

Moderne Mechanik

Teil 7
Innere Energie

Ziele

Nach Durchsicht dieser Folien solltest du in der Lage sein,

- die Änderungen der inneren Energie eines festen Objekts auf mikroskopischer Ebene mit Hilfe des Kugel-Feder-Modells zu erklären.
- Die Änderungen der inneren Energie in ausgedehnten Objekten zu berechnen.
- Temperaturänderung, Energieübertragung aufgrund einer Temperaturdifferenz und spezifische Wärme mathematisch in Beziehung setzen.
- Berechnung und Anwendung der potenziellen Energie eines Systems, das eine Feder enthält.
- Erstellen eines Berechnungsmodells für ein System, in dem es zu Energieverlusten kommt (z. B. durch Luftwiderstand oder Gleitreibung).

Übersicht

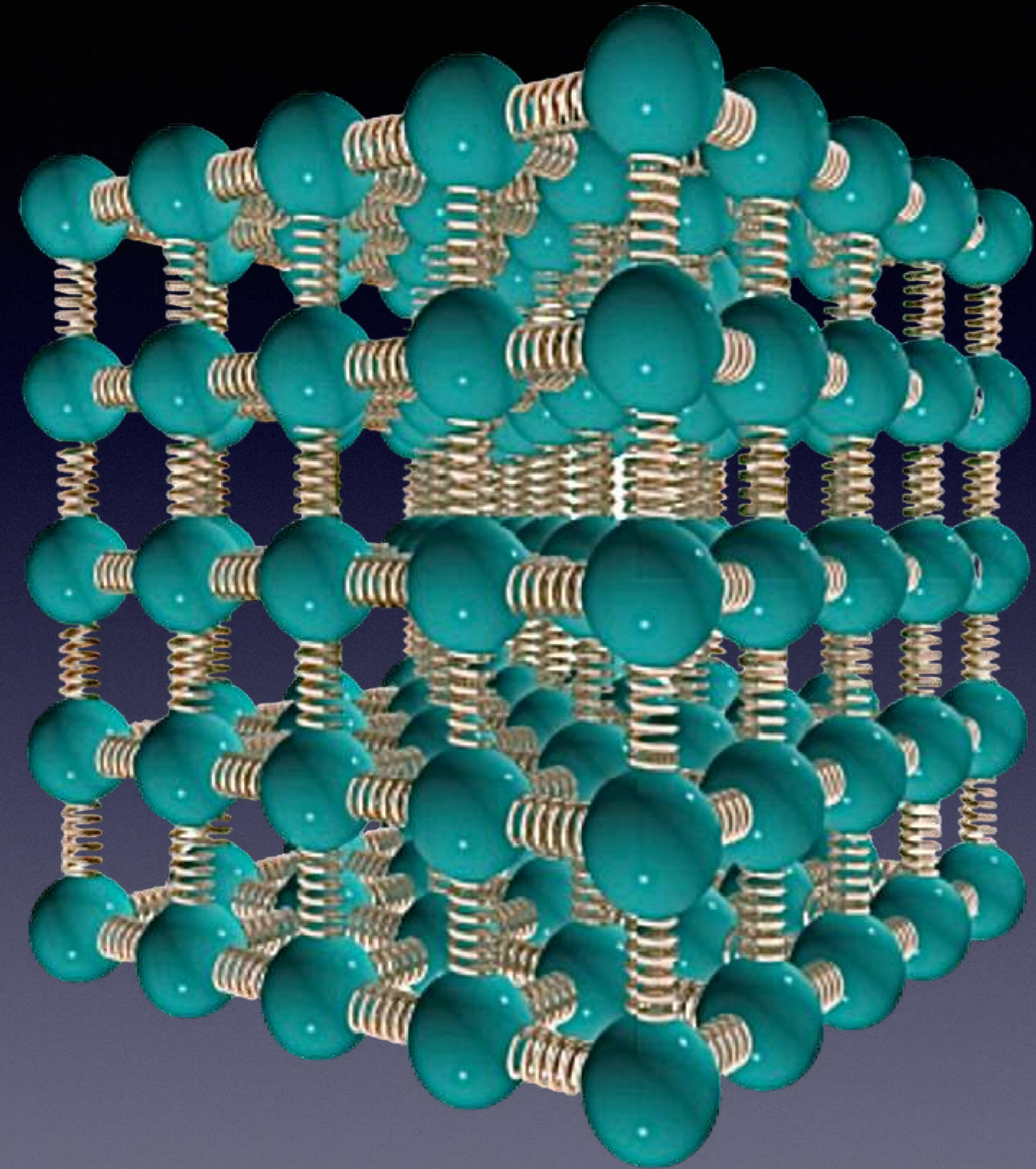
- Ausgedehnte Objekte
- Potenzielle Energie makroskopischer Federn
- Potenzielle Energie eines Paares neutraler Atome
- Innere Energie
- Energieübertragung aufgrund eines Temperaturunterschieds
- Leistung: Energie pro Zeiteinheit
- Wie die Wahl des Systems die Bilanzierung der Energie beeinflusst
- Wie die Wahl des Bezugssystems die Bilanzierung der Energie beeinflusst
- Energiedissipation
- Energiedissipation in numerischen Modellen
- Resonanz
- Antworten (zu den „Kontrollpunkten“)
- Nachwort

Ausgedehnte Objekte

In Kapitel 4 haben wir uns mit den Kontaktkräften zwischen ausgedehnten Objