

Moderne Mechanik

Teil 8

Quantisierung der Energie

Ziele

Nach Durchsicht dieser Folien solltest du in der Lage sein,

- die Energie eines Photons, das bei einem Übergang zwischen bestimmten Energieniveaus emittiert oder absorbiert wird, zu berechnen.
- Anhand eines Emissionsspektrums ein Diagramm der möglichen Energieniveaus für ein System konstruieren.
- Die Energieniveaus eines quantisierten harmonischen Oszillators anhand seiner mikroskopischen Eigenschaften (Steifigkeit, Masse) zu berechnen.

Das Prinzip Energie gilt sowohl für mikroskopische als auch für makroskopische Systeme. In diesem Kapitel werden wir das Energieprinzip auf Systeme wie Atome und Moleküle, sowohl in gasförmiger als auch in fester Form, anwenden. Insbesondere das Verständnis der Schwingungsenergie von Atomen in einem festen Gitter und in zweiatomigen Molekülen wird eine wichtige Grundlage für unsere Untersuchung der Entropie in Kapitel 12 sein.

Übersicht

- Photonen
- Energieniveaus von Elektronen
- Der Einfluss der Temperatur
- Energieniveaus der Vibration (von Molekülen)
- Energieniveaus der Rotation (von Molekülen)
- Weitere Energieniveaus
- Vergleich der Abstände zwischen den verschiedenen Energieniveaus
- Zufällige Zeitspanne bis zur Emission eines Photons
- Fallstudie: wie ein Laser arbeitet
- Die Wellenlänge von Licht
- Antworten (zu den „Kontrollpunkten“)
- Nachwort

Photonen

In diesem Kapitel werden wir uns unter anderem mit der Wechselwirkung von Licht und Materie befassen. Für die Zwecke dieses Kapitels interessieren wir uns nur für die Tatsache, dass Licht eine Form von Energie ist - Überlegungen zu den optischen Eigenschaften von Licht werden auf später verschoben. In einem modernen Modell des Lichts besteht ein Lichtstrahl aus vielen Teilchen, den so genannten „Photonen“. Ein Photon ist ein Teilchen, das nur kinetische Energie besitzt - seine Ruheenergie ist gleich Null. Ein Photon kann also niemals in Ruhe sein! Man kann es sich als ein Energiepaket vorstellen, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Ein Atom kann Energie gewinnen, indem es ein Photon absorbiert; in diesem Fall wird die gesamte Energie des Photons auf das Objekt übertragen, und das Photon existiert nicht mehr. Umgekehrt kann ein Objekt Energie verlieren, indem es ein Photon mit einer bestimmten Energiemenge aussendet. Der allgemeine Begriff für Photonen ist „elektromagnetische Strahlung“ (oder einfach „Licht“). In späteren Kapiteln über Elektrizität und Magnetismus werden wir uns eingehender mit den elektrischen und magnetischen Aspekten der elektromagnetischen Strahlung befassen und auch ihre wellenartigen Aspekte erörtern.

Auch Photonen verfügen über Impuls. Das Prinzip Impuls gilt daher auch für die Absorption und Emission von Photonen. In Kapitel 6 haben wir gesehen, dass für jedes Punktteilchen

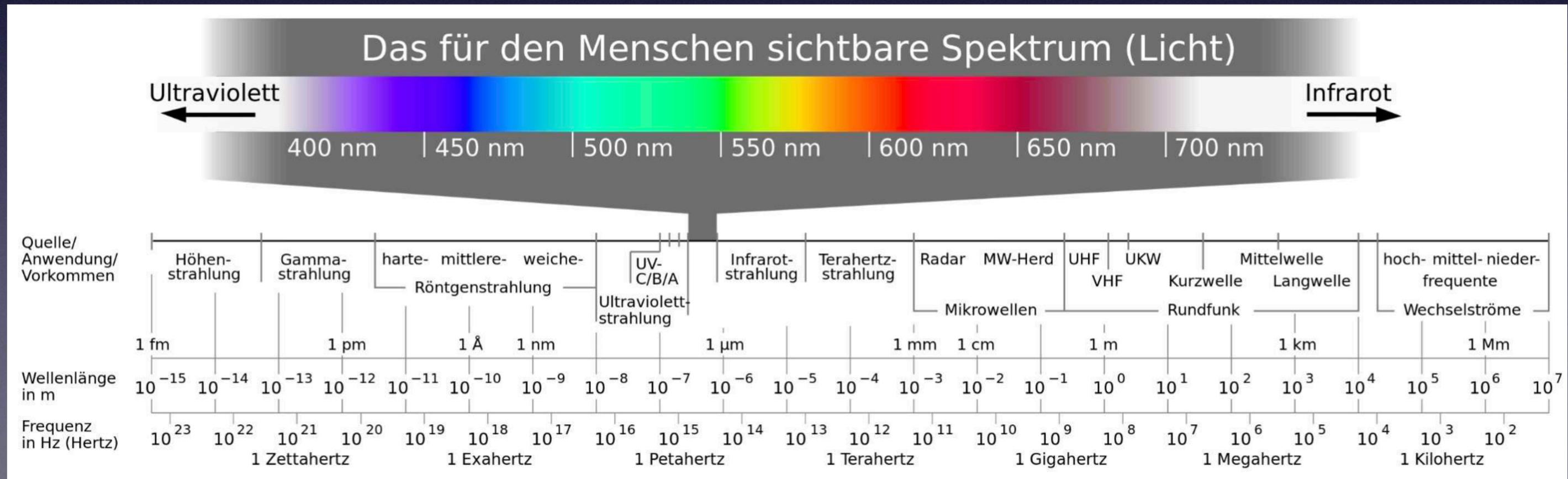
$$E^2 = (mc^2)^2 + \left(|\vec{p}| c \right)^2$$

gilt. Da die Ruhemasse eines Photons gleich Null ist, erhalten wir mit

$$E^2 = \left(|\vec{p}| c \right)^2 \rightarrow |\vec{p}| = \frac{E}{c}$$

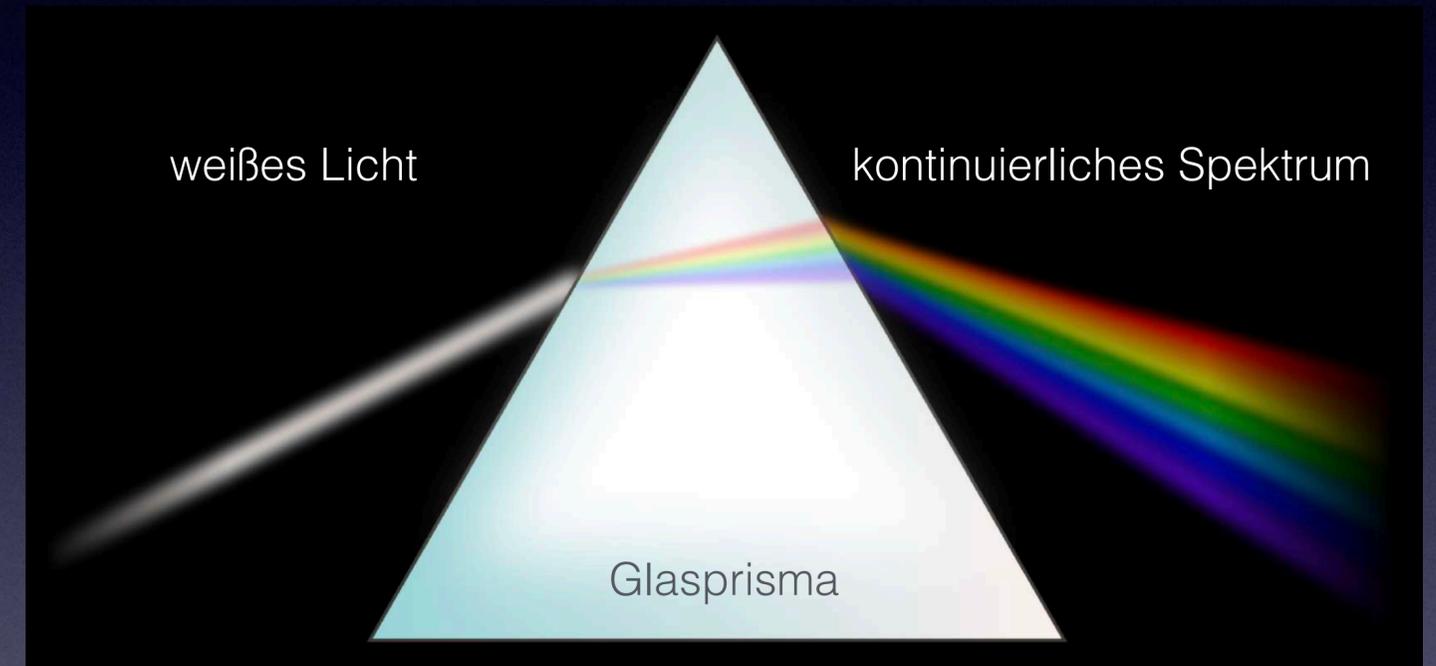
den Impuls eines Photons aus dessen Energie E dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit c . Dieses Ergebnis gilt in guter Näherung auch für jedes andere Teilchen, das sich so schnell bewegt, dass $mc^2 \ll E$ ist.

In der Vergangenheit wurden Photonen in verschiedenen Energiebereichen mit unterschiedlichen Bezeichnungen versehen, weil die Instrumente, die zum Nachweis und zur Messung elektromagnetischer Strahlung benötigt werden, von den jeweiligen Photonenenergien abhängen. Der gesamte Bereich der möglichen Photonenenergien wird als elektromagnetisches Spektrum bezeichnet. Nur Photonen, deren Energie etwa zwischen 1.8 eV (rotes Licht) und 3.1 eV (violettes Licht) liegt, können vom menschlichen Auge wahrgenommen werden (sichtbares Licht).



Obwohl schon früher Wissenschaftler, darunter Isaac Newton, darüber spekuliert hatten, dass Licht aus diskreten Teilchen bestehen könnte, wurden erst zu Beginn des 20. Jahrhunderts eindeutige Beweise für die Teilchennatur des Lichts erbracht. Wie bei den Atomen wurde die nicht kontinuierliche, „klumpige“ Natur des Lichts lange Zeit nicht bemerkt, weil die Energiemenge, die ein einzelnes Photon in einem gewöhnlichen Lichtstrahl transportiert, im Vergleich zur Gesamtenergie des Strahls extrem gering ist. Inzwischen ist es Routine geworden, einzelne Photonen in einem sehr schwachen Lichtstrahl zu erkennen und die Energie eines einzelnen Photons zu messen. Die Beobachtung der Wechselwirkung von Photonen und gewöhnlicher Materie hat wichtige Erkenntnisse über die innere Struktur von Molekülen, Atomen und Atomkernen geliefert.

Man kann einen sichtbaren Lichtstrahl in seine Energiekomponenten zerlegen, indem man einen schmalen Strahl durch ein Prisma schickt. Du hast wahrscheinlich schon einmal das kontinuierliche „Regenbogenspektrum“ gesehen, das entsteht, wenn gewöhnliches weißes Licht durch ein Prisma fällt, wie in der nebenstehenden Abbildung gezeigt wird. Dein Auge reagiert unterschiedlich auf Photonen mit unterschiedlicher Energie, weshalb du ein buntes Spektrum siehst.



Ein Prisma trennt einen schmalen Strahl weißen Lichts in ein kontinuierliches „Regenbogen“ von Farben. Die Farbe des sichtbaren Lichts hängt mit der Energie der Photonen zusammen; ein „rotes“ Photon hat weniger Energie als ein „blaues“ Photon.

Kontrollpunkt 1

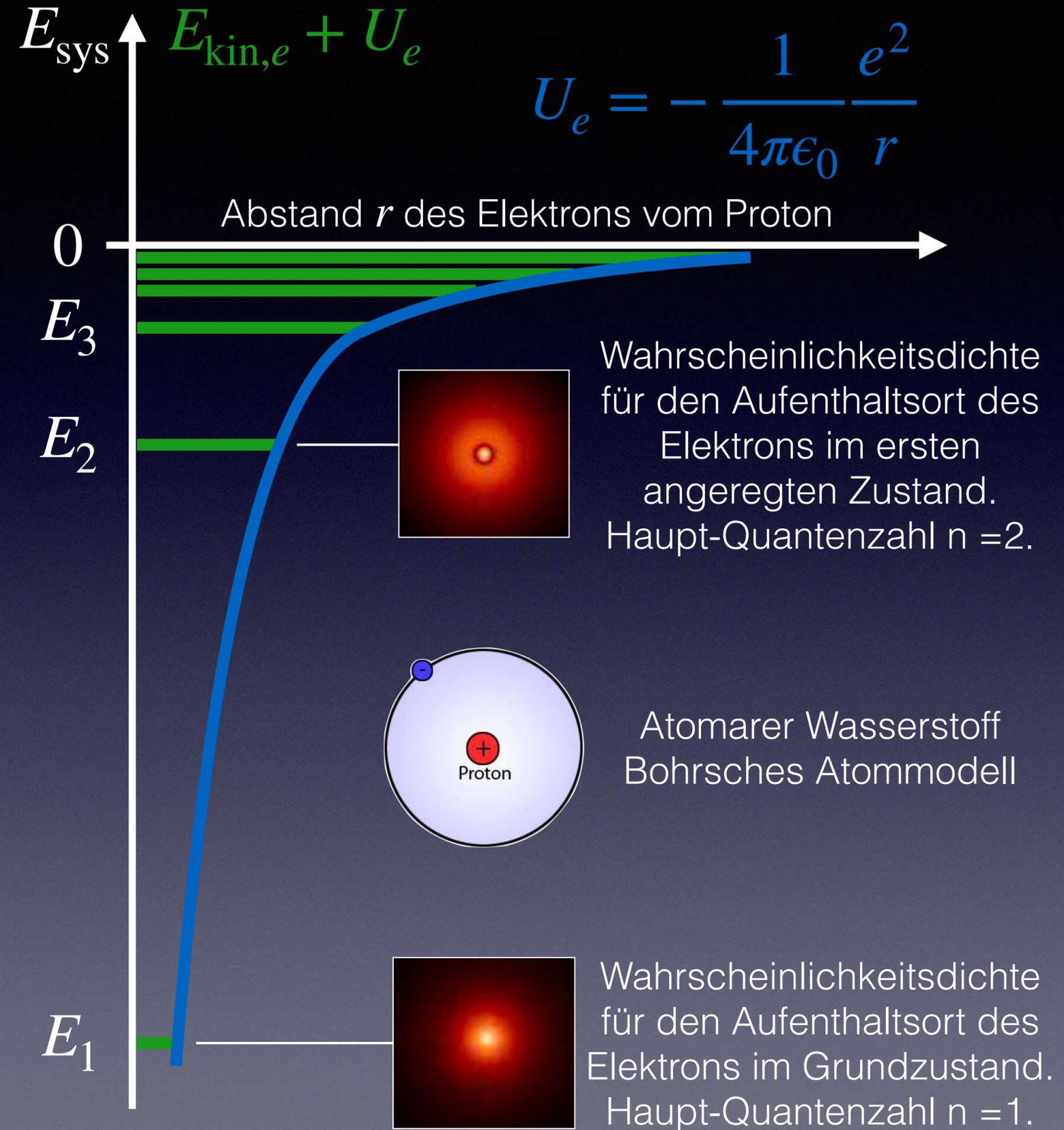
1. Die Energie eines Photons für grünes Licht liegt zwischen den Werten für rotes und violette Licht. (1) Wie hoch ist die ungefähre Energie der Photonen im grünen Licht? (2) Die Intensität des Sonnenlichts über der Erdatmosphäre beträgt etwa 1.4 kW/m^2 . Ausgehend von der Energie eines Photons für grünes Licht, wieviele derartige Photonen treffen pro Sekunde auf einer Fläche von einem Quadratmeter ein? (Auch deshalb wurde die Teilchennatur des Lichts so lange nicht bemerkt).

Energieniveaus von Elektronen

Eine der aufregendsten Entdeckungen des frühen 20. Jahrhunderts war, dass die innere Energie eines Atoms nur dann stabil sein kann, wenn es bestimmte diskrete Werte der inneren Energie gibt, die so genannten Energieniveaus. Ein Beispiel für diskrete Energieniveaus ist die Energie, die mit der Bewegung der Elektronen um den Kern eines Atoms verbunden ist.

Diese Erkenntnis stand im Widerspruch zur klassischen Elektrodynamik, gemäß der jede beschleunigte Ladung Energie abstrahlt, wie die Larmor-Formel zeigt. Wenn man annimmt, dass das Elektron auf einer perfekten Kreisbahn kreist und kontinuierlich Energie abstrahlt, würde das Elektron in sehr kurzer Zeit in den positiv geladenen Kern stürzen. Der entscheidende Durchbruch zur heutigen Modellvorstellung gelang 1925/26 mit der Entdeckung der Quantenmechanik durch Werner Heisenberg (Matrizenmechanik) und Erwin Schrödinger (Wellenmechanik).

Die Energieniveaus des Elektrons in atomarem Wasserstoff sind nebenstehend dargestellt (atomarer Wasserstoff **H** ist ein einzelnes Atom, bestehend aus einem Proton und einem Elektron, nicht das verbreitete zweiatomige **H₂**-Molekül). Der Begriff „quantisiert“ wird umgangssprachlich oft als Synonym für „diskret“ verwendet. Die nebenstehende Abbildung zeigt die Energiekurve des elektrischen Potentials für das Proton-Elektron-System. Die horizontalen Linien stellen mögliche, stabile gebundene Energiezustände für das Wasserstoffatom dar (vereinfachte Darstellung). Ungebundene Zustände sind dagegen nicht quantisiert.



Eine quantenmechanische Berechnung der Energieniveaus eines Systems erfordert die Lösung einer Differentialgleichung, der so genannten Schrödinger-Gleichung, einer Form des Prinzips Energie, die auf atomare Phänomene angewendet werden kann. Diese Gleichung enthält sowohl einen Term der potenziellen Energie als auch einen Term der kinetischen Energie. Die Lösung dieser Gleichung für das Wasserstoffatom sagt voraus, dass die diskreten Energieniveaus für gebundene Zustände E_N des Wasserstoffs (ohne Berücksichtigung der Ruheenergien des Protons und des Elektrons) wie folgt aussehen:

$$E_N = \frac{E_0}{N^2}, \text{ mit } N \in \mathbb{N} \text{ und } E_0 \approx -13.6 \text{ eV.}$$

Diese Anordnung der Energieniveaus des Wasserstoffs wurde von Beobachtungen der Wechselwirkung von Licht und Wasserstoff bestätigt, wie wir noch sehen werden.

Erhöhung der inneren Energie eines Atoms: Wie kann ein Atom, das sich im Grundzustand befindet, genügend Energie gewinnen, um in einen seiner angeregten Zustände zu gelangen? Wir werden zwei wichtige Mechanismen für diesen Prozess betrachten:

1. Ein Atom (oder Molekül) kann Energie gewinnen, indem es ein Photon absorbiert.
2. Ein Atom (oder Molekül) kann durch einen Zusammenstoß mit einem Teilchen, wie einem energiereichen Elektron oder einem anderen sich schnell bewegenden Atom, Energie gewinnen.

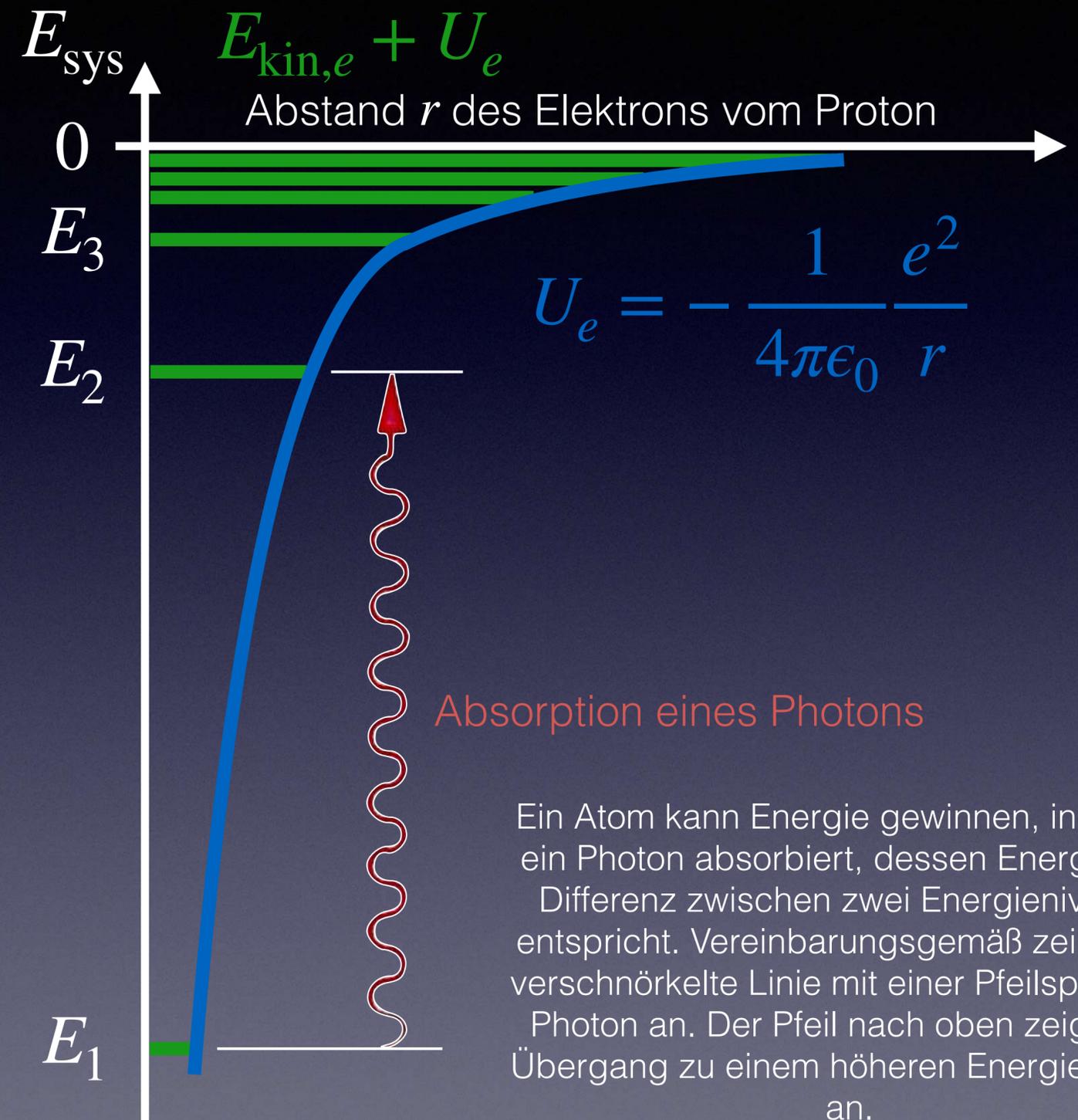
Damit ein Atom durch die Absorption eines Photons Energie gewinnen kann, muss die Energie des Photons dem Energieunterschied zwischen zwei Energiezuständen E_N des Atoms entsprechen. Wenn ein Photon von einem Atom absorbiert wird, bleibt davon nichts übrig - das Photon existiert danach nicht mehr, und das Atom hat mehr Energie. Wir können die Absorption eines Photons durch ein Wasserstoffatom auf diese kompakte Weise beschreiben:



Das Sternchen * wird verwendet, um ein Atom mit höherer innerer Energie zu kennzeichnen.

Wendet man das Prinzip Energie auf diesen Prozess an und wählt alle Teilchen als System, kann man diese Gleichung aufstellen:

$$E_{\text{H}^*,f} = E_{\text{H},i} + E_{\text{kin,photon}}$$



Ein Atom kann Energie gewinnen, indem es ein Photon absorbiert, dessen Energie der Differenz zwischen zwei Energieniveaus entspricht. Vereinbarungsgemäß zeigt eine verschnörkelte Linie mit einer Pfeilspitze ein Photon an. Der Pfeil nach oben zeigt den Übergang zu einem höheren Energieniveau an.

Kontrollpunkt 2

1. Ein Wasserstoffatom befindet sich ursprünglich in seinem Grundzustand (niedrigster Energiezustand E_1). Es absorbiert ein Photon, das die innere Energie des Wasserstoffatoms auf das nächste Energieniveau E_2 anhebt. Wie hoch war die Energie des Photons in eV?

Wenn ein sich schnell bewegendes Teilchen mit einem Atom zusammenstößt und die kinetische Energie des Teilchens gleich oder größer ist als die Differenz zwischen zwei Energieniveaus des Atoms, kann ein Teil der kinetischen Energie des Teilchens in innere Energie des Atoms umgewandelt werden, wodurch das Atom in einen angeregten Zustand versetzt wird. Die überschüssige kinetische Energie wird von dem Teilchen zurückgehalten. So kann beispielsweise ein Strahl sich schnell bewegnender Elektronen verwendet werden, um Atome in einem Gas in einen höheren Energiezustand zu versetzen. Betrachten wir ein System aus einem sich bewegenden Elektron und einem Wasserstoff-Atom, so können wir schreiben:

$$E_{H^*,f} + E_{\text{kin},e,f} = E_{H,i} + E_{\text{kin},e,i} .$$

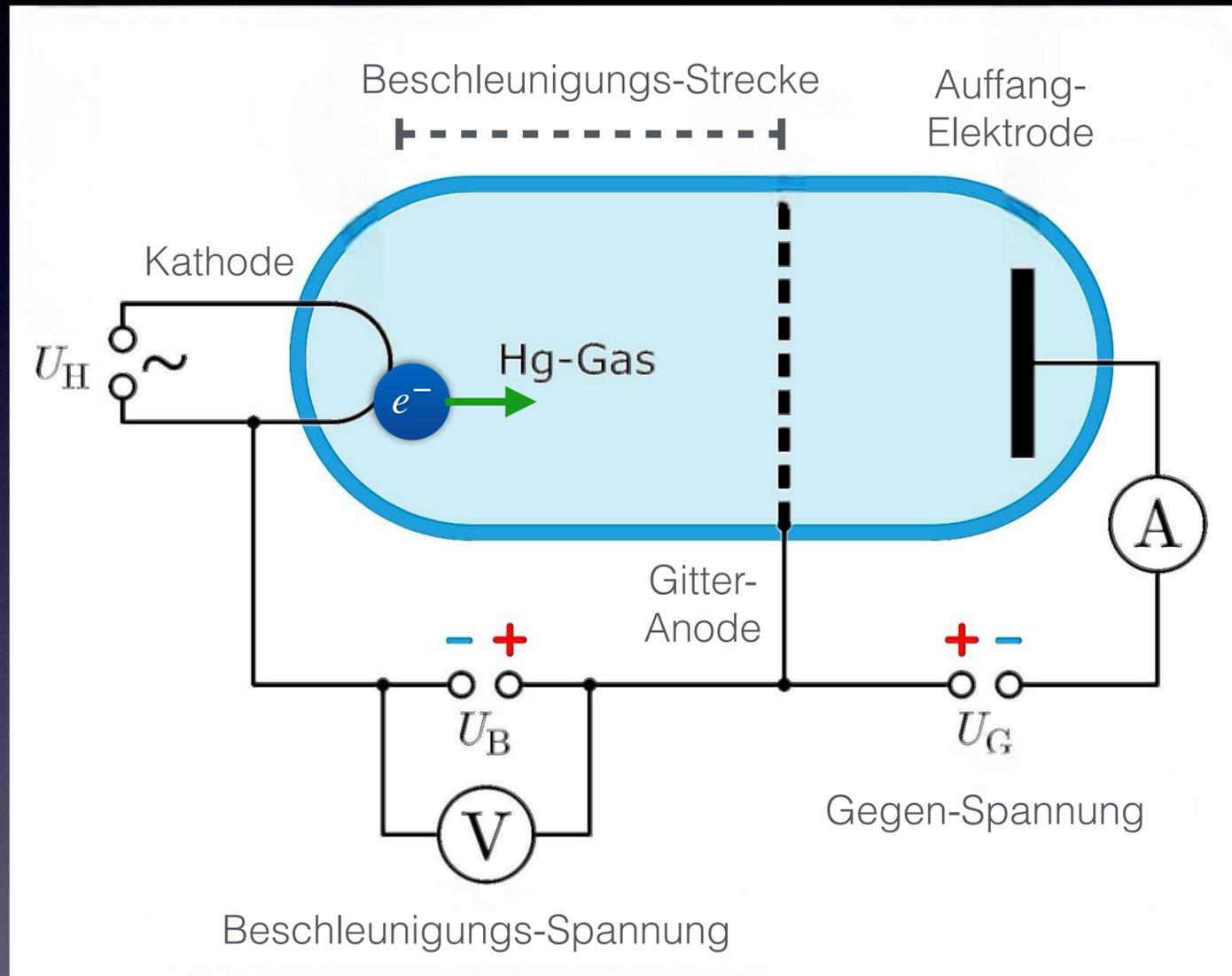
Da Elektronen elektrisch (negativ) geladen sind, stehen sie in starker Wechselwirkung mit Atomen. Ein Elektron, das in der Nähe eines Atoms vorbeifliegt, kann das Atom vom Grundzustand in einen angeregten Zustand mit höherer innerer Energie anregen, was zu einem entsprechenden Verlust an kinetischer Energie des Elektrons führt. Anders als bei der Absorption von Photonen, die fast immer nur dann stattfindet, wenn die Photonenenergie genau mit dem Unterschied zwischen den Energieniveaus übereinstimmt, kann ein Elektron einen Teil seiner kinetischen Energie abgeben und den verbleibenden Teil der kinetischen Energie behalten.

Kontrollpunkt 3

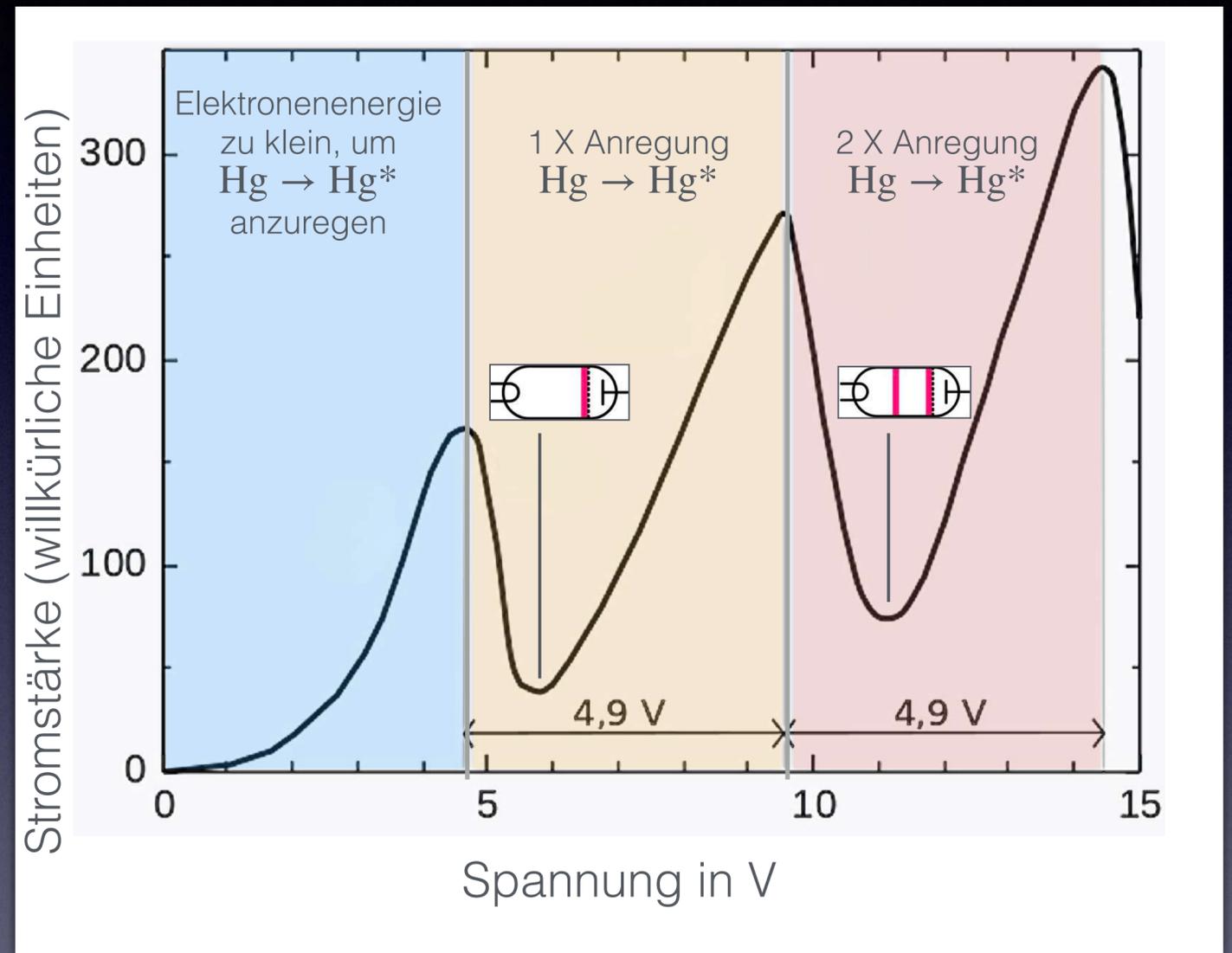
1. Ein Elektron mit kinetischer Energie 12.5 eV stößt mit einem Wasserstoffatom zusammen, das sich zunächst in seinem Grundzustand befindet. Nach dem Zusammenstoß befindet sich das Wasserstoffatom in seinem zweiten angeregten Zustand. (1) Wie hoch ist die kinetische Energie des Elektrons nach dem Zusammenstoß? (2) Hätte dieses Elektron das Wasserstoffatom stattdessen in seinen dritten angeregten Zustand anregen können?

Die deutschen Physiker James Franck und Gustav Hertz¹ führten 1914 ein Experiment zur Stoßanregung durch, das erste eindrucksvolle Beweise für diskrete Energieniveaus in Atomen lieferte. Elektronen mit unterschiedlicher kinetischer Anfangsenergie werden dabei durch ein Gas aus Quecksilberdampf geschickt, und die Anzahl der Elektronen pro Sekunde, die das Gas durchqueren, wird gemessen. Wenn die anfängliche kinetische Energie der Elektronen kleiner als 4.9 eV ist, erreichen viele Elektronen den Detektor. Wenn die anfängliche kinetische Energie jedoch den Wert 4.9 eV erreicht (oder ein ganzzahliges Vielfaches davon), gelangen nur noch wenige Elektronen zu dem Detektor. Das Franck-Hertz-Experiment wurde korrekt dahingehend interpretiert, dass der erste angeregte Zustand eines Quecksilberatoms 4.9 eV oberhalb des Grundzustands liegt (siehe nachfolgende Folie) und dass ein Elektron mit einer kinetischen Energie von 4.9 eV das Atom anregen kann, so dass das Elektron danach über fast keine kinetische Energie mehr verfügt, so dass die Anzahl der Elektronen, die das Gas durchqueren, sehr klein wird.

¹ Gustav Hertz war ein Neffe des Physikers Heinrich Hertz. Beide sind auf dem Friedhof Hamburg-Ohlsdorf begraben.



Aufbau des Franck-Hertz-Versuchs. Röhre mit Quecksilberdampf, Stromquellen und Messgeräte. Die Gegen-Spannung verhindert, dass sehr energiearme Elektronen die Auffang-Elektrode erreichen.



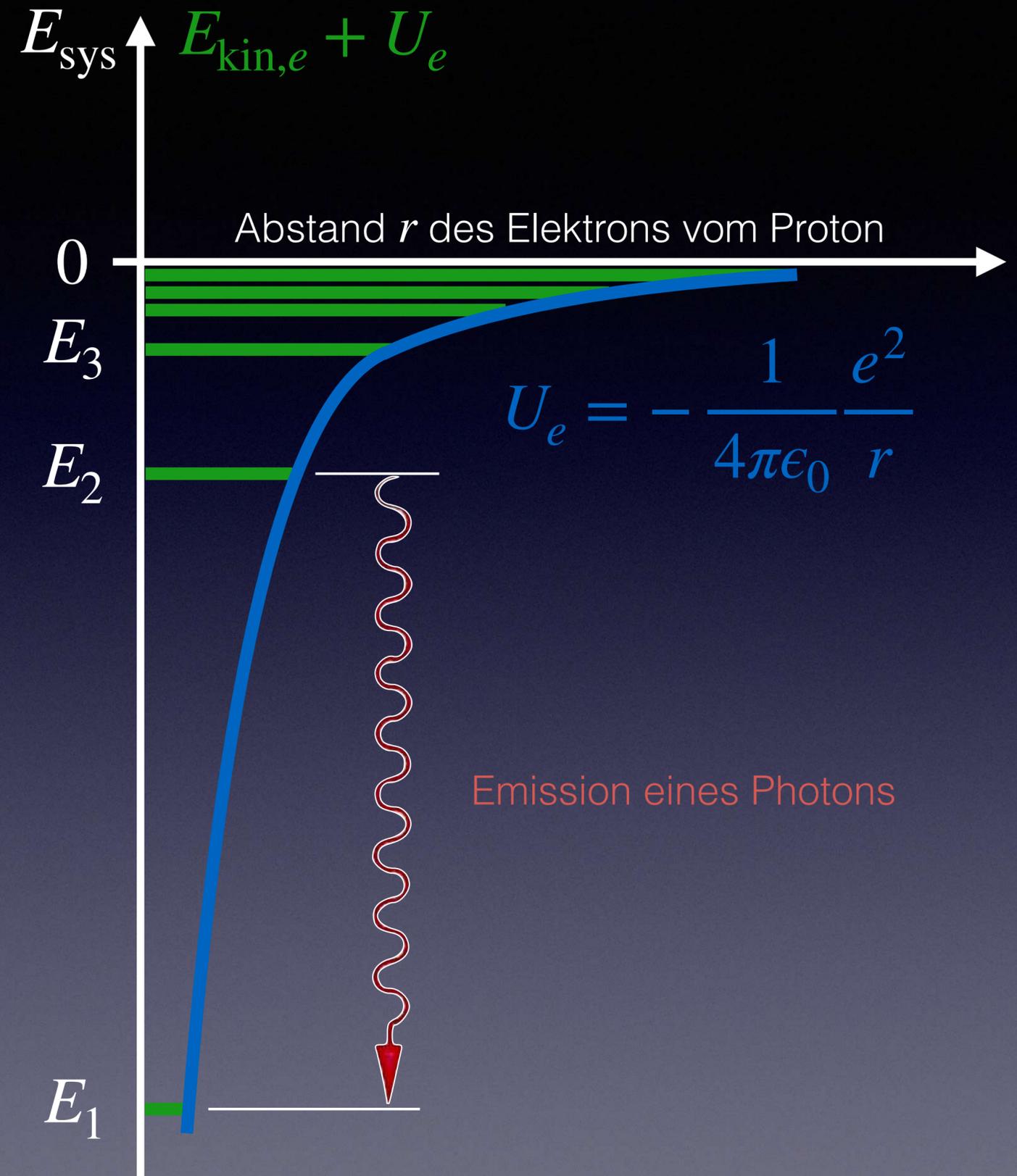
Ergebnis des Franck-Hertz-Versuchs für eine mit Quecksilberdampf gefüllte Röhre. Ab einer Elektronenenergie von 4.9 eV werden Hg-Atome in lokal begrenzten Streifen angeregt. Diese fallen unter Aussendung von Photonen in den Grundzustand zurück.

Genauso wie ein Atom oder Molekül ein Photon absorbieren kann, um in einen angeregten Zustand (mit mehr innerer Energie) zu gelangen, kann es auch Energie verlieren, indem es ein Photon aussendet (siehe nebenstehende Abbildung), das speziell zur Freisetzung einer bestimmten Energiemenge entsteht. Für ein Wasserstoffatom kann die Emission eines Photons folgendermaßen beschrieben werden:



Das Sternchen * wird verwendet, um ein Atom mit höherer innerer Energie zu kennzeichnen. Wendet man das Prinzip Energie auf diesen Prozess an und wählt alle Teilchen als System, kann man diese Gleichung aufstellen:

$$E_{\text{H},f} + E_{\text{kin,photon},f} = E_{\text{H}^*,i}$$



Befindet sich ein isoliertes Wasserstoffatom zunächst auf einem hohen Energieniveau, so wird es im Laufe der Zeit spontan Photonen aussenden und in immer niedrigere Zustände fallen, bis es schließlich auf dem niedrigsten Energieniveau, dem so genannten „Grundzustand“, landet. Sobald ein Atom in den Grundzustand gefallen ist, kann es keine Energie mehr verlieren oder Photonen aussenden, da es kein niedrigeres Energieniveau als den Grundzustand gibt. Angeregte Zustände sind also nicht völlig stabil und gehen schließlich in einen Zustand mit niedrigerer Energie über.

In den Energiediagrammen, mit denen wir bei Objekten unter dem Einfluss der Gravitation gearbeitet haben, war die Bahn stabil und die Energie konstant. Aber in einem Atom in einem angeregten Zustand kann ein Photon ausgesandt werden und die Energie des Atoms auf ein niedrigeres Niveau fallen. Der Wechsel von einem Energieniveau zu einem anderen erfolgt augenblicklich und ohne Zeitverzögerung, weshalb diese Übergänge oft als „Quantensprünge“ bezeichnet werden. Die meisten angeregten Zustände von Wasserstoff haben eine mittlere Lebensdauer τ von einigen Nanosekunden. Nach $t = \tau$ s beträgt die Wahrscheinlichkeit 36.8 %, das sich ein Atom noch in seinem angeregten Zustand befindet.

Es ist viel einfacher, das Verhalten vieler Atome zu beobachten, die mit vielen Photonen wechselwirken, als ein einzelnes Atom zu beobachten, das ein einzelnes Photon absorbiert oder aussendet. Eine mit einem Gas gefüllte Röhre (z. B. eine Leuchtstoffröhre) enthält beispielsweise viele Atome, die durch Elektronen angeregt werden können und beim Übergang zurück in den Grundzustand viele leicht zu beobachtende Photonen aussenden.

Ferner ist zu beobachten, dass ein Atom, welches sich in einem höheren angeregten Zustand befindet, nicht direkt in seinen Grundzustand zurückfallen muss. Wenn sich ein Wasserstoffatom z.B. im Zustand $N = 3$ befindet, kann es spontan (zu einem unvorhersehbaren Zeitpunkt) mit der Emission eines Photons in den Grundzustand $N = 1$ übergehen, oder es kann mit der Emission eines Photons in den Zustand $N = 2$ übergehen, auf die kurz darauf die Emission eines weiteren Photons beim Übergang in den Grundzustand erfolgt.

Kontrollpunkt 4

1. (1) Wie viele verschiedene Energien der emittierten Photonen würden sich aus einer Ansammlung von Wasserstoffatomen ergeben, die die vier niedrigsten Energiezustände $N \in [1,2,3,4]$ einnehmen? (2) Wie hoch sind die Photonenenergien. (3) Welche liegen im Bereich des für uns sichtbaren Lichts?
2. Bei Raumtemperatur befinden sich in einem Gas aus atomarem Wasserstoff fast alle Atome im Grundzustand. (1) Weshalb könnte man erwarten, dass das Gas für sichtbares Licht vollständig transparent ist?

Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht diesen markanten Unterschied zwischen klassischer Mechanik und Quantenmechanik. Ein Ball fällt kontinuierlich auf die Erde, beginnt zu einem bekannten Zeitpunkt mit der Abwärtsbewegung und benötigt eine vorhersehbare Zeitspanne, um den Boden zu erreichen. Die Veränderung im System Erde plus Ball ist kontinuierlich.

Betrachtet man dagegen ein Wasserstoffatom, das zu einem bekannten Zeitpunkt in den angeregten Zustand $N = 3$ gelangt, so lässt sich nicht vorhersagen, wann das Atom in einen niedrigeren Zustand fällt, und wenn es fällt, dann geschieht dies augenblicklich, ein „Quantensprung“. Es gibt keinen kontinuierlichen Übergang von einem Zustand $N = 3$ zu einem niedrigeren Zustand $N = 2$ oder in den Grundzustand $N = 1$ (mit begleitender Emission von Photonen).

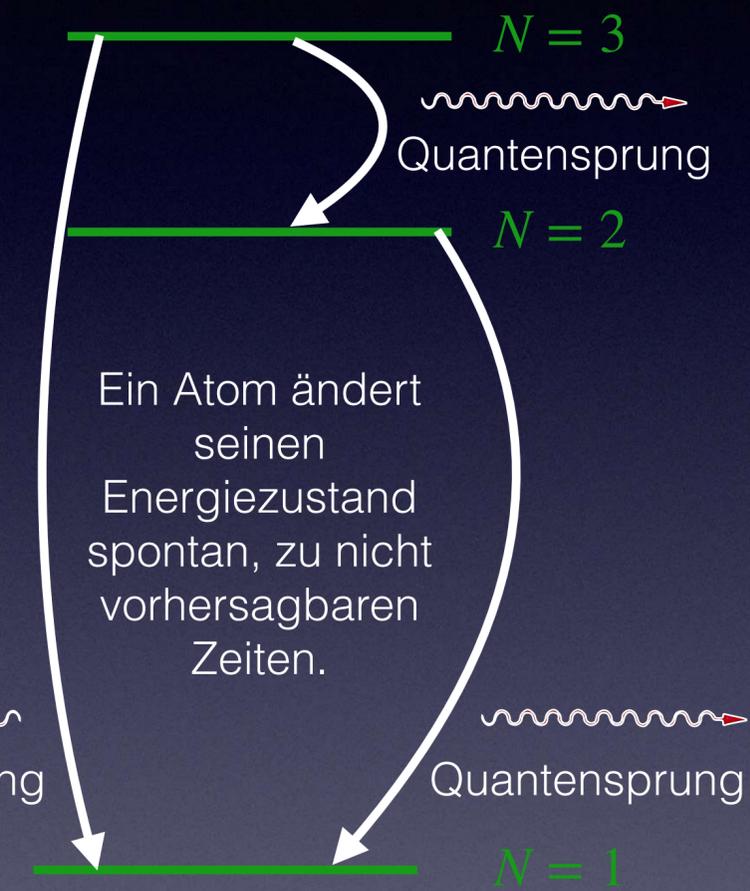
Klassische Mechanik



Kontinuierliche Veränderung der Position. Man kann vorhersagen, wie lange der Fall dauert und wann der Ball welche Position erreichen wird.

Quantensprung

Quantenmechanik



Ein Atom ändert seinen Energiezustand spontan, zu nicht vorhersagbaren Zeiten.

Quantensprung



Nehmen wir an, wir haben eine Glasröhre mit einem Gas, durch das ein Elektronenstrahl geleitet wird, der einen Teil seiner kinetischen Energie durch Kollisionen auf die Atome übertragen kann. Diese Atome bleiben einige Nanosekunden lang in angeregten Zuständen, senden dann Photonen aus und kehren in den Grundzustand zurück, wo sie den Prozess wiederholen können, indem sie durch Zusammenstöße Energie gewinnen, und so weiter. Einige der bei diesem Prozess emittierten Photonen können Energien im sichtbaren Bereich des Spektrums haben. Richtet man das emittierte Licht durch einen Spalt und auf ein Prisma, so erhält man ein „Linienspektrum“. Das von einem angeregten Gas emittierte Licht wird als „Emissionsspektrum“ bezeichnet, und die hellen Linien bestimmter Energien im Spektrum werden „Spektrallinien“ genannt, da das Licht, das durch einen Spalt in der Apparatur fällt, linienförmig ist.

Die beobachteten Energien des von angeregtem atomarem Wasserstoff ausgesandten Lichts stimmen mit den von der Quantenmechanik vorhergesagten Energieniveauunterschieden überein.

Sichtbarer Bereich des Wasserstoff-Spektrums. Zu erkennen sind hier sechs Linien der Balmer-Serie.



H ζ H ϵ H δ
389 397 410

H γ
434

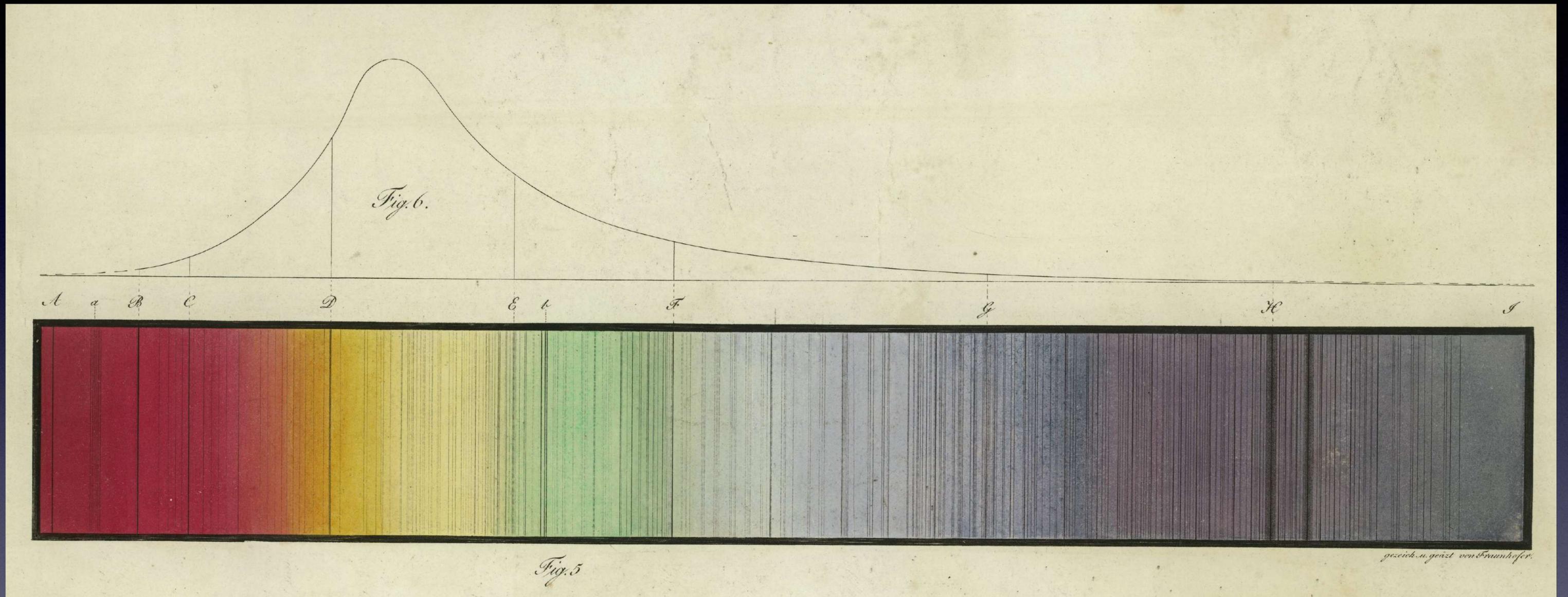
H β
486

H α
650

Wellenlänge (gerundet) in nm

Was ist zu erwarten, wenn man weißes Licht durch einen transparenten Behälter mit Gasatomen im Grundzustand schickt?

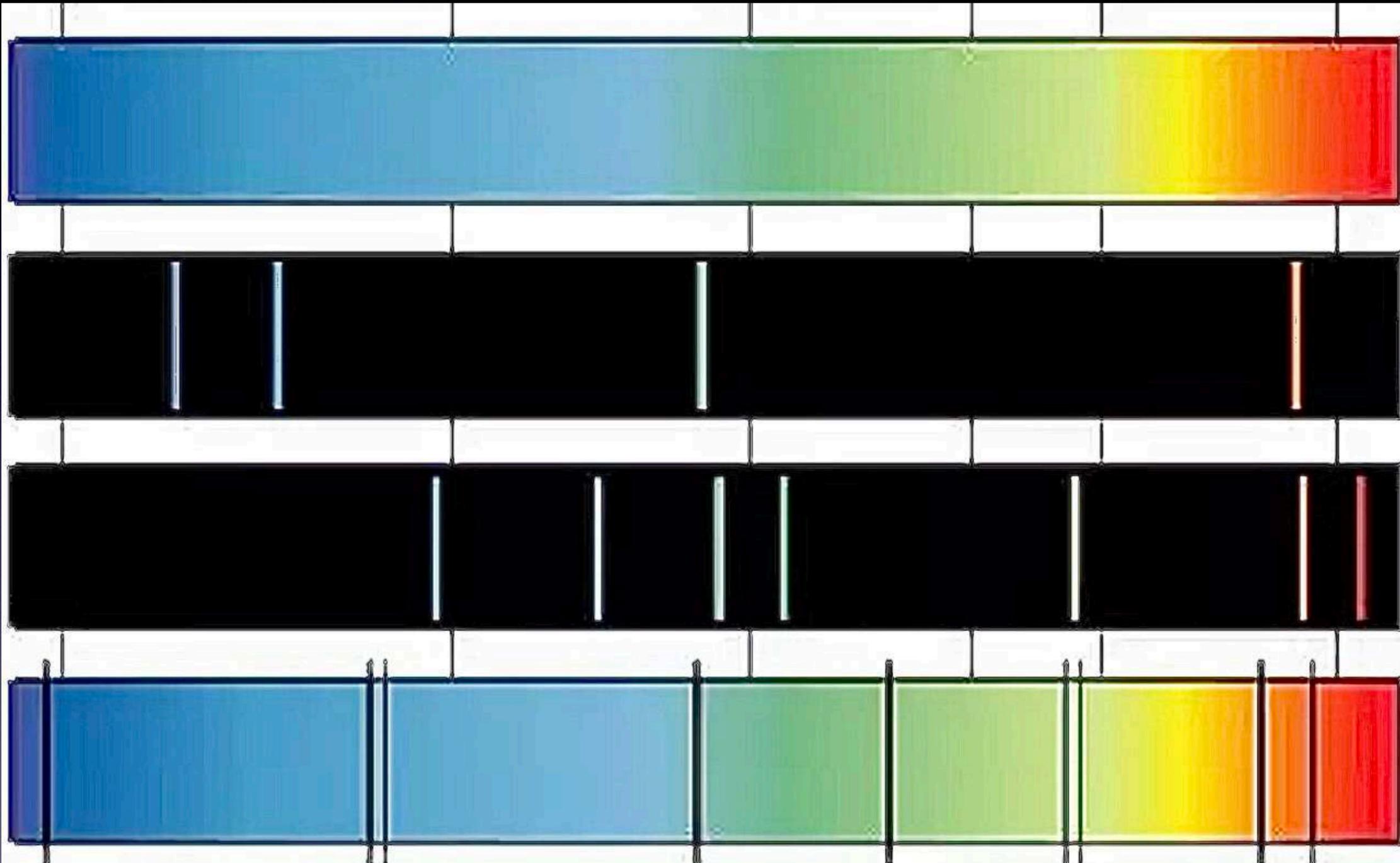
Nur Photonen, deren Energie dem Unterschied zwischen den Energieniveaus der Atome entspricht, werden stark absorbiert, während andere Photonen das Gas problemlos durchdringen können. Die Energieabsorption ist bei weitem am wahrscheinlichsten, wenn die Energie des Photons genau dem Unterschied zwischen zwei Energieniveaus des Atoms entspricht. Was wir in diesem Fall beobachten, ist im Wesentlichen das Gegenteil von dem, was wir in einem Emissionsspektrum sehen. Wenn wir den Lichtstrahl untersuchen, nachdem er den Gasbehälter durchquert hat, werden wir Photonen beobachten, die nicht absorbiert wurden, aber Photonen, deren Energien mit den Unterschieden zwischen den Energieniveaus des Gases übereinstimmen, werden fehlen, weil sie vom Gas absorbiert wurden. In diesem Fall handelt es sich bei den Spektrallinien um dunkle Linien (fehlende Energien) auf hellem Hintergrund anstelle der hellen Linien auf dunklem Hintergrund, die in einem Emissionsspektrum beobachtet werden. Dies wird als „Absorptionsspektrum“ bezeichnet.



Diese kolorierte, in einem experimentellen Farbdruck-Verfahren von Fraunhofer selbst gezeichnete und geätzte Radierung zeigt das volle sichtbare Spektrum mit den Fraunhofer-Linien. Darüber die von Fraunhofer erstmalig gemessene spektrale Hellempfindlichkeitskurve des menschlichen Auges.

Quelle: Joseph Fraunhofer (1815) - Deutsches Museum, Archiv, BN 43952, CC BY-SA 4.0.

400 450 500 550 600 700 Wellenlänge in nm



kontinuierliches Spektrum

Emissionsspektrum von ${}^1_1\text{H}$

Emissionsspektrum von ${}^2_4\text{He}$

Absorptionsspektrum der Sonne mit einigen Fraunhoferschen Linien (siehe auch vorangehende Folie)

Kontrollpunkt 5

1. Angenommen, du hättest eine Sammlung von hypothetischen Quantenobjekten, deren einzelne Energieniveaus -4.0 eV , -2.3 eV , und -1.6 eV sind. (1) Wenn sich fast alle einzelnen Objekte im Grundzustand befänden, wie hoch wären dann die Energien der dunklen Spektrallinien in einem Absorptions-Spektrum, wenn sichtbares weißes Licht (1.8 eV bis 3.1 eV) durch das Material fällt?

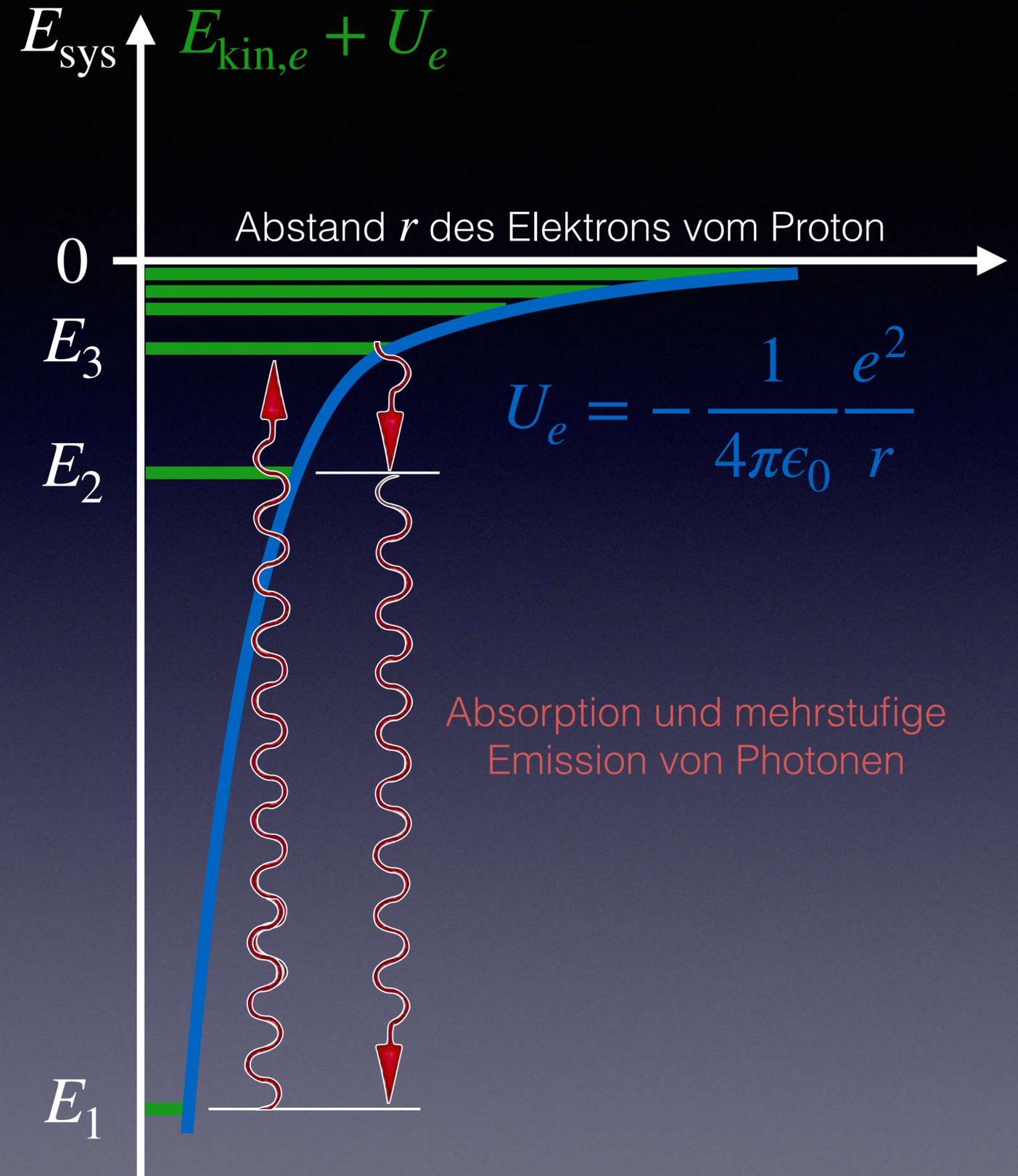
Kontrollpunkt 6

1. Du beobachtest die Emission von Photonen einer Sammlung von Quantenobjekten, von denen bekannt ist, dass jedes nur vier quantisierte Energieniveaus hat. Die Sammlung wird kontinuierlich mit einem Elektronenstrahl beschossen, und du detektierst die emittierten Photonen mit einem Detektor, der für Photonen im Energiebereich von 2.5 eV bis 30 eV empfindlich ist. Mit diesem Detektor beobachtest du Photonen, die mit Energien von 3 eV , 6 eV , 8 eV und 9 eV , emittiert werden, aber keine anderen Energien. (1) Es ist bekannt, dass die Energie des Grundzustands jedes dieser Objekte gleich -10 eV ist. Schlage zwei mögliche Anordnungen von Energieniveaus vor, die mit den experimentellen Beobachtungen vereinbar sind. (2) Du erhältst einen zweiten Detektor, der für Photonenenergien im Energiebereich von 0.1 eV bis 2.5 eV empfindlich ist. Welche zusätzlichen Photonenenergien kannst du detektieren? (3) Du schaltest den Elektronenstrahl aus, so dass sich alle Objekte im Grundzustand befinden. Dann schickst du einen Photonenstrahl mit einer großen Bandbreite an Energien durch das Material. Bei welchen Photonenenergien liegen die dunklen Linien, wenn man beide Detektoren zur Bestimmung des Absorptionsspektrums verwendet? (4) Wie kann diese Information genutzt werden, um zwischen den beiden von dir vorgeschlagenen Konfigurationen der Energieniveaus zu wählen?

Der Einfachheit halber gehen wir in diesem Kapitel davon aus, dass die Emission von Photonen von jedem diskreten Energieniveau zu einem niedrigeren Niveau erfolgen können. Reale atomare und molekulare Systeme können komplexer sein, und einige Photonenemissionen sind „verboten“. In einem späteren Kapitel werden wir uns mit dem Drehimpuls befassen, einer Größe, die mit der Rotationsbewegung zusammenhängt und ebenso wie Impuls und Energie eine erhaltene Größe ist. Die Emission und Absorption von Photonen muss, wie alle anderen physikalischen Prozesse, den Drehimpuls erhalten, so dass Übergänge zwischen zwei bestimmten Energieniveaus verboten sein können. Solche Beschränkungen werden als „Auswahlregeln“ bezeichnet (die Anregung durch Teilchenkollisionen wird übrigens nicht durch Auswahlregeln eingeschränkt). Auswahlregeln gehen über den Rahmen dieses Einführungskurses hinaus, aber du kannst mehr darüber lernen, falls du einen Kurs in Quantenmechanik belegst. Im Rahmen dieser Einführung werden wir die Auswahlregeln ignorieren und davon ausgehen, dass alle energetisch möglichen Übergänge auch erlaubt sind.

Der Einfluss der Temperatur

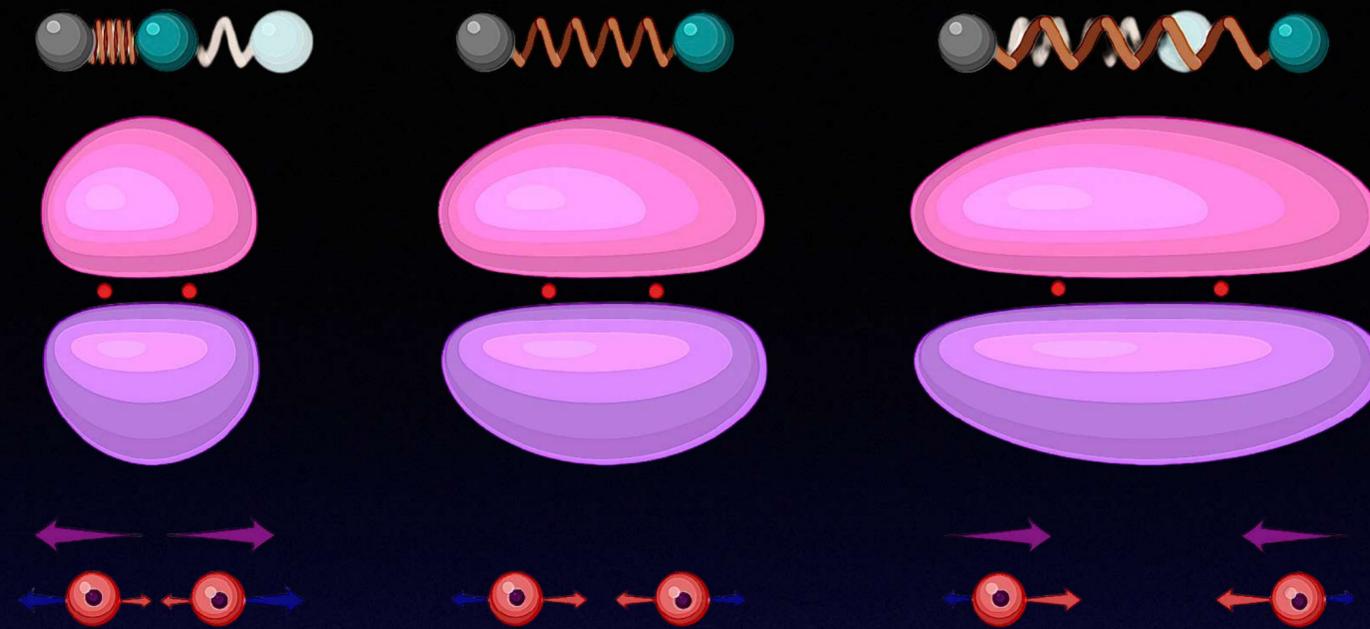
Bei der Beobachtung handelt es sich in der Regel um eine Ansammlung von Atomen, nicht um ein isoliertes Einzelatom. Jedes Atom in der „Probe“ interagiert mit anderen Atomen und vielleicht mit einem umgebenden Behälter. Wenn ein Atom Strahlung absorbiert, die von einem anderen Atom kommt, oder wenn es Energie aufnimmt, weil es durch einen Stoß angeregt wurde, kann es auf ein höheres Energieniveau springen und schließlich Photonen aussenden um wieder auf ein niedrigeres Niveau fallen (siehe nebenstehende Abbildung). Im thermischen Gleichgewicht mit seiner Umgebung steigt und sinkt die Energie eines Atoms ständig, allerdings mit einer durchschnittlichen Energie, die durch die Temperatur der „Probe“ bestimmt wird.



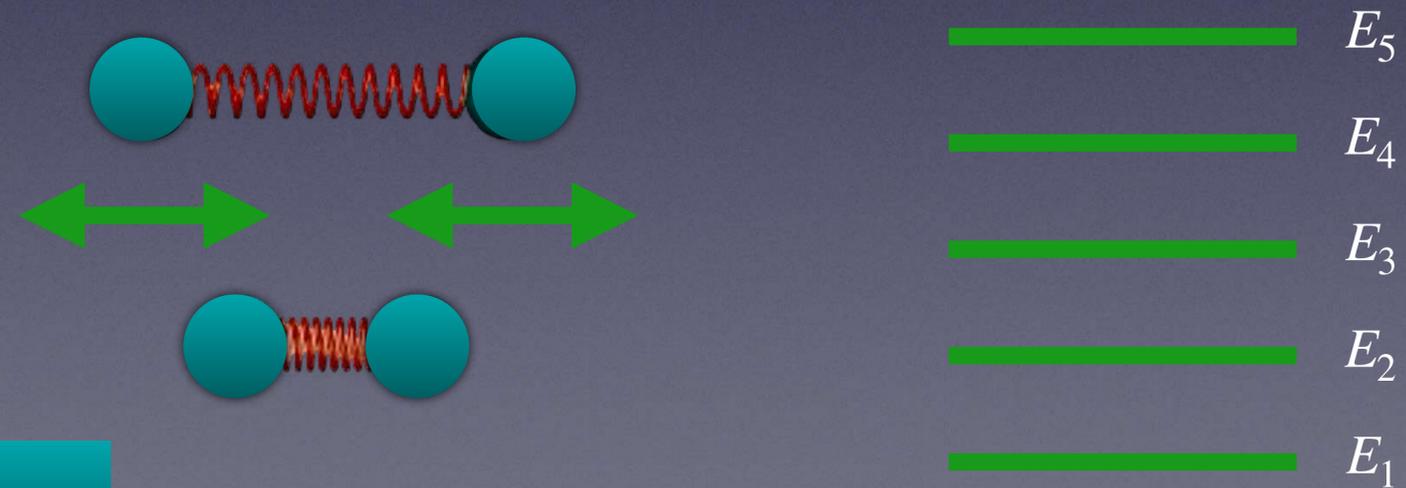
Bei einer bestimmten Temperatur T besteht zu jedem Zeitpunkt eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass sich ein bestimmtes Atom im Zustand $N = 1, 2, 3, \dots$, befindet. Bei niedriger Temperatur befinden sich fast alle Atome im Grundzustand. Bei hoher Temperatur befinden sich die verschiedenen Atome in verschiedenen Zuständen, vom Grundzustand bis zu einem hohen Energieniveau, wobei sich der größte Anteil immer noch im Grundzustand befindet. Wie wir in einem späteren Kapitel über statistische Mechanik sehen werden, ist in einer Ansammlung von Atomen der Anteil der Atome in einem Zustand, dessen Energie oberhalb des Grundzustands liegt, proportional zum „Boltzmann-Faktor“ $e^{-\frac{E}{k_B T}}$, wobei k_B die Boltzmann-Konstante ($k_B \approx 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$) und T die absolute Temperatur ist. In sehr kalter Materie befinden sich die Atome normalerweise im Grundzustand und emittieren keine Photonen. Ein Absorptionsspektrum zeigt jedoch Lücken, die der Absorption von Photonen mit Energien entsprechen, die geeignet sind, ein Atom aus seinem Grundzustand in einen angeregten Zustand zu versetzen.

In einer Probe bei Raumtemperatur (etwa **300 K**) befinden sich fast alle Atome in ihrem Grundzustand. Wenn beispielsweise der erste angeregte Zustand **1 eV** über dem Grundzustand liegt, beträgt der Boltzmann-Faktor $e^{-\frac{E}{k_B T}} \approx 3 \times 10^{-17}$. Diese sehr kleine Zahl steht für die Tatsache, dass bei Raumtemperatur nur ein unbedeutender Teil der Atome thermisch über den Grundzustand hinaus angeregt wird. Daher kann man davon ausgehen, dass sich bei einer gewöhnlichen Absorptionsmessung bei Raumtemperatur im Wesentlichen alle Atome im Grundzustand befinden.

Andererseits beträgt die Oberflächentemperatur der Sonne etwa **5000 K**, und mit $e^{-\frac{E}{k_B T}} \approx 0.1$ befindet sich dann ein beträchtlicher Anteil der Atome aufgrund von thermischer Anregung in einem angeregten Zustand **1 eV** oberhalb des Grundzustands.



Energieniveaus der Vibration (von Molekülen)



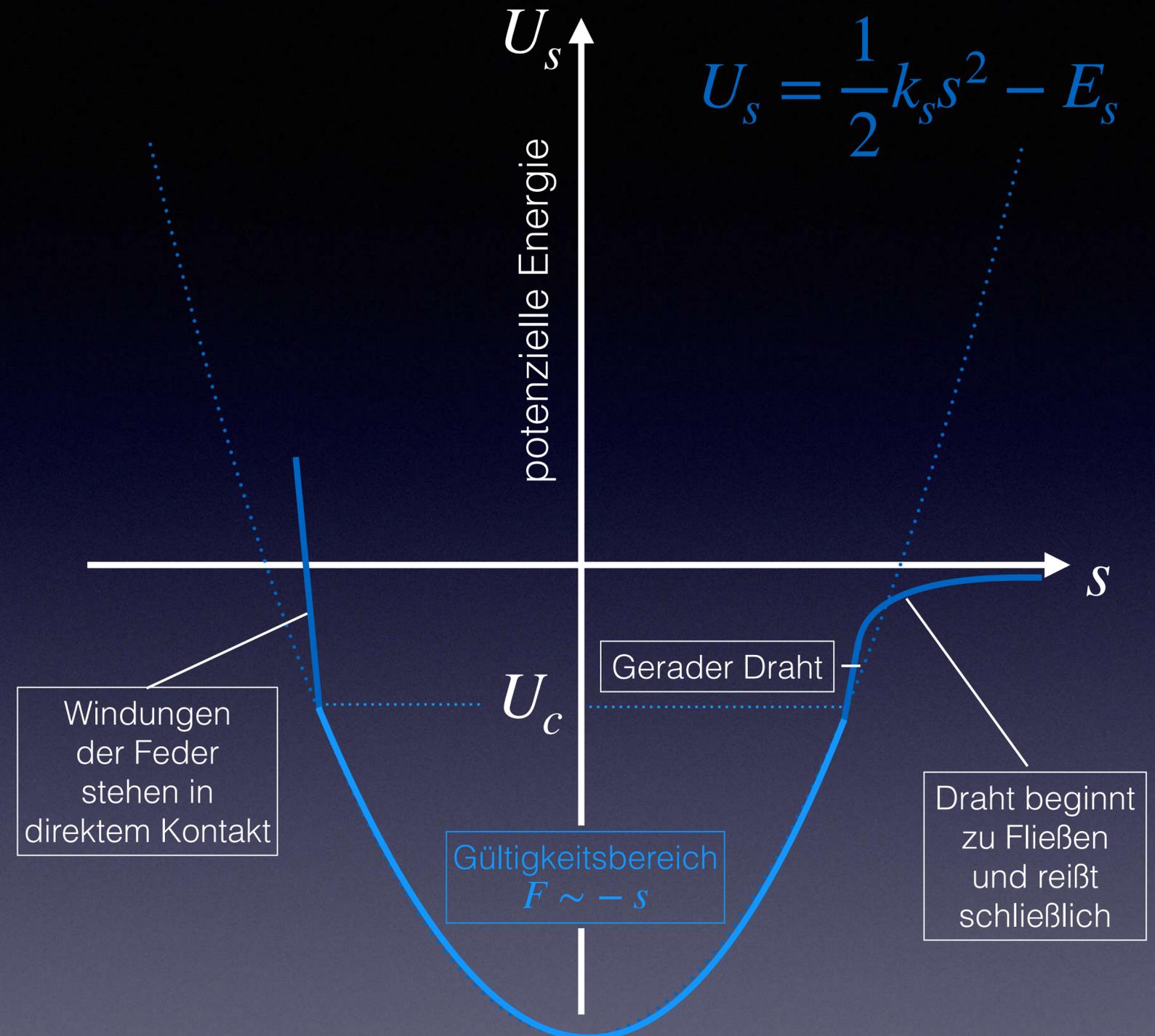
Der Einfachheit halber haben wir die Quantisierung der Energie des Elektrons im atomarem Wasserstoff beschrieben. In vielen anderen Systemen ist die Energie ebenfalls quantisiert. Als nächstes werden wir die Quantisierung der Schwingungsenergie in atomaren Oszillatoren erörtern.

Wir haben bislang einen Festkörper als ein Netzwerk aus klassischen harmonischen Oszillatoren, Kugeln und Federn modelliert. Obwohl dieses klassische Modell viele Aspekte des Verhaltens von Festkörpern erklärt, entsprechen die Vorhersagen, die es hinsichtlich der thermischen Eigenschaften von Festkörpern macht, nicht den experimentellen Messungen bei niedrigen Temperaturen. Das klassische Modell kann auch einige Aspekte der Wechselwirkung von Licht mit fester Materie nicht beschreiben. Um diese Phänomene erklären zu können, müssen wir unser Modell eines Festkörpers verfeinern, indem wir die Quantennatur dieser atomaren Oszillatoren in unser Modell mit einbeziehen.

Die Schwingungsenergie eines „klassischen“ Masse-Feder-Systems (klassischer harmonischer Oszillator) kann jeden beliebigen Wert innerhalb des Bereichs $U_s < U_c$ (siehe nebenstehende Abbildung) annehmen. Entsprechend kann die Amplitude A (maximale Dehnung s) ebenfalls jeden beliebigen Wert innerhalb des zulässigen Bereichs annehmen. Wir können die Energie durch

$$E = \frac{1}{2}k_s A^2$$

ausdrücken, da die Geschwindigkeit bei maximaler Dehnung $s = A$ gleich Null ist (nur potenzielle Energie).



Die gepunktete Kurve stellt die potenzielle Energie einer idealen Feder dar. Die farbige durchgezogene Kurve stellt eine echte makroskopische Feder dar.

Historisch gesehen war der erste Hinweis darauf, dass Energie quantisiert sein könnte, der Versuch des deutschen Physikers Max Planck im Jahr 1900, einige rätselhafte Merkmale des Lichtspektrums zu erklären, das durch ein kleines Loch in einem heißen Ofen ausgestrahlt wird (die so genannte „Schwarzkörperstrahlung“). Planck fand heraus, dass er die Eigenschaften der Schwarzkörperstrahlung korrekt vorhersagen konnte, wenn er davon ausging, dass Energieübertragungen in Form von elektromagnetischer Strahlung gequantelt sind.

Bringt man in der Wand eines Hohlraums eine Öffnung an, die klein genug ist, um das thermische Gleichgewicht nicht merklich zu stören, so absorbiert das Loch nahezu ideal die einfallende Strahlung, und durch die Öffnung tritt nur thermische Strahlung aus. Die von der Öffnung ausgehende Strahlung hat dann die Eigenschaften eines Schwarzen Körpers, wenn die Öffnung klein gegenüber dem Innenvolumen ist.

Später, mit der vollen Entwicklung der Quantenmechanik, erkannte man, dass man ein Atom in der festen Wand des (Schwarkörper-) Ofens als ein winziges Masse-Feder-System modellieren kann, dessen Energieniveaus diskret sind. Wenn man die Schrödinger-Gleichung für ein System mit einem Atom und einer chemischen Bindung als quantisierten harmonischen Oszillator betrachtet, kann man zeigen, dass der Abstand zwischen den Energieniveaus E_N konstant ist. Für E_N folgt:

$$E_N = E_0 + N\hbar\omega_0, \text{ mit } N \in \mathbb{N}_0, \omega_0 = \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}} \text{ und } \hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

Die Plancksche Konstante h hat dabei den erstaunlich kleinen Wert $h \approx 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ und $\hbar \approx 1.05 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$. Dies unterscheidet sich deutlich von den ungleichmäßigen Abständen der (realen) Energieniveaus im (isolierten) Wasserstoffatom. ω_0 ist sowohl in der Quanten- als auch in der klassischen Welt unabhängig von der Energie. Der harmonische Oszillator ist ein wichtiges Modellsystem der Quantenphysik, da es eines der wenigen geschlossen (also ohne Näherungen und numerische Methoden) lösbaeren Systeme der Quantenmechanik ist.

Das niedrigste mögliche Energieniveau E_0 ist nicht Null in Bezug auf den unteren Rand der Potenzialkurve, sondern liegt

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_d}}$$

über dem Boden der Potenzialkurve. Dies ist eng verwandt mit der „Heisenbergschen Unschärferelation“. Auf den harmonischen Oszillator angewandt bedeutet dieses Prinzip, dass, wenn man wüsste, dass sich die Masse der Feder genau im Zentrum des Potentials befindet, ihre Geschwindigkeit völlig unbestimmt wäre, während, wenn man wüsste, dass die Geschwindigkeit der Masse genau null wäre, die Position der Masse buchstäblich überall sein könnte!

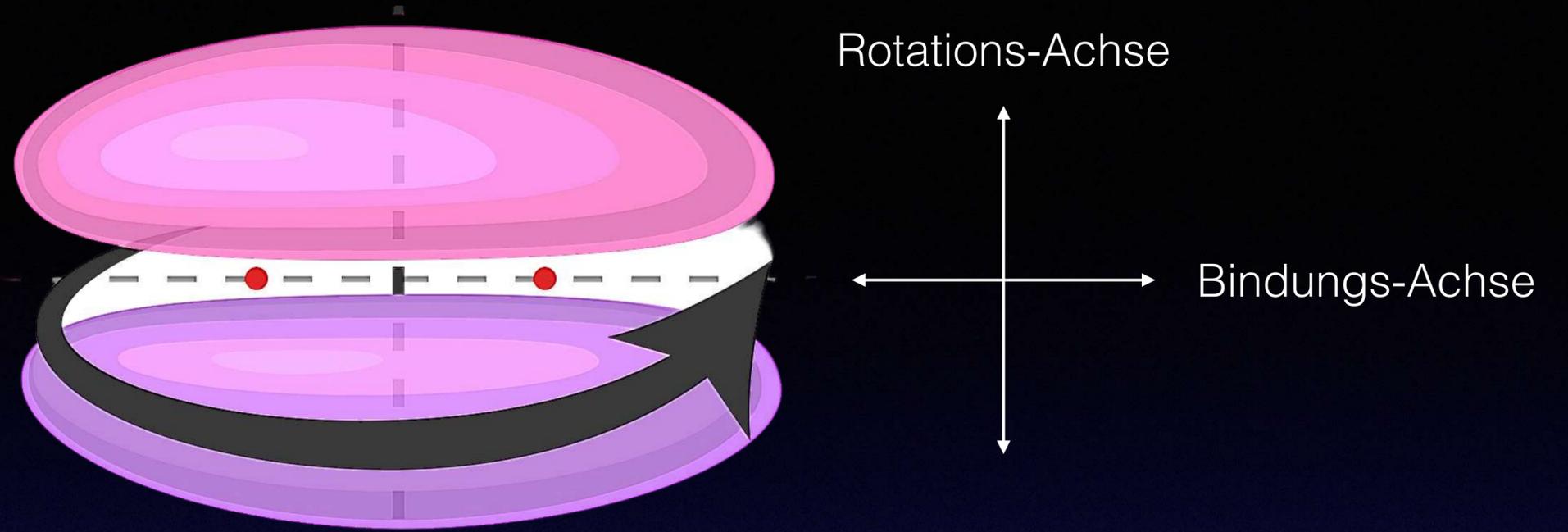
Bei unseren Betrachtungen eines quantisierten Oszillators werden wir die Energie i.d.R. vom Grundzustand und nicht vom Boden des Potentialtopfes aus messen.

Kontrollpunkt 7

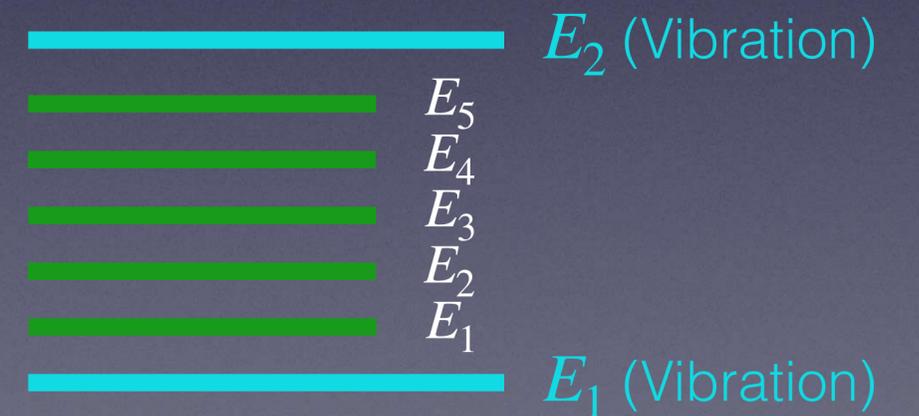
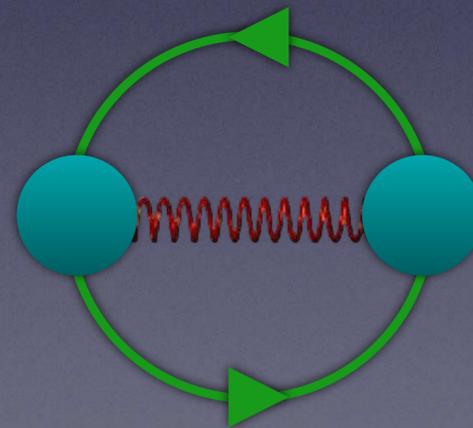
1. Angenommen, eine Ansammlung von harmonischen Quanten-Oszillatoren besetzt die untersten vier Energieniveaus, und der Abstand zwischen den Niveaus ist 0.4 eV . (1) Wie sieht das vollständige Emissionsspektrum für dieses System aus? Das heißt, welche Photonenenergien werden in den Emissionen erscheinen? Berücksichtige alle Energien, unabhängig davon, ob sie in den sichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums fallen oder nicht.
2. Das Energiequantum ΔE hängt von der Steifigkeit k_s der „Feder“ ab. Du hast im Labor die Eigenschaften eines einfachen Masse-Feder-Systems gemessen: $k_s = 0.7 \text{ N/m}$, $m = 0.02 \text{ kg}$ und $A = 0.2 \text{ m}$. (1) Was ist der ungefähre Wert von N , der „Quantenzahl“ für diesen Oszillator? (Das heißt, wie viele Niveaus über dem Grundzustand liegt dieser Oszillator?)

Wenn wir die Atome in einem Festkörper als einfache harmonische Oszillatoren modellieren, deren potenzielle Energiekurve eine Parabel ist, dann sind die Energieniveaus dieser Systeme gleichmäßig verteilt. Verwendet man jedoch eine realistischere interatomare potenzielle Energie (siehe z.B. Morse-Potenzial in Kapitel 7), so folgen die Energieniveaus des Systems einem komplexeren Muster. Die niedrigsten Energieniveaus sind allerdings fast gleichmäßig verteilt, was der Tatsache entspricht, dass der untere Teil der Kurve der potenziellen Energie für kleine Amplituden recht gut durch eine Kurve der Form $\frac{1}{2}k_s s^2$ beschrieben werden kann. Für große Energien wird der Abstand jedoch zunehmend kleiner.

Der Abstand der Schwingungsenergieniveaus eines zweiatomigen Moleküls entspricht typischerweise den Photonen im Infrarotbereich (0.005 eV bis 0.1 eV) des Spektrums.



Energieniveaus der Rotation (von Molekülen)



Ein Molekül in der Gasphase verfügt nicht nur über elektronische Energie (Energieniveau der Elektronen, angeregter Zustand) und Schwingungsenergie (Vibration), sondern auch über Rotationsenergie. Die Energieniveaus der Rotation sind dabei ebenfalls diskret. Wie wir in einem späteren Kapitel sehen werden, ist der Drehimpuls eines Moleküls quantisiert, und diese Quantisierung führt zu diskreten Energieniveaus der Rotation. Im Fall der Rotation handelt es sich ausschließlich um kinetische Energie - es ist keine potenzielle Energie beteiligt.

Die Energieniveaus der Rotation liegen zumeist eng beieinander. Übergänge zwischen diesen Niveaus erfolgen in der Regel mit Photonen im Mikrowellenbereich des elektromagnetischen Spektrums (ca. 1.2×10^{-6} eV bis 120×10^{-6} eV). So regen z.B. Mikrowellenöfen die Rotationsenergie von Wassermolekülen in Lebensmitteln an. Diese angeregten Moleküle geben dann ihre Energie an die Lebensmittel ab, wodurch diese heißer werden.

Die Analyse eines zweiatomigen Moleküls wie N_2 bietet einen guten Überblick über drei wichtige Arten der diskreten Energieniveaus: der Elektronen, der Vibration sowie der Rotation.

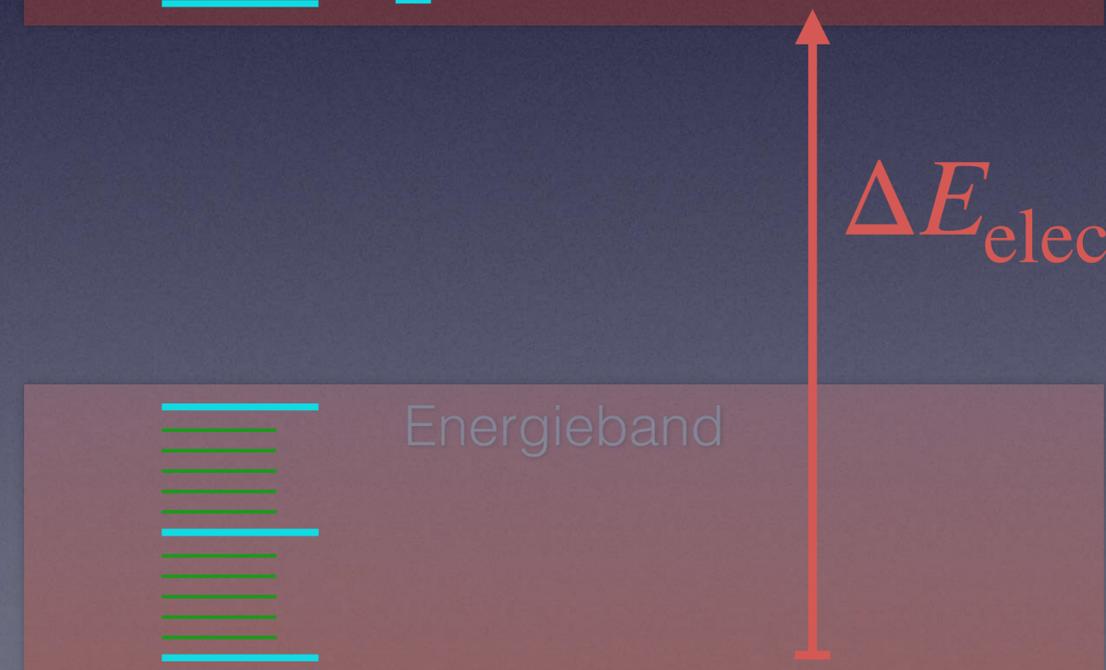
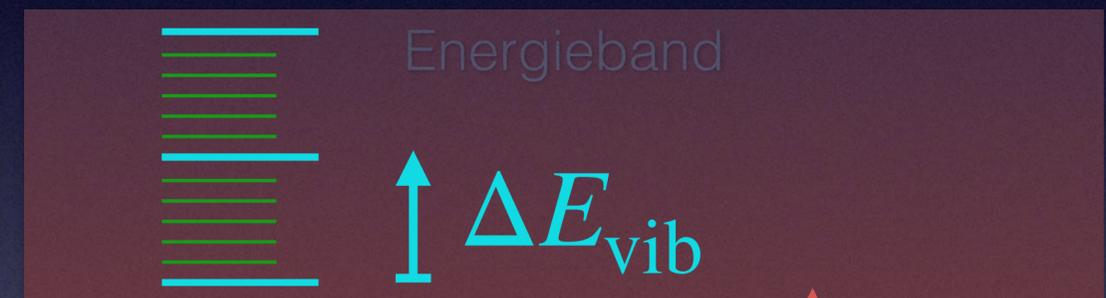
Die Abstände der tiefliegenden molekularen Energieniveaus der Elektronen liegen typischerweise im Bereich von 1 eV oder mehr, vergleichbar zu den Abständen im Wasserstoffatom. Für jede Hauptkonfiguration der Elektronenwolken sind viele verschiedene Schwingungsenergiezustände möglich, mit Energieabständen in der Größenordnung von 10^{-2} eV . Und weiter sind für jeden Schwingungsenergiezustand viele verschiedene Rotationsenergiezustände möglich, mit Abständen in der Größenordnung von 10^{-4} eV .

Diese drei verschiedenen Familien von Energieniveaus mit ihren sehr unterschiedlichen Abständen zwischen den Energieniveaus führen zu „Energiebändern“ und einem ausgeprägten Band-Spektrum der emittierten Photonen.

E_{sys}



Die Energiebänder eines zweiatomigen Moleküls (nicht maßstabsgetreu). Diese Struktur der Energieniveaus führt zu einem Band-Spektrum der emittierten Photonen.



Weitere Energieniveaus

Der Kern eines Atoms hat, wie das Atom, diskrete Energieniveaus, deren Lage und Eigenschaften durch die Regeln der Quantenmechanik bestimmt werden. Die Lage der angeregten Zustände ist für jeden Kern unterschiedlich. Die Anregungsenergie hängt dabei von der inneren Struktur des jeweiligen Kerns ab. Jeder angeregte Zustand wird durch Quantenzahlen charakterisiert, die seinen Drehimpuls, seine Parität und seinen Isospin beschreiben.

Ein angeregter Kern kann durch die Emission eines Photons in einen niedrigeren Zustand fallen. Der Energieabstand zwischen diesen Kern-Niveaus ist sehr groß, in der Größenordnung von $1 \times 10^6 \text{ eV}$ (1 MeV), so dass die emittierten Photonen Energien im Bereich von Millionen von Elektronenvolt haben. Derart energiereiche Photonen werden als „Gammastrahlen“ bezeichnet.

Atome haben Energieniveaus, die mit den Konfigurationen der Elektronen im Atom verbunden sind, und Kerne zeigen Energieniveaus, die mit den Konfigurationen der Nukleonen im Kern verbunden sind. Hadronen sind Teilchen, die aus Quarks bestehen. In einem einfachen Modell stellen wir Baryonen (Teilchen wie Protonen) als eine Kombination aus drei Quarks und Mesonen (Teilchen wie Pionen) als eine Kombination aus einem Quark und einem Antiquark dar. Verschiedene Konfigurationen von Quarks entsprechen verschiedenen Energieniveaus des Multiquark-Systems. Diese unterschiedlichen Konfigurationen sind die verschiedenen Hadronen, die wir kennen, und die entsprechenden Energieniveaus sind die beobachteten Ruheenergien dieser Teilchen. Die Energieabstände liegen in der Größenordnung von $1 \times 10^8 \text{ eV}$ (100 MeV). Hinweis: Leptonen, zu denen Elektronen, Myonen und Neutrinos gehören, bestehen nicht aus Quarks.

Im LHC des CERN bei Genf können Protonen mit bis zu $14 \times 10^{12} \text{ eV}$ (14 TeV) erzeugt werden.

Vergleich der Abstände zwischen den verschiedenen Energieniveaus

Die nebenstehende Tabelle zeigt eine Zusammenfassung der typischen Energiewerte für verschiedene Arten von Objekten. Es ist wichtig, zwischen hadronischen, nuklearen, elektronischen, schwingenden, rotierenden... quantisierten Energieniveaus zu unterscheiden. Wir können die wichtigsten Punkte für alle Arten von Quantenobjekten wie folgt verallgemeinern:

- diskrete Energieniveaus, und
- diskrete Emissionen (von Photonen) deren Energien den Unterschieden in den (internen) Energieniveaus entsprechen.

Typ	Differenz zwischen Energieniveaus	Objekt
hadronisch	10^8 eV	Quarks
nuklear	10^6 eV	Nukleonen
elektronisch	1 eV	Atome und Moleküle
vibrierend	10^{-2} eV	Moleküle
rotierend	10^{-4} eV	Moleküle

Typische Abstände der Energieniveaus in verschiedenen Quantenobjekten.

Zufällige Zeitspanne bis zur
Emission eines Photons

Angenommen, ein Atom befindet sich zunächst in seinem ersten angeregten Zustand. In einem kurzen Zeitintervall dt besteht die Wahrscheinlichkeit λdt , dass dieses Atom ein Photon aussendet und in den Grundzustand übergeht, wobei λ die durchschnittliche Emissionsrate für diese Art von Atom ist. Wenn sich zu Beginn alle $N = N_0$ Atome in ihrem ersten angeregten Zustand befinden, besteht in einem kurzen Zeitintervall dt die Wahrscheinlichkeit, dass $N\lambda dt$ Atome Photonen aussenden und in den Grundzustand fallen, so dass die Veränderung der Anzahl der angeregten Atome $dN = -N\lambda dt$ oder $dN/dt = -N\lambda$ ist, wobei das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Anzahl N der angeregten Atome abnimmt. Die Gleichung zeigt, dass die Emissionen proportional zur verbleibenden Anzahl der angeregten Atome sind.

Die Differentialgleichung der vorangehen Folie kann gelöst werden:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \rightarrow \frac{dN}{N} = -\lambda dt ,$$

$$\int_0^t \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \rightarrow \ln N - \ln N_0 = -\lambda t ,$$

$$\ln N = \ln N_0 - \lambda t \rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} .$$

Das Ergebnis zeigt, dass die Anzahl der im angeregten Zustand verbleibenden Atome im Durchschnitt exponentiell mit der Zeit abnimmt. Häufig nutzen wir $\tau = 1/\lambda$ (mittlere Lebensdauer) und erhalten $N = N_0 e^{-t/\tau}$. Für $t = \tau$ ist die Anzahl der angeregten Atome auf den $1/e$ -ten Teil ihrer ursprünglichen Anzahl gesunken.

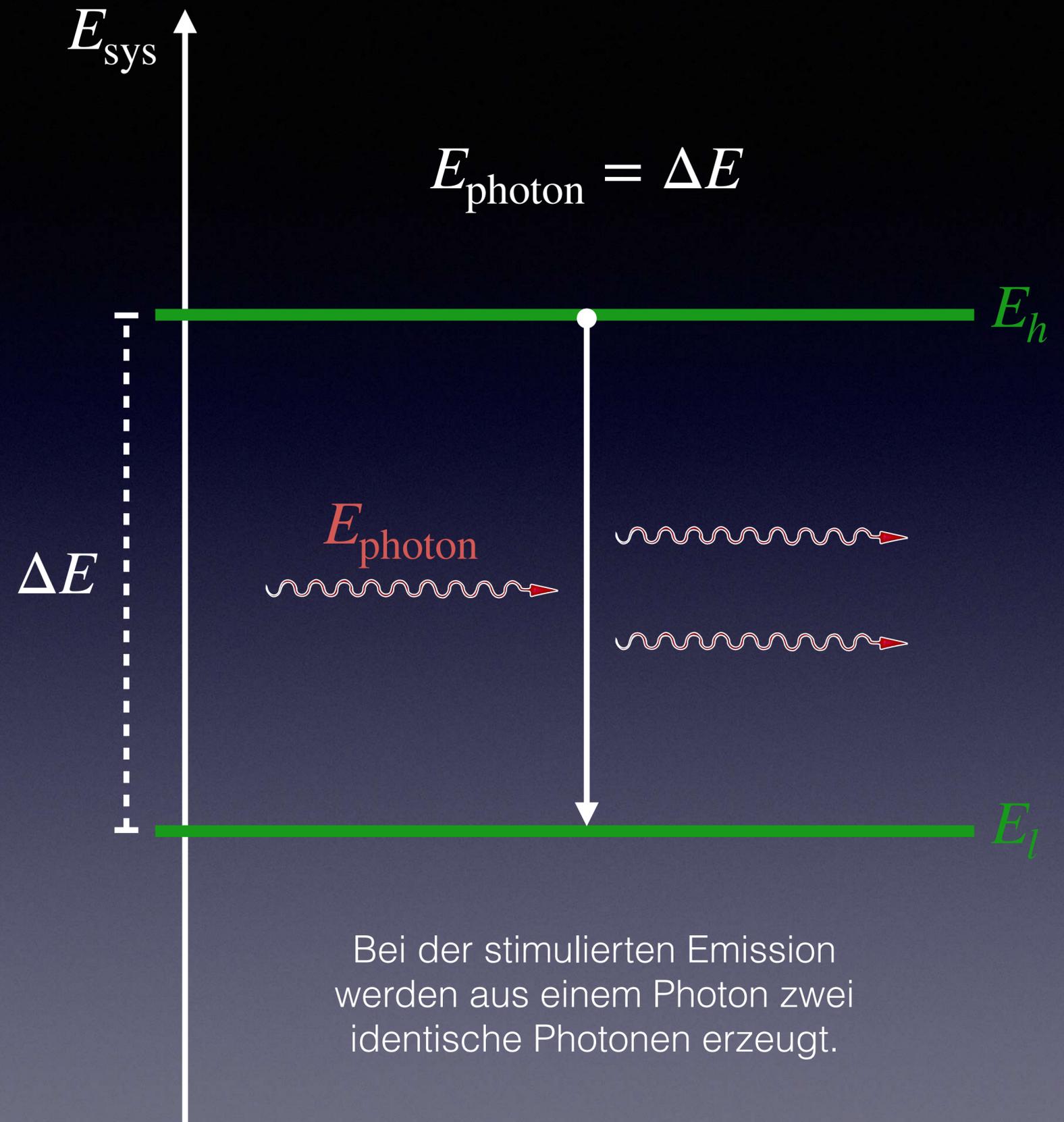
Fallstudie: wie ein Laser arbeitet

Ein Laser (***L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation*) bietet ein interessantes Beispiel für die Wechselwirkung von Licht und atomarer Materie. Wir werden eine grundlegende Einführung in den Laser geben, aber wir können nur an der Oberfläche eines umfangreichen Themas kratzen, das weiterhin ein aktives Forschungs- und Entwicklungsgebiet ist. Die Wirkung von Lasern beruht auf einem Prozess, der als „stimulierte Emission“ bezeichnet wird, und auf der Erzeugung einer „Besetzungsinversion“ von Quantenzuständen, die zu einer Kettenreaktion führen und eine besondere Art von Licht, so genanntes „kohärentes“ Licht, erzeugen kann.

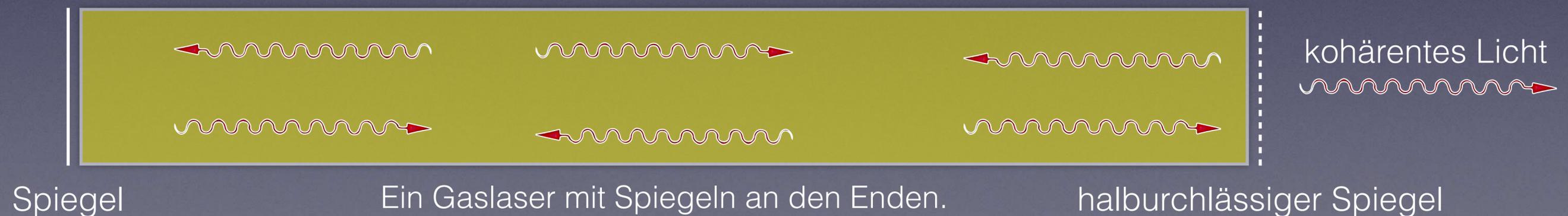
Wenn ein Atom in einen angeregten Zustand versetzt werden kann, fällt es in der Regel schnell in einen Zustand mit niedrigerer Energie zurück und sendet dabei ein Photon aus. Wir nennen diesen Emissionsprozess „spontane Emission“. Spontane Emission findet zu einem nicht vorhersehbaren Zeitpunkt statt. Alles, was die Quantenmechanik vorhersagen kann, ist die Wahrscheinlichkeit, dass das angeregte Atom im nächsten kleinen Zeitintervall in den Grundzustand zurückfällt. Dies ist vergleichbar mit dem Zerfall eines freien Neutrons in ein Proton, ein Elektron und ein Antineutrino.

Eine Ansammlung angeregter Atome emittiert Photonen spontan und zu zufälligen Zeiten. In der vollständigen quantenmechanischen Beschreibung des Lichts hat das Licht sowohl die Eigenschaften eines Teilchens (Photon) als auch die Eigenschaften einer Welle. Emissionen zu zufälligen Zeitpunkten haben in einer Wellenbeschreibung zufällige Phasen. Wir sagen: dieses Licht ist „inkohärent“.

Trifft ein Photon, dessen Energie genau der Energiedifferenz zwischen dem aktuellen Zustand und einem Energieniveau mit geringerer Energie entspricht, auf das angeregte Atom, so kann das Atom in den Zustand niedriger Energie wechseln und die Energiedifferenz zusätzlich zu dem eingefallenen Photon als ein weiteres Photon abstrahlen. Die beiden Photonen sind kohärent. Dies geht jedoch in der Regel nur, wenn der betreffende Übergang durch die Auswahlregeln erlaubt ist. Das neu erzeugte Photon hat die gleiche Energie und Wellenlänge wie das eingefallene Photon. Es bewegt sich in die gleiche Richtung, hat die gleiche Polarisationsrichtung und auch die gleiche Phasenlage, so dass es sich gewissermaßen wie eine Kopie des ursprünglichen Photons verhält, was als Kohärenz bezeichnet wird.



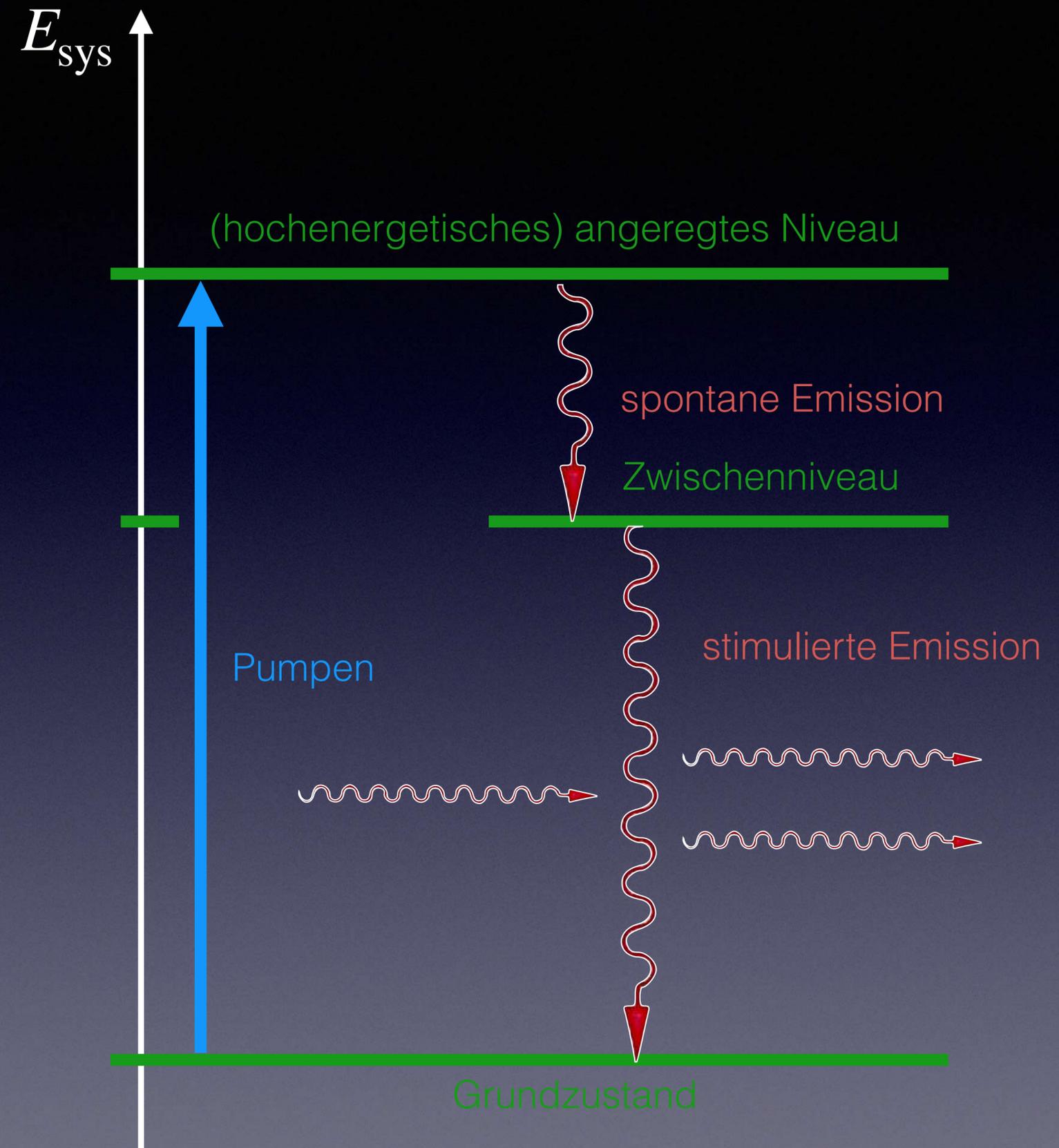
Das Phänomen der stimulierten Emission kann genutzt werden, um eine Kettenreaktion auszulösen. Zu Beginn haben wir ein Photon mit der richtigen Energie, um den Energieunterschied zwischen dem Grundzustand und einem angeregten Zustand der Atome im System auszugleichen. Wenn dieses Photon die stimulierte Emission eines angeregten Atoms auslöst, gibt es unmittelbar danach zwei identische Photonen, die beide wiederum in der Lage sind, die stimulierte Emission anderer angeregter Atome auszulösen, was im nächsten Schritt zu vier identischen Photonen führt, dann 8, 16, 32, 64,... Da die Kettenreaktion jedoch nicht abläuft, wenn alle Photonen aus dem System entweichen, ist ein Mechanismus für den Einschluss der Photonen erforderlich. Bei einem gängigen Gaslaser befindet sich das Gas in einer langen Röhre mit Spiegeln an beiden Enden.



Photonen, die sich in Richtung der Röhre bewegen, werden ständig in der Röhre hin- und herreflektiert, was die Wahrscheinlichkeit erhöht, dass sie mit angeregten Atomen wechselwirken und stimulierte Emission weiterer Photonen verursachen. Da es sich bei den Photonen mit stimulierter Emission um „Klone“ handelt, bewegen sich diese ebenfalls in Richtung der Röhre und werden daher wahrscheinlich ebenfalls wechselwirken.

Leider haben auch die Photonen der stimulierten Emission genau die richtige Energie, um von einem Atom im Grundzustand absorbiert zu werden, so dass sie nicht mehr zur Kettenreaktion beitragen können. Aus diesem Grund brauchen wir eine „Besetzungsinversion“ mit nur wenigen Atomen im Grundzustand, um die Photonen absorbieren und die Kettenreaktion stoppen zu können.

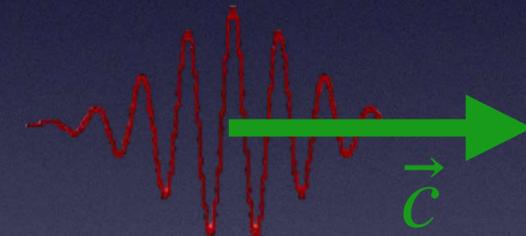
Durch eine geschickte Vorgehensweise ist es möglich, die Besetzung umzukehren, so dass sich mehr Atome in einem angeregten Zustand als im Grundzustand befinden. Eine umgekehrte Besetzung der Energieniveaus ist für die Laserwirkung entscheidend, so dass die stimulierte Emission mit Klonen von Photonen gegenüber der einfachen Absorption von Photonen durch Atome im Grundzustand dominiert. Das im Helium-Neon-Laser verwendete Verfahren besteht beispielsweise darin, Atome auf ein hohes Energieniveau zu „pumpen“. Atome in diesem hohen Energieniveau fallen schnell auf ein Zwischenniveau, das über dem Grundzustand liegt. Dieser Zwischenzustand hat oft eine relativ lange Lebensdauer für spontane Emission, so dass es möglich ist, eine umgekehrte Population aufrechtzuerhalten, bei der sich mehr Atome im Zwischenzustand als im Grundzustand befinden. Stimulierte Emission treibt diese angeregten Atome schließlich in den Grundzustand, aus dem sie wieder in den hochenergetischen Zustand hochgepumpt werden.



Die Wellenlänge von Licht

In diesem Kapitel haben wir uns auf das Teilchenmodell des Lichts konzentriert, d. h. auf Photonen und ihre Energie. Wie wir jedoch bereits angedeutet haben, lassen sich einige Aspekte des Verhaltens von Licht (gleich welcher Energie) am besten verstehen, wenn man Licht als Welle betrachtet. Der Vollständigkeit halber erwähnen wir eine Verbindung zwischen dem Teilchenmodell und dem Wellenmodell des Lichts. Licht, das aus Photonen besteht, deren Energie gleich E ist, kann auch als Welle behandelt werden, und Energie E und Wellenlänge λ sind via Lichtgeschwindigkeit c und Planckscher Konstante h wie folgt miteinander verknüpft:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}, \text{ und damit } |\vec{p}| = \frac{h}{\lambda}.$$



Wellenpaket.

Ein Modell für Licht, das sowohl die Eigenschaften einer Welle als auch eines lokalisierten Teilchens aufweist, ist ein „Wellenpaket“, eine Welle, deren Betrag nur in einem kleinen Bereich des Raums ungleich Null ist. Wir werden auf dieses Thema in einem späteren Kapitel über Wellen und Teilchen zurückkommen.

Kontrollpunkt 8

1. Wenn das Sternenlicht eine kalte Wasserstoffgaswolke durchquert, absorbieren einige Wasserstoffatome Energie und strahlen sie dann in alle Richtungen ab. Infolgedessen zeigt ein Spektrum des Sterns dunkle Absorptionslinien bei den Energien, bei denen weniger Energie vom Stern zu uns gelangt. (1) Wie unterscheidet sich das Spektrum der dunklen Absorptionslinien für sehr kalten Wasserstoff von dem Spektrum der hellen Emissionslinien von sehr heißem Wasserstoff?
2. (1) Was geschieht mit der Frequenz in einem klassischen harmonischen Oszillator, wenn man die Amplitude verdoppelt? (2) Und in einem harmonischen Quanten-Oszillator?
3. (1) Wie hoch ist die Energie des Photons, das ein harmonischer Oszillator mit Steifigkeit $k_{s,i}$ und Masse m_a aussendet, wenn er vom fünften Energieniveau auf das zweite Energieniveau fällt?

Antworten
(zu den „Kontrollpunkten“)

K1.1: (1) $E_{\text{green}} \simeq 2.5 \text{ eV}$. (2) $\dot{N} = \frac{P_{\text{sun}}}{E_{\text{green}}} = \frac{1400 \text{ J/s}}{2.5 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}$, ergibt
 $\dot{N} = 3.5 \times 10^{21}$ Photonen/s pro Quadratmeter.

K2.1: $E_f = E_i + E_{\text{photon}} \rightarrow E_{\text{photon}} = E_f - E_i$. (1) $E_i = -13.6 \text{ eV}$,
 $E_f = -13.6/2^2 \text{ eV} = -3.4 \text{ eV}$, $E_{\text{photon}} = 10.2 \text{ eV}$.

K3.1: $E_f + E_{\text{kin},f} = E_i + E_{\text{kin},i} \rightarrow E_{\text{kin},f} = E_i - E_f + E_{\text{kin},i}$. (1)
 $E_{\text{kin},i} = 12.5 \text{ eV}$, $E_i = -13.6 \text{ eV}$, $E_f = -13.6/3^2 \text{ eV} \approx -1.5 \text{ eV}$,
 $E_{\text{kin},f} = 0.4 \text{ eV}$. (2) $E_f = -13.6/4^2 \text{ eV} \approx -0.85 \text{ eV}$, und damit hätte die anfängliche kinetische Energie des Elektrons nicht dazu ausgereicht, das Wasserstoffatom in den dritten angeregten Zustand zu versetzen.

K4.1: $E_1 = -13.6 \text{ eV}$,
 $E_2 = -3.4 \text{ eV}$, $E_3 \approx -1.5 \text{ eV}$,
 $E_4 = 0.85 \text{ eV}$. (1) Von jedem
angeregten Niveau sind Übergänge
auf alle tieferen Niveaus möglich.

Anzahl der Übergänge $n = \sum_{i=1}^3 i = 6$.

(2) $\Delta E_{2 \rightarrow 1} = 10.2 \text{ eV}$,

$\Delta E_{3 \rightarrow 1} = 12.1 \text{ eV}$,

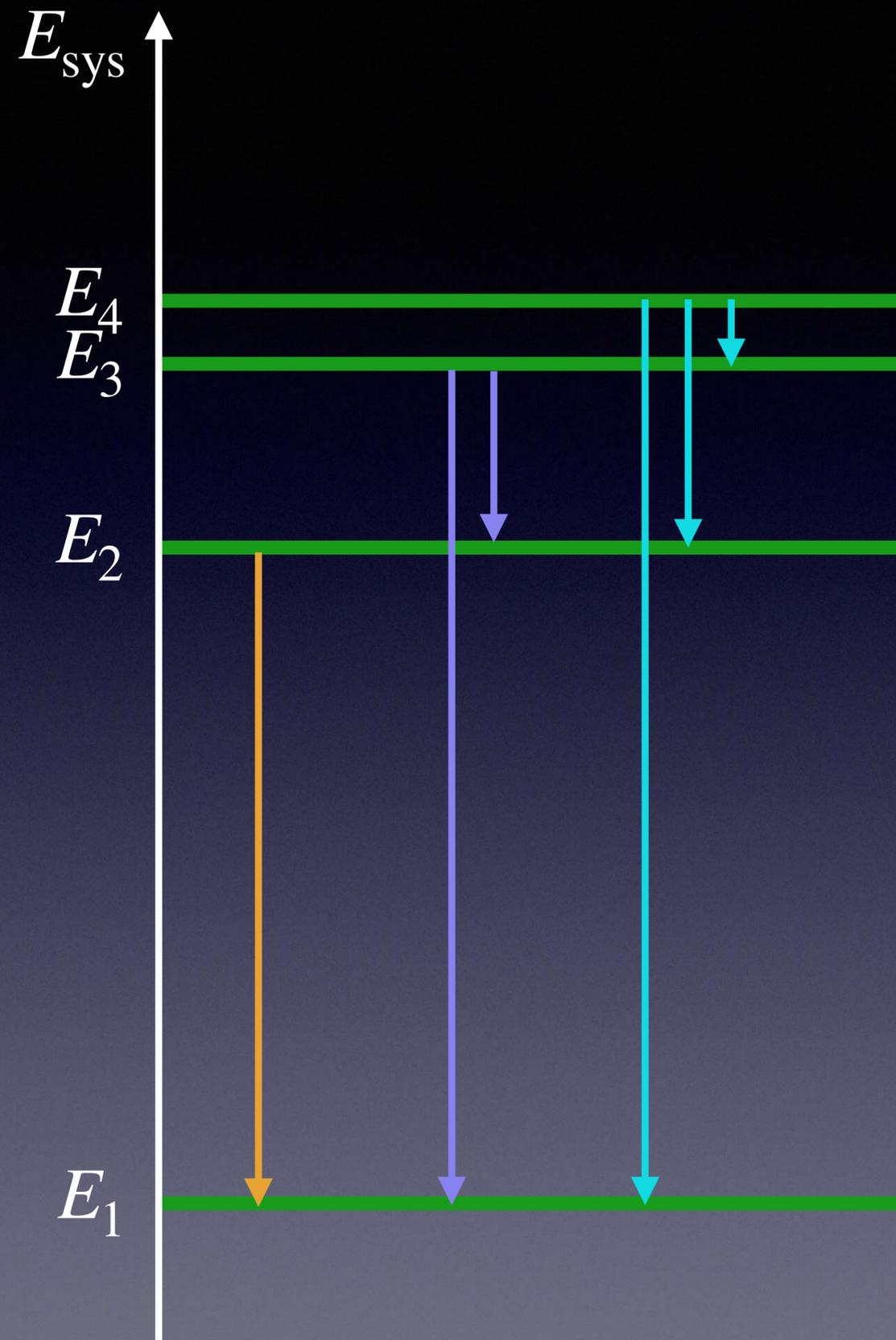
$\Delta E_{3 \rightarrow 2} = 1.9 \text{ eV}$,

$\Delta E_{4 \rightarrow 1} = 12.75 \text{ eV}$,

$\Delta E_{4 \rightarrow 2} = 2.55 \text{ eV}$,

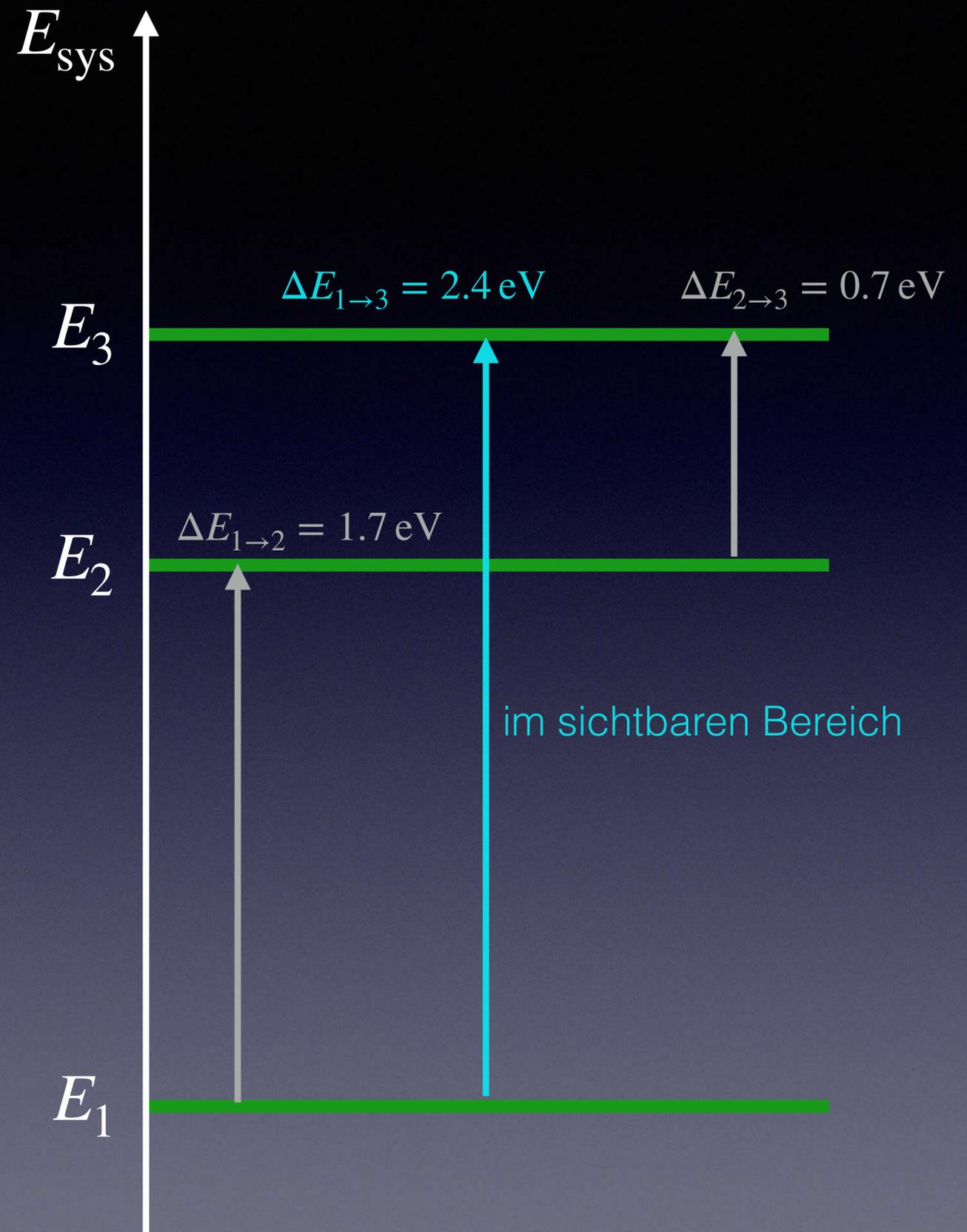
$\Delta E_{4 \rightarrow 3} = 0.65 \text{ eV}$.

(3) $\Delta E_{3 \rightarrow 2}$ und $\Delta E_{4 \rightarrow 2}$ liegen im
Bereich des sichtbaren Lichts.

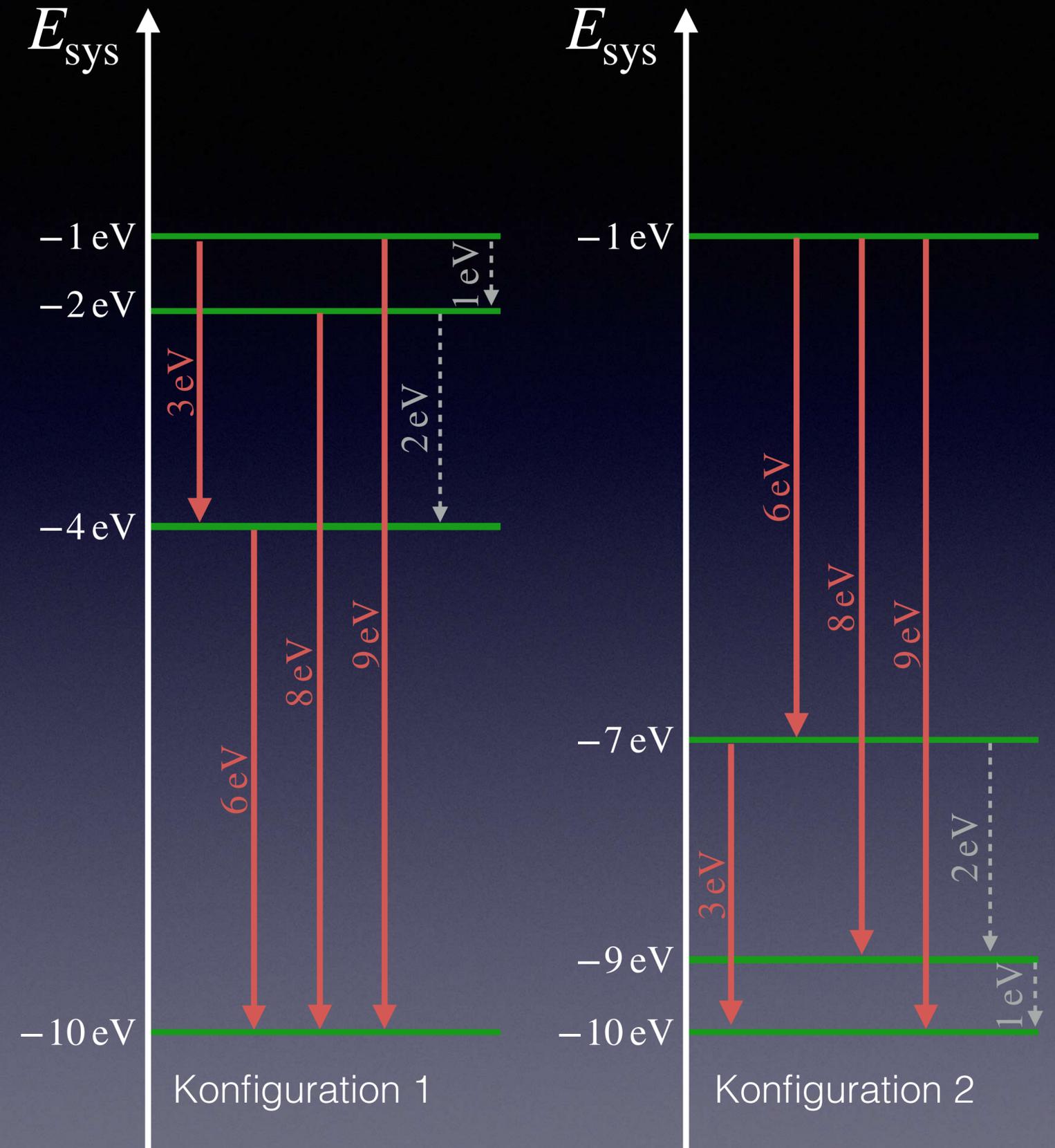


K4.2: (1) Die Photonenenergie für sichtbares Licht liegt im Bereich von ca. 1.8 eV bis 3.1 eV . Die Energiedifferenz des ersten angeregten Niveaus zum Grundzustand beträgt für Wasserstoff ca. 10.2 eV . Deshalb sollte keine Absorption von Photonen im Bereich des sichtbaren Lichts stattfinden, diese passieren das Gas und es wirkt damit für uns vollständig transparent. Ergänzung: Bei einem Zusammenstoß zwischen einem Photon des sichtbaren Lichts und einem Wasserstoffatom kann das Atom eine gewisse kinetische Energie gewinnen, aber es ist keine interne Energieänderung möglich.

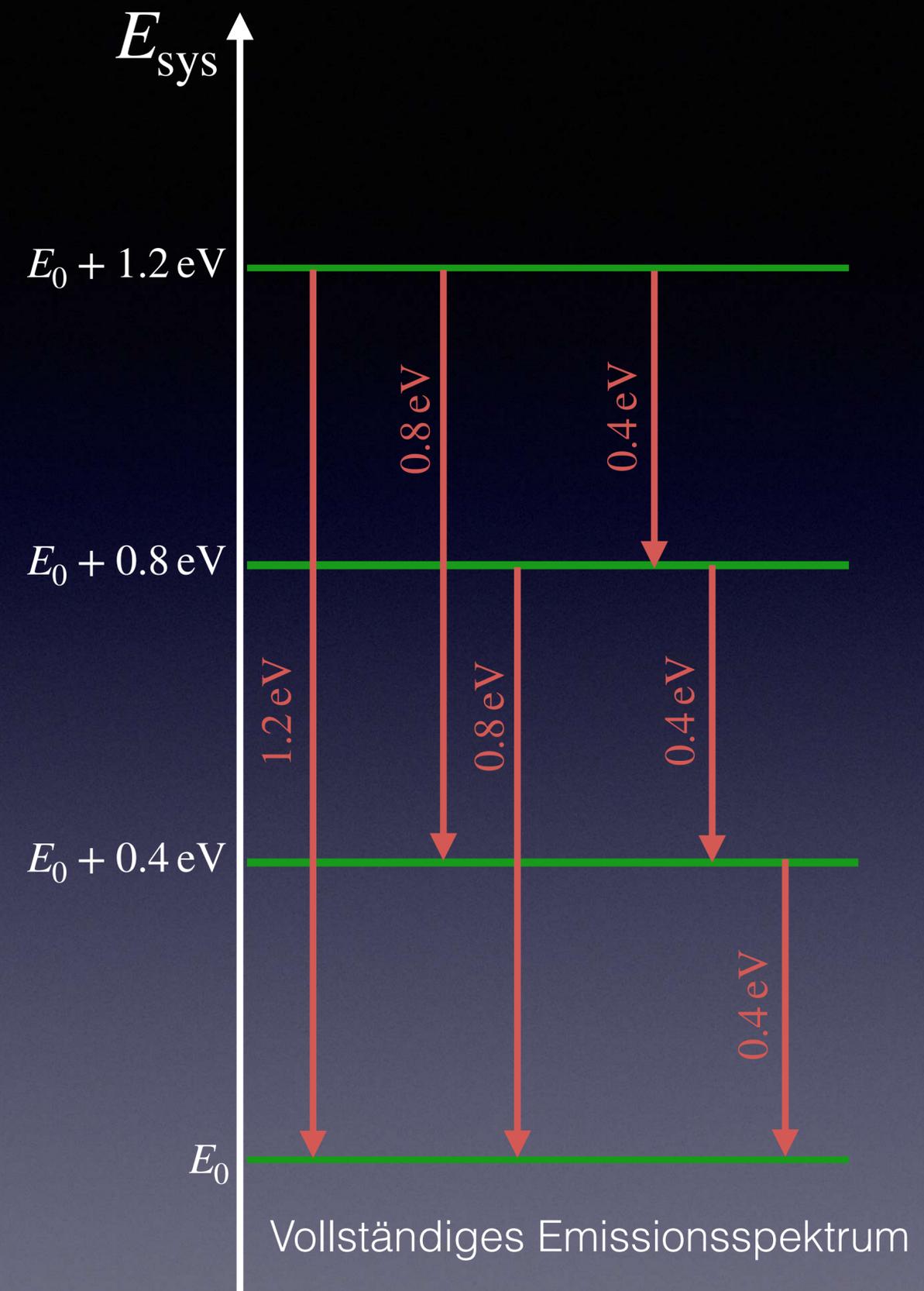
K5.1: $E_1 = -4.0 \text{ eV}$, $E_2 = -2.3 \text{ eV}$
und $E_3 = -1.6 \text{ eV}$. Nur die
Absorption mit $\Delta E_{1 \rightarrow 3} = 2.4 \text{ eV}$ liegt
im Bereich des sichtbaren Lichts. D.h.
es tritt nur eine dunkle Linie im
Absorptionsspektrum auf (im Bereich
des grünen Lichts).



K6.1: (1) Siehe nebenstehende Darstellungen. (2) Zusätzlich detektierbare Energien sind 1 eV und 2 eV . (3) Absorptionslinien für Konfiguration 1: 6 eV , 8 eV und 9 eV ; für Konfiguration 2: 1 eV , 3 eV und 9 eV . (4) Da sich die Lage der dunklen Linien für beide Konfigurationen voneinander unterscheiden, kann mit Hilfe des Absorptionsspektrums entschieden werden, welche der beiden Konfigurationen tatsächlich vorliegt.



K7.1: (1) Siehe nebenstehende Darstellungen. Folgende Emissionen sind möglich: $3 \times 0.4 \text{ eV}$, $2 \times 0.8 \text{ eV}$ und $1 \times 1.2 \text{ eV}$.

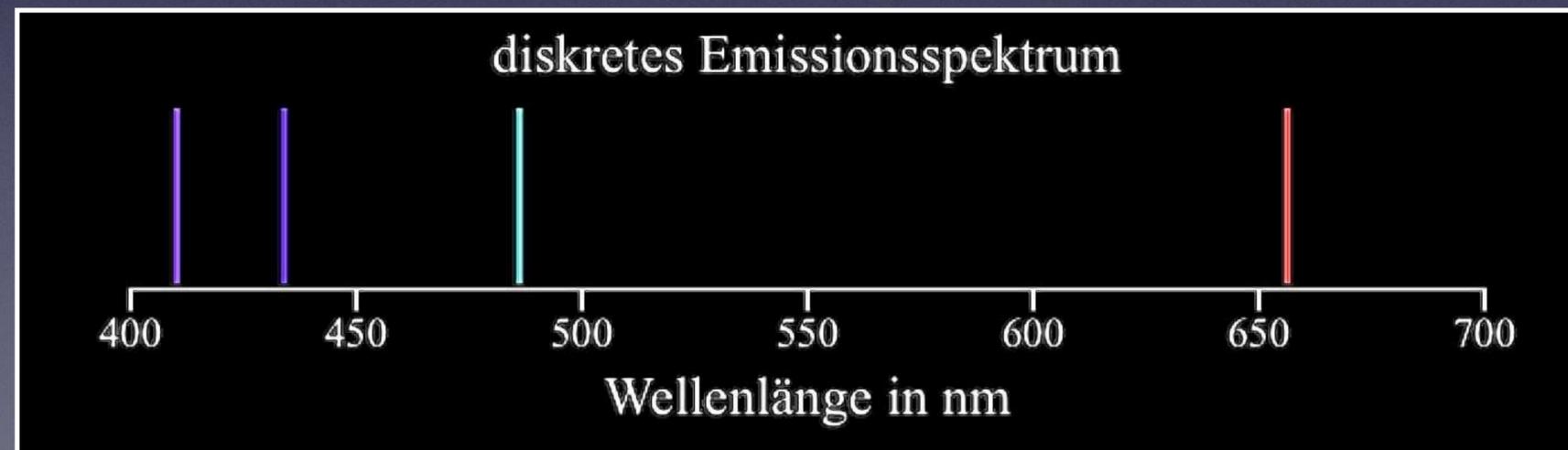
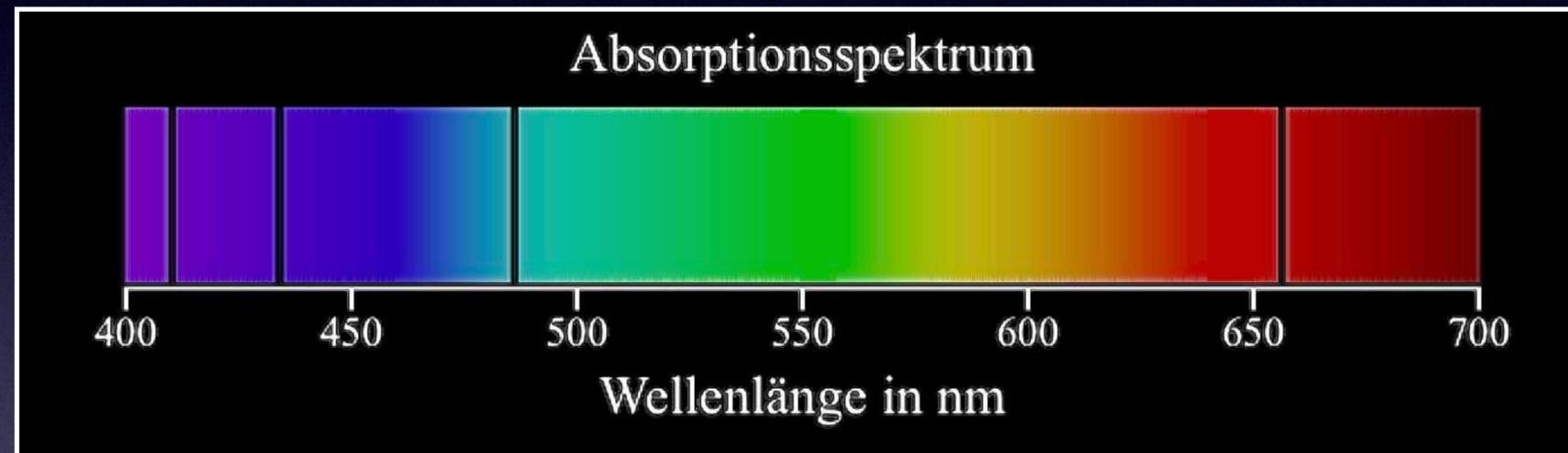


$$\underline{\text{K7.2:}} \quad U_s = \frac{1}{2} k_{s,i} A^2, \quad E_0 = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}} \simeq 0 \text{ (im Vergleich mit } U_s),$$

$$E_N = E_0 + N \hbar \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}}. \quad (1) \quad N \approx \frac{\frac{1}{2} k_{s,i} A^2}{\hbar \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}}}: \quad N = 2.25 \times 10^{31}. \text{ Also eine}$$

sehr große Quantenzahl. Deshalb verhält sich das System auch wie ein „klassisches“ System.

K8.1: (1) Die Linien der Absorption liegen für sehr kalten Wasserstoff an denselben Stellen wie die Emissionslinien für sehr heißen Wasserstoff.



K8.2: (1) Die Frequenz beim klassischen harmonischen Oszillator ist von der Amplitude unabhängig: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_s}{m}}$. (2) Dasselbe gilt auch für den harmonischen Quanten-Oszillator.

K8.3: $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}} \simeq 0$, $E_N = E_0 + N\hbar\sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_{s,i}}{m_a}}$. Fünftes Niveau ist E_4 , zweites Niveau ist E_1 . (1) $E_{\text{photon}} = 3 \times \hbar\omega_0$.

Nachwort

Die Folien versuchen eine Einführung in die Physik aus der Perspektive des 20. Jahrhunderts zu geben. Physiker erstellen Modelle der natürlichen Welt, die auf einer kleinen Anzahl grundlegender physikalischer Prinzipien und auf einem Verständnis der mikroskopischen Struktur der Materie beruhen, und sie wenden diese Modelle an, um ein sehr breites Spektrum physikalischer Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

Abfolge und Inhalt dieser Folien lehnen sich ganz eng an das Buch *Matter and Interactions* von Ruth W. Chabay und Bruce E. Sherwood an (4. Auflage, November 2017, 1040 Seiten, eText, Wiley & Sons Ltd, ISBN: 978-1-119-02908-3). Abbildungen, soweit nicht anders erwähnt, entstammen ebenfalls diesem Buch.

Ende

Folien zusammengestellt von Günther Lang

Es folgt: Teil 9 - Translations-, Vibrations- und Rotationsenergie