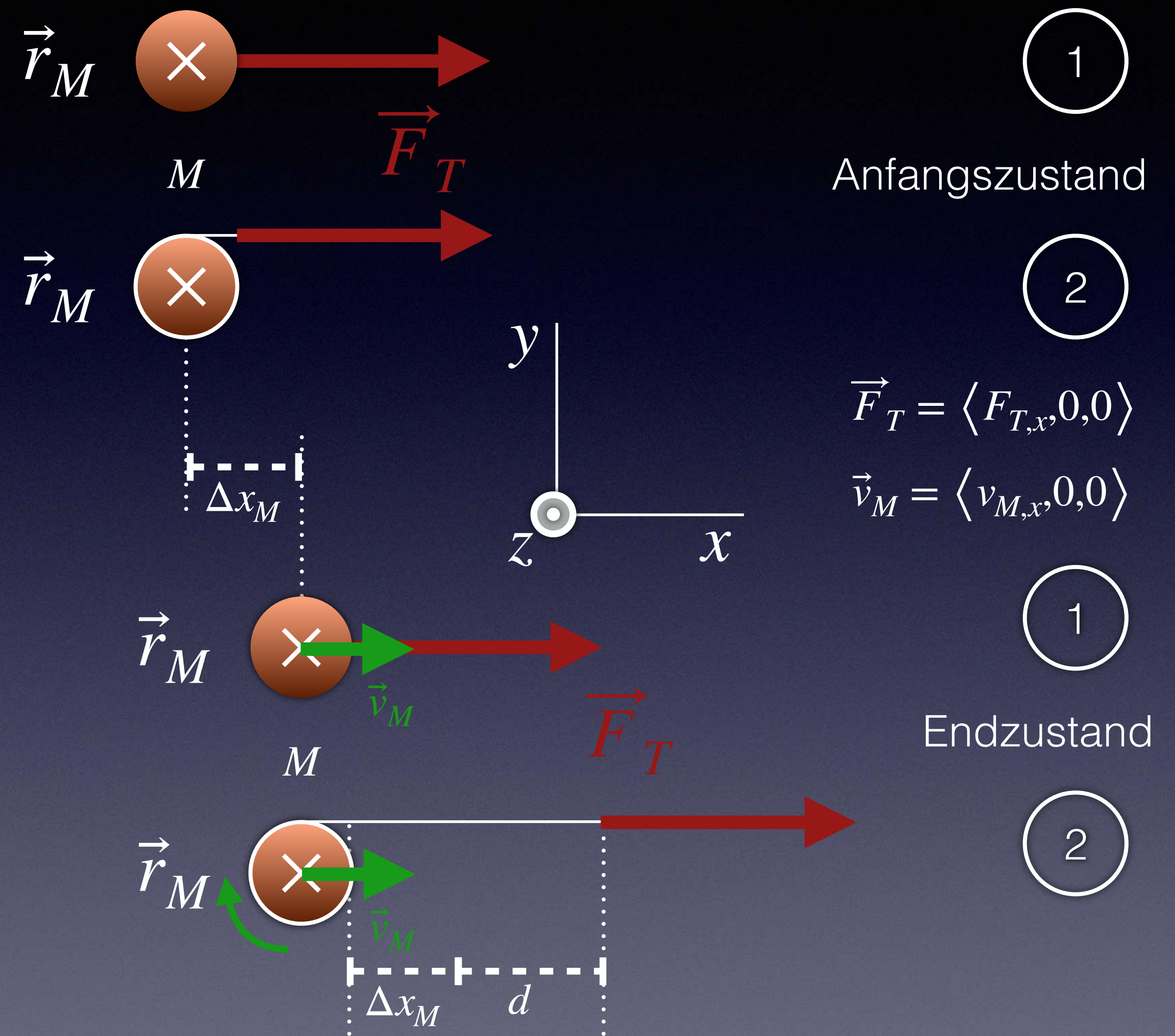
$$\Delta (E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}} + E_{\text{int}}) = \vec{F}_N \cdot \vec{0}$$

$$\vec{F}_N d + 0 + \Delta E_{\text{int}} = 0$$

$$\Delta E_{\text{int}} = - \vec{F}_N d$$

Aus der Analyse des Punktteilchensystems können wir die Endgeschwindigkeit des Laufenden bestimmen. Aus der Analyse des ausgedehnten Systems können wir die interne Energieänderung ableiten, die negativ ist, was einer Abnahme der gespeicherten chemischen Energie entspricht (und einer geringeren Zunahme der thermischen Energie, die mit einer höheren Körpertemperatur einhergeht).

Binde eine Schnur in der Mitte eines Hockey-Pucks fest und wickle eine weitere Schnur um die Außenseite eines zweiten Hockey-Pucks, wie nebenstehend gezeigt. Dann ziehen zwei Personen für dasselbe Zeitintervall Δt an den beiden Schnüren, so dass beide Schnüre die gleiche Spannung \vec{F}_T haben. Es mag überraschen, dass sich der Massenschwerpunkt beider Pucks über die gleiche Strecke und in die gleiche Richtung bewegt, aber denke daran, dass die x -Komponente des Prinzips Impuls für $|\vec{v}| \ll c$, wie folgt geschrieben werden kann: $M\Delta v_{M,x} = F_{\text{net},x}\Delta t$. In unserem Beispiel ist die Nettokraft für beide Pucks gleich, also stimmt auch die Bewegung des Massenschwerpunkts für beide Pucks überein.



Für das Punktteilchensystem (Massenschwerpunkt) erhalten wir:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \vec{F}_T \cdot \Delta \vec{r}_M$$

$$\Delta \left(\frac{1}{2} M v_{M,x}^2 \right) = F_{T,x} \Delta x_M$$

Für das ausgedehnte System mit versetzter Schnur erhalten wir:

$$\Delta \left(E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rot}} + E_{\text{int}} \right) = \vec{F}_T \cdot \langle \Delta x_M + d, 0, 0 \rangle$$

$$F_{T,x} \Delta x_M + \Delta E_{\text{kin,rot}} + 0 = F_{T,x} (\Delta x_M + d)$$

$$\Delta E_{\text{kin,rot}} = F_{T,x} d$$

Das Ergebnis ist sinnvoll: Person 2 zieht über eine längere Strecke als Person 1, und diese zusätzliche Arbeit entspricht der Zunahme der kinetischen Rotationsenergie des Hockey-Pucks.

Wenn du dir die verschiedenen Beispiele in diesem Abschnitt noch einmal ansiehst, wirst du feststellen, dass sich das Energieprinzip für das Punktteilchensystem und das Energieprinzip für das ausgedehnte System unterscheiden, wenn eine der Kräfte, die auf das ausgedehnte System wirken, über eine Verschiebung wirkt, die sich von der Verschiebung des Massenschwerpunkts unterscheidet. Oder anders ausgedrückt: Das Energieprinzip ist in beiden Analysen nur dann gleich, wenn alle Atome im System dieselbe Verschiebung erfahren (die dann notwendigerweise mit der Verschiebung des Massenschwerpunkts übereinstimmt).

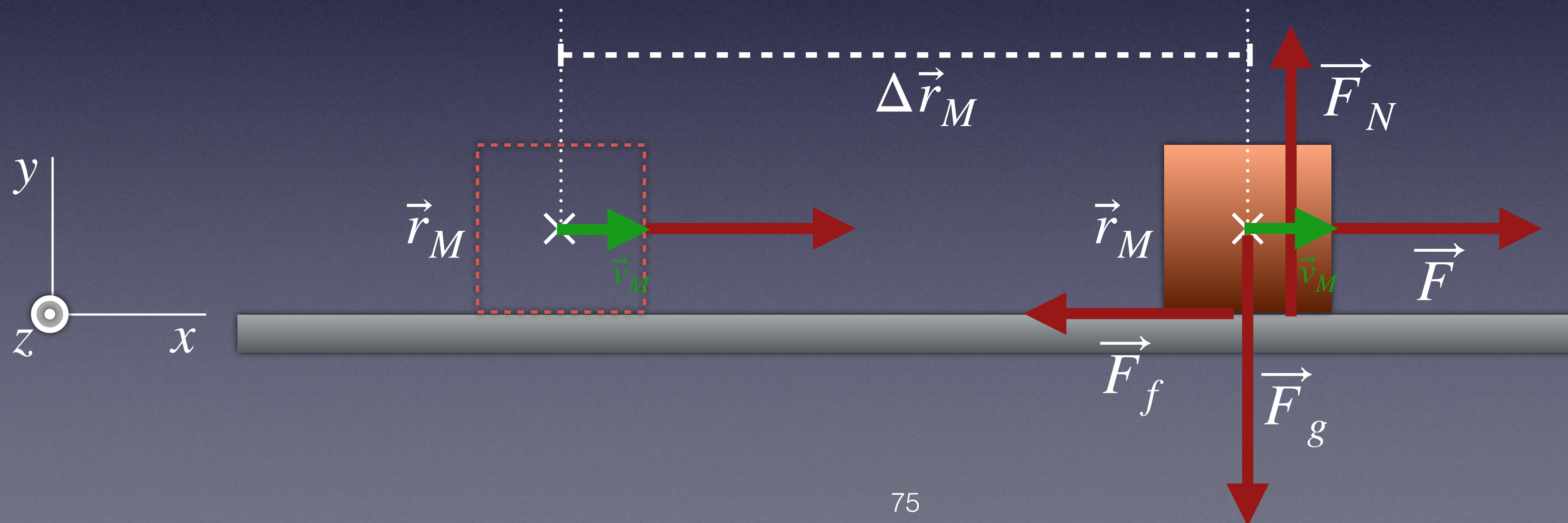
Eine Form- oder Konfigurationsänderung, oder eine Einwirkung von Kräften, die an einer Stelle wirken, die nicht der Massenmittelpunkt ist, sind Beispiele für Situationen, in denen zu erwarten ist, dass das Energieprinzip für die beiden Analysen unterschiedliche Informationen liefert, und in denen zu erwarten ist, dass sich die innere Energie ändert.

Modellierung der Reibung

In Kapitel 7 haben wir ein scheinbares Paradoxon beschrieben, das mit der Reibung zu tun hat: Wenn du einen Block mit konstanter Geschwindigkeit über einen Tisch ziehst, scheint keine Arbeit am Block verrichtet zu werden, da du eine bestimmte Arbeit $\vec{F} \cdot \vec{d}$ verrichtest und der Tisch anscheinend eine Arbeit $-\vec{F} \cdot \vec{d}$ verrichtet. Die Temperatur des Blocks steigt jedoch an, was auf eine Zunahme seiner inneren Energie hindeutet.

In diesem Abschnitt werden wir sehen, dass das Paradoxon dadurch entstanden ist, dass der gleitende Block fälschlicherweise nur als Punktteilchen betrachtet wurde, was für eine vollständige Analyse der energetischen Situation unzureichend ist. Offensichtlich muss es irgendeine Art von Verformung des Blocks geben und die Reibungskraft, die der Tisch auf den Block ausübt, muss über eine Wegstrecke wirken, die sich von der Verschiebung des Massenschwerpunkts unterscheidet.

Ein zentrales Thema, mit dem wir uns befassen werden, ist die Frage, wie viel Arbeit W_f durch die vom Tisch auf den Block ausgeübte Reibungskraft \vec{F}_f verrichtet wird. Du übst eine Kraft \vec{F} nach rechts aus, und der Tisch übt eine Kraft \vec{F}_f nach links aus. Die Änderung der kinetischen Energie $E_{\text{kin,trans}}$ eines fiktiven Punktteilchens ergibt sich aus dem Produkt der Nettokraft $\vec{F} + \vec{F}_f$ mal der Verschiebung $\Delta\vec{r}_M$ des Massenschwerpunkts.



$$\Delta E_{\text{kin,trans}} = \left(\vec{F} + \vec{F}_f \right) \cdot \Delta \vec{r}_M = 0$$

Da die Geschwindigkeit des Blocks konstant ist, bedeutet dies, dass die Reibungskraft gleich und entgegengesetzt zu der Kraft ist, die man anwendet. Die innere Energie taucht in dieser Energiegleichung für das Punktteilchensystem nicht auf, da sich diese Gleichung nur mit der Bewegung des Massenschwerpunkts befasst, nicht aber mit den weiteren Arten von Energie eines ausgedehnten Systems. Das Ergebnis $\vec{F}_f = -\vec{F}$ hätte man genau so gut aus dem Prinzip Impuls, über $d\vec{p}_{\text{sys}}/dt = \vec{F}_{\text{net}}$, erhalten können.

Die Energiegleichung für das ausgedehnte System des Blocks kann wie folgt geschrieben werden, wobei die von dir geleistete Arbeit $\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M$ ist und die vom Tisch geleistete Arbeit mit W_f bezeichnet wird:

$$\Delta E_{\text{kin,trans}} + \Delta E_{\text{int}} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M + W_f, \text{ führt zu}$$

$$\Delta E_{\text{int}} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M + W_f.$$

Da die Änderung der inneren Energie ΔE_{int} mit Sicherheit positiv ist (der Block erwärmt sich), muss $|W_f| < |\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M|$ sein. Da $\vec{F}_f = -\vec{F}$ gilt, muss \vec{F}_f über eine effektive Strecke $|\vec{d}_{\text{eff}}| < |\Delta\vec{r}_M|$ wirken! Mit dieser Annahme erhalten wir

$$\Delta E_{\text{int}} = \vec{F} \cdot \left(\Delta\vec{r}_M - \vec{d}_{\text{eff}} \right).$$

Wie kann die effektive Weglänge $|\vec{d}_{\text{eff}}|$, über die die Reibungskraft \vec{F}_f wirkt, kleiner sein als die Strecke $|\Delta\vec{r}_M|$, über die sich der Block bewegt? Wir können dies verstehen, wenn wir uns ein mikroskopisches Bild davon machen, was auf den sich berührenden Oberflächen passiert.

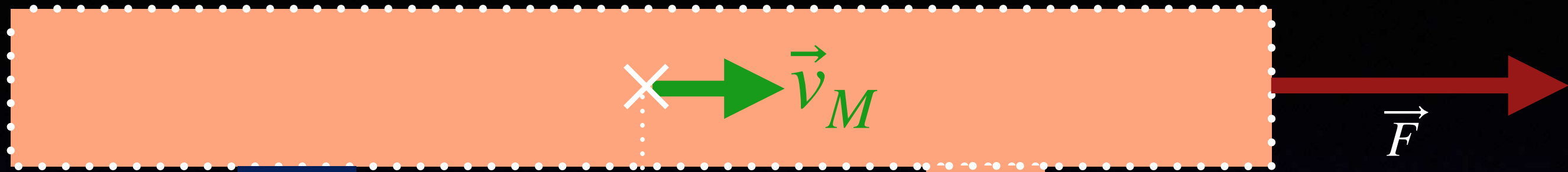
Wenn ein Metallblock auf einem anderen Metallblock gleitet, wird dies oftmals von nur wenigen, hervorstehenden Unebenheiten getragen, die unter dem Begriff „Rauheit“ zusammengefasst werden.

Betrachten wir den Sonderfall zweier identischer, aus gleichem Material bestehender Blöcke. Der obere Block wird dabei über den darunter liegenden, ruhenden Block gezogen. Dabei berühren sich die beiden Blöcke nur an den größten hervorstehenden Unebenheiten. Die beiden auf der nachfolgenden Seite gezeigten „Zähne“ sind als repräsentativ für die zeitlichen und räumlichen Mittelwerte der Gleitreibung anzusehen.

Da wir es mit zwei identischen Blöcken zu tun haben (gleiches Material), wird auf Grund der Symmetrie die auf den oberen Block ausgeübte Reibungskraft $\vec{F} = -\vec{F}$ im Durchschnitt in zwei Kräfte $-\vec{F}/2$ aufgeteilt, die jeweils an den Enden der beiden hervorstehenden „Zähne“ auftreten.

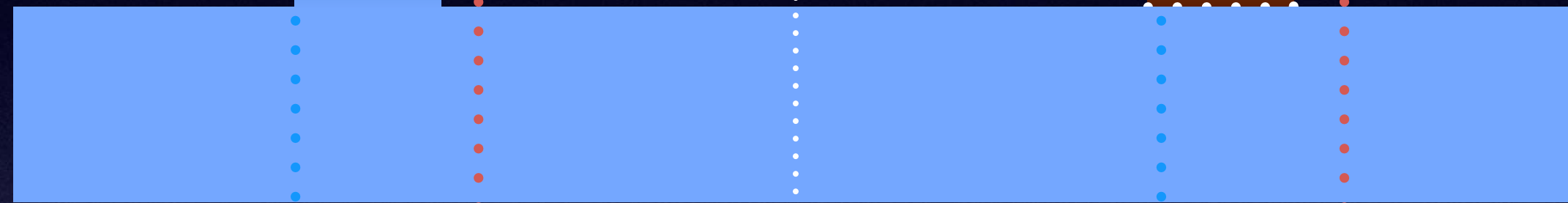
System „oberer Block“

beweglicher Block



Anfangszustand

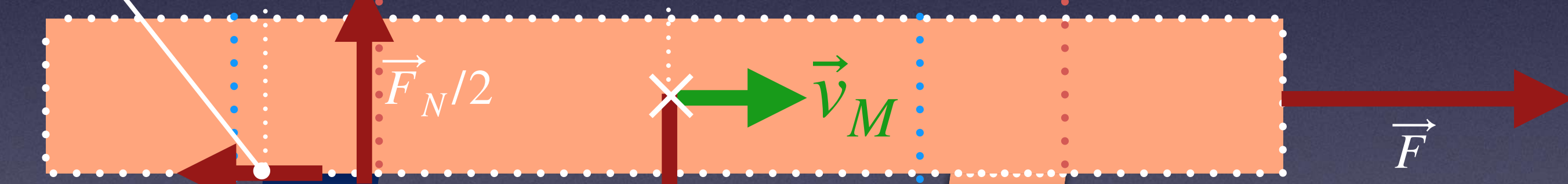
ruhender Block



$$W_{f,1} = -\frac{\vec{F}}{2} \cdot \Delta\vec{r}_M$$



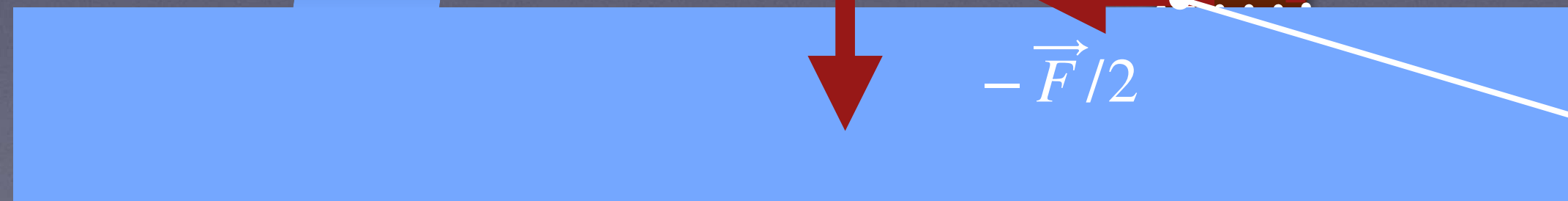
beweglicher Block



$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M$$

Endzustand

ruhender Block



$$W_{f,2} = -\frac{\vec{F}}{2} \cdot \vec{0}$$

In der Abbildung auf der vorangehenden Folie ist zu sehen, dass sich bei der Bewegung des oberen Klotzes um $\Delta\vec{r}_M$ nach rechts, auch der obere Kontakt um eine Strecke $\Delta\vec{r}_M$ verschoben wird, während sich der untere Kontakt überhaupt nicht bewegt. Die Reibungsarbeit W_f beträgt also

$$W_f = W_{f,1} + W_{f,2} = -\frac{1}{2}\vec{F} \cdot (\Delta\vec{r}_M + \vec{0}) .$$

Mit $\vec{d}_{\text{eff}} = \Delta\vec{r}_M/2$ erhalten wir für die ΔE_{int}

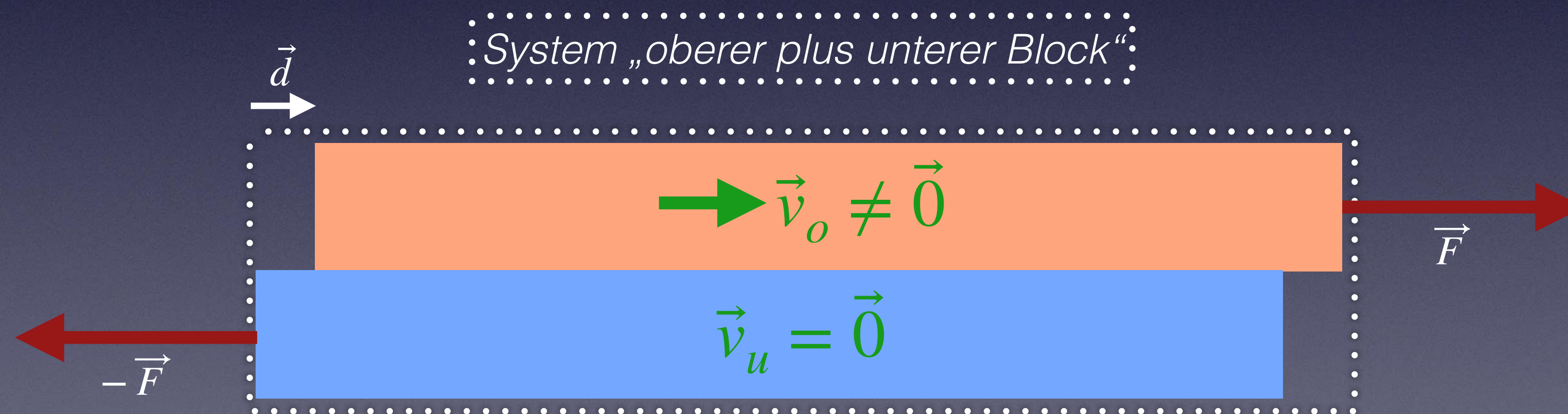
$$\Delta E_{\text{int}} = \vec{F} \cdot (\Delta\vec{r}_M - \vec{d}_{\text{eff}}) = \frac{1}{2}\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}_M , \text{ und damit } \Delta E_{\text{int}} > 0 .$$

Schließlich zerbrechen die „Zähne“ unter der Belastung und „neue Zähne“ treten in Aktion. Der Prozess beginnt von vorne.

Der wesentliche Grund, warum die Reibungskraft über eine geringere Verschiebung $\Delta \vec{r}_M$ wirken kann, ist, dass der Block verformbar ist. Alle Atome im oberen Block bewegen sich schließlich um die gleiche Verschiebung $\Delta \vec{r}_M$, aber wegen des Haft-/Gleitkontakts zwischen den Blöcken wirkt die Reibungskraft $\vec{F}_f = -\vec{F}$ nur für einen Teil der Verschiebung ($\Delta \vec{r}_M/2$ im Sonderfall identischer Blöcke).

Der Berührungspunkt der Reibungskraft bewegt sich nicht in der gleichen Weise wie der Massenschwerpunkt. Es sei deshalb nochmals daran erinnert, dass die Energiegleichung für das Punktteilchensystem nicht dieselbe ist wie die Energiegleichung für das ausgedehnte System, wenn das System verformbar ist.

Für den speziellen Fall, dass ein Block auf einem identischen Block gleitet, können wir $\left| \vec{d}_{\text{eff}} \right|$ unabhängig von dem jeweiligen Modell der aneinander reibenden Oberflächen berechnen. Betrachten wir dazu ein System, das aus beiden Blöcken zusammen besteht. Hierbei wird der untere Block festgehalten. Der obere Block wird darüber hinweg gezogen.



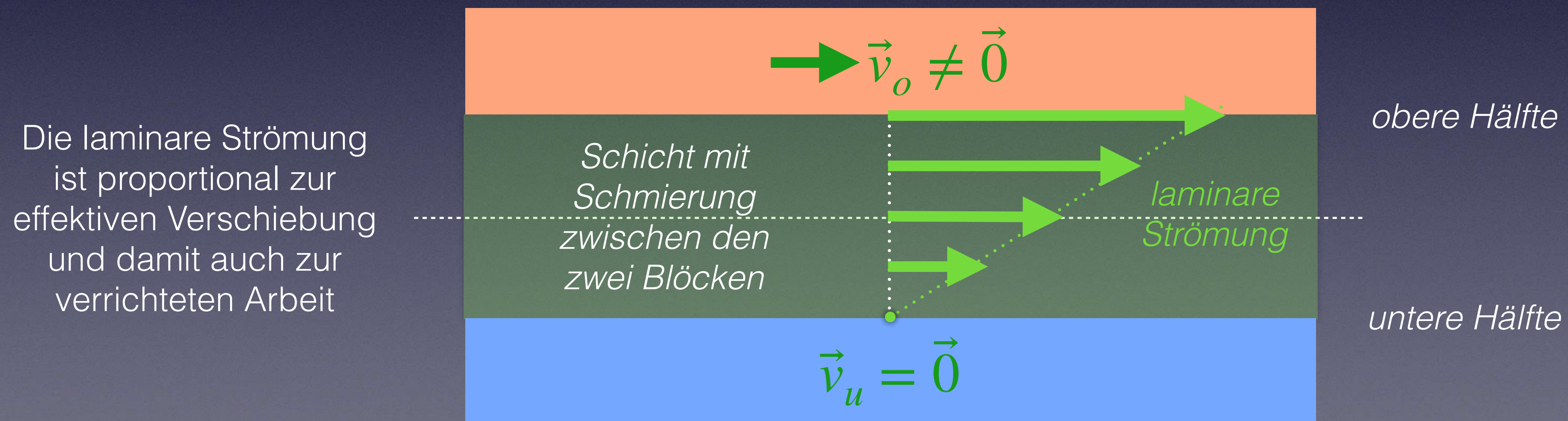
Der untere Block wird durch eine Kraft auf der linken Seite festgehalten (um zu verhindern, dass er nach rechts gezogen wird). Diese Zwangskraft wirkt über eine Weglänge null (der untere Block steht still), also verrichtet diese Kraft auch keine Arbeit ($W_u = -\vec{F} \cdot \vec{0}$). Die einzige Arbeit, die an dem System aus zwei Blöcken verrichtet wird, ist die beim Ziehen des oberen Blocks verrichtete Arbeit ($W_o = \vec{F} \cdot \vec{d}$). Die Energiegleichung für das erweiterte Zwei-Block-System lautet also wie folgt:

$$\Delta E_{\text{int},o} + \Delta E_{\text{int},u} = \vec{F} \cdot \vec{d}. \text{ Mit } \Delta E_{\text{int},u} = \Delta E_{\text{int},o} \equiv \Delta E_{\text{int}} \text{ folgt}$$

$$\Delta E_{\text{int}} = \frac{1}{2} \vec{F} \cdot \vec{d} \equiv \vec{F} \cdot \vec{d}_{\text{eff}}, \text{ und somit } \vec{d}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \vec{d}.$$

Hierbei wurde die Symmetrie des Systems (zwei identische Blöcke) vorteilhaft ausgenutzt. Außerdem sehen wir, dass die Wahl dieses Systems Vorteile bei der Bestimmung von ΔE_{int} bietet.

Es ist interessant zu sehen, dass das modellunabhängige Ergebnis, $\vec{d}_{\text{eff}} = \vec{d}/2$, für zwei identische Blöcke auch für den Fall mit Schmierung gilt. Wir trennen die beiden identischen Blöcke durch einen Film aus viskosem Schmieröl, so dass die beiden Blöcke keinen direkten Kontakt haben. Definieren wir als die symmetrischen Systeme den oberen Block mit der oberen Hälfte des Öls und den unteren Block mit der unteren Hälfte des Öls nehmen, sehen wir, dass die (konstante) Scherkraft zwischen den beiden Systemen (in der Mittelebene im Öl) über eine Strecke wirkt, die wiederum die Hälfte der Verschiebung des oberen Blocks beträgt.



Kinetische Energie eines Mehrteilchen-Systems

In diesem Abschnitt leiten wir das wichtige Ergebnis ab, dass

$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}}$ ist, worin $E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2}M |\vec{v}_M|^2$ (für $|\vec{v}_M| \ll c$) und

die kinetische Energie $E_{\text{kin,rel}}$ relativ zum Massenschwerpunkt ist. Dieses Ergebnis klingt völlig plausibel, aber der formale Beweis ist ziemlich schwierig. Wie bei der Berechnung der Gravitationsenergie eines aus mehreren (Punkt-) Objekten bestehenden Systems hängt die Ableitung der kinetischen Energie eines Mehrteilchensystems von der Definition des Massenschwerpunkts \vec{r}_M einer Ansammlung von (Punkt-) Objekten (Atomen) ab. Der Ortsvektor des i -ten Objekts (Atoms) kann als Summe zweier Vektoren ausgedrückt werden: einer vom Koordinaten-Ursprung zum Massenschwerpunkt \vec{r}_M plus ein weiterer vom Massenschwerpunkt zum i -ten Objekt (Atom), $\vec{r}_{i,M}$. Wir erhalten:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_M + \vec{r}_{i,M}.$$

Die kinetische Energie des i -ten Objekts (Atoms) ist

$$E_{\text{kin},i} = \frac{1}{2}m_i \left| \vec{v}_i \right|^2$$

$$E_{\text{kin},i} = \frac{1}{2}m_i \left| \frac{d}{dt} (\vec{r}_M + \vec{r}_{i,M}) \right|^2$$

$$E_{\text{kin},i} = \frac{1}{2}m_i \left| \vec{v}_M + \vec{v}_{i,M} \right|^2.$$

Dies kann umgeschrieben werden, indem man ausnutzt, dass das Betragsquadrat eines Vektors als skalares Produkt zweier Vektoren geschrieben werden kann.

$$\frac{1}{2}m_i \left| \vec{v}_M + \vec{v}_{i,M} \right|^2 \equiv \frac{1}{2}m_i \left((\vec{v}_M + \vec{v}_{i,M}) \cdot (\vec{v}_M + \vec{v}_{i,M}) \right)$$

$$\frac{1}{2}m_i \left| \vec{v}_M + \vec{v}_{i,M} \right|^2 \equiv \frac{1}{2}m_i \left(\left| \vec{v}_M \right|^2 + \left| \vec{v}_{i,M} \right|^2 + 2 (\vec{v}_M \cdot \vec{v}_{i,M}) \right)$$

Wir betrachten auf der nachfolgenden Folie die geklammerten drei Terme der rechten Seite der Gleichung separat. Dabei bilden wir zugleich die Summe über alle (Punkt-) Objekte (Atome).

1. Term:

$$\frac{1}{2} \left(\sum_i m_i \right) |\vec{v}_M|^2 \equiv \frac{1}{2} M |\vec{v}_M|^2 \equiv E_{\text{kin,trans}} .$$

2. Term:

$$\frac{1}{2} \sum_i \left(m_i |\vec{v}_{i,M}|^2 \right) \equiv E_{\text{kin,rel}} .$$

3. Term:

der relative Impuls
zum Schwerpunkt ist $\vec{0}$

$$\vec{v}_M \cdot \left(\sum_i m_i \vec{v}_{i,M} \right) \equiv \vec{v}_M \cdot \frac{d}{dt} \left(\sum_i m_i \vec{r}_{i,M} \right) = 0 .$$

aus der Definition des
Massenschwerpunkts
folgt, dass die Summe
 $\vec{0}$ sein muss.

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rel}}$$

Energiegleichung für ein Punktteilchen

In diesem Kapitel haben wir gezeigt, dass die Energiegleichung für auf ein Punktteilchen reduziertes Systems aus der Tatsache folgt, dass die Bewegung des Massenschwerpunkts $d\vec{r}_M/dt$ genau wie die eines Punktteilchens mit der Gesamtmasse M des ausgedehnten Systems ist und der auf das ausgedehnte System einwirkenden Nettokraft \vec{F}_{net} . Nachfolgend geben wir eine formale Herleitung dieses wichtigen Ergebnisses.

Wir gehen dabei zunächst von der x -Komponente der Gleichung für den Impuls eines Mehrteilchensystems aus, dessen Massenschwerpunkt sich mit $|\vec{v}_M| \ll c$ bewegt:

$$\frac{dp_{\text{sys},x}}{dt} = F_{\text{net},x} \approx M \frac{dv_{M,x}}{dt} .$$

$$M \int_i^f \frac{dv_{M,x}}{dt} dx_M = \int_i^f F_{\text{net},x} dx_M$$

$$M \int_i^f \frac{dx_M}{dt} dv_{M,x} = \int_i^f F_{\text{net},x} dx_M$$

$$M \int_i^f v_{M,x} dv_{M,x} = \int_i^f F_{\text{net},x} dx_M$$

$$M \left[\frac{1}{2} v_{M,x}^2 \right]_i^f \equiv \Delta \left(\frac{1}{2} M v_{M,x}^2 \right) = \int_i^f F_{\text{net},x} dx_M$$

Wir können genau dasselbe Vorgehen für die y- und z-Richtung durchführen.

$$\text{Mit } \frac{1}{2}M \left(v_{M,x}^2 + v_{M,y}^2 + v_{M,z}^2 \right) = \frac{1}{2}M \left| \vec{v}_M \right|^2 \text{ und}$$

$$F_{\text{net},x} dx_M + F_{\text{net},y} dy_M + F_{\text{net},z} dz_M = \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r}_M \text{ erhalten wir}$$

$$\Delta \left(M \left| \vec{v}_M \right|^2 \right) = \int_i^f \vec{F}_{\text{net}} \cdot d\vec{r}_M .$$

In Worten: Die Änderung der translatorischen kinetischen Energie eines Systems ist gleich dem Integral der Nettokraft, die durch die Verschiebung des Massenschwerpunkts wirkt. Im Gegensatz dazu beinhaltet die eigentliche Energiegleichung für das ausgedehnte System die von jeder einzelnen Kraft geleistete Arbeit durch die Verschiebung des Angriffspunkts dieser Kraft. Wenn sich das System verformt oder dreht, müssen diese Verschiebungen der einzelnen Kräfte nicht mit der Verschiebung des Massenschwerpunkts übereinstimmen.

Kontrollpunkt 6

K6.1: Das Prinzip Impuls für Mehrteilchensysteme scheint zu besagen, dass sich der Massenschwerpunkt eines Systems so bewegt, als wäre das System ein Punktteilchen. Dies veranlasste Christian zu der Frage: „Würde das nicht bedeuten, dass ein Stück Papier auf die gleiche Weise fallen müsste wie eine kleine Metallkugel, wenn sie die gleiche Masse haben?“ (1) Erkläre Christian sorgfältig die Lösung dieses Rätsels.

K6.2: Betrachte eine Reise zum Mond mit einem Raumschiff. (1) Würde es einen Unterschied machen, wenn auch nur einen winzigen, ob das Raumschiff sehr lang oder sehr kurz ist, wenn die Masse die dieselbe ist?

Antworten
(zu den „Kontrollpunkten“)

$$\underline{\text{K1.1:}} \text{ (1) } T = 1/6 \text{ s, } |\vec{\omega}| = 2\pi/T = 12\pi \simeq 37.7 \text{ rad/s. (2)}$$

$$E_{\text{kin,rot}} = 2 \times \frac{1}{2} m \left(|\vec{\omega} r| \right)^2, E_{\text{kin,rot}} = 0.8 \times (12\pi \times 0.175)^2 \text{ J}, E_{\text{kin,rot}} \simeq 34.82 \text{ J.}$$

$$\underline{\text{K2.1:}} \text{ (1) } E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} \frac{1}{12} ML^2 |\vec{\omega}|^2, E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{24} \times 1.2 \times 0.7^2 \times 50^2 \text{ J} \simeq 61.25 \text{ J.}$$

$$\text{(2) } E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} M |\vec{v}_M|^2, E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} \times 1.2 \times 8^2 \text{ J} \simeq 38.4 \text{ J,}$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{kin,trans}} + E_{\text{kin,rot}} \simeq 99.65 \text{ J.}$$

$$\underline{\text{K3.1:}} \text{ (1) } |\vec{\omega}| = 2\pi/T = 10\pi, E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} \frac{2}{5} MR^2 |\vec{\omega}|^2,$$

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{5} \times 10 \times 0.4^2 \times (10\pi)^2 \text{ J} \simeq 315.8 \text{ J.}$$

K4.1: (1) Mit $\omega = 2\pi/T$ und $T = 2\pi r/v$ folgt $\omega = v/r$. (2) Mit

$$E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{2} \frac{2}{5} MR^2 |\vec{\omega}|^2 \text{ folgt } E_{\text{kin,rot}} = \frac{1}{5} MR^2 \left(\frac{v}{r}\right)^2. \text{ (3) Mit}$$

$$E_{\text{kin,trans}} = \frac{1}{2} Mv^2 \equiv \frac{1}{2} Mr^2 \left(\frac{v}{r}\right)^2 \text{ folgt } E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \left(Mr^2 + \frac{2}{5}MR^2\right) \left(\frac{v}{r}\right)^2.$$

K5.1: (1) Mit $\Delta p_x = F_{\text{net},x} \Delta t$ folgt $F_{\text{net},x} = \Delta p_x / \Delta t$,

$F_{\text{net},x} = 50 \times 10 \div 3 \text{ N} \simeq 166.7 \text{ N}$. (2) Mit $E_{\text{kin,trans}} = F_{\text{net},x} \Delta x$ folgt

$\Delta x = E_{\text{kin,trans}} / F_{\text{net},x}$, $\Delta x = 0.5 \times 10 \times 3 \simeq 15 \text{ m}$. (3) Im ausgedehnten System

leistet diese Kraft allerdings keine Arbeit, also $\Delta W = 0$, da die Schuhe des Läufers nicht rutschen. (4) Wählt man das Punktteilchensystem, so ist

$\Delta W = F_{\text{net},x} \Delta x = 2500 \text{ J}$. (5) Die interne Energie des Läufers muss um 2500 J

abnehmen, insbesondere wird gespeicherte chemische Energie verbraucht.

K6.1: (1) Insofern alle Kräfte identisch wären, müsste die Bewegung der beiden Massenschwerpunkte (Kugel, Papier) identisch sein. Allerdings wirken nahe der Erdoberfläche auch noch andere Kräfte auf fallende Objekte ein, z.B. der Luftwiderstand, so dass die resultierende Netto-Kraft \vec{F}_{net} die bei beiden Objekte unterschiedlich ist. Man beachte allerdings auch dieses Video: <https://youtu.be/KDp1tiUsZw8?feature=shared> (fallender Hammer und Feder auf dem Mond).

K6.2: (1) Bei einem sehr kurzen Raumschiff kann die einwirkende Gravitationskraft näherungsweise als konstant betrachtet werden. Dies ist für ein (sehr) großes Raumschiff nicht mehr der Fall: die Gravitationskraft variiert nach Betrag und Richtung über die Ausdehnung des Raumschiffs hinweg. Die Differenz zum Mittelwert der Gravitationskraft wird auch als Gezeitenkraft bezeichnet. Damit ist die zu leistende Arbeit, um das Raumschiff zum Mond zu bringen, für jeden Teil des Raumschiffs und auch für das gesamte Raumschiff geringfügig verschieden.

Nachwort

Die Folien versuchen eine Einführung in die Physik aus der Perspektive des 20. Jahrhunderts zu geben. Physiker erstellen Modelle der natürlichen Welt, die auf einer kleinen Anzahl grundlegender physikalischer Prinzipien und auf einem Verständnis der mikroskopischen Struktur der Materie beruhen, und sie wenden diese Modelle an, um ein sehr breites Spektrum physikalischer Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

Abfolge und Inhalt dieser Folien lehnen sich ganz eng an das Buch *Matter and Interactions* von Ruth W. Chabay und Bruce E. Sherwood an (4. Auflage, November 2017, 1040 Seiten, eText, Wiley & Sons Ltd, ISBN: 978-1-119-02908-3). Abbildungen, soweit nicht anders erwähnt, entstammen ebenfalls diesem Buch.

Ende

Folien zusammengestellt von Günther Lang

Es folgt: Teil 10 - Kollisionen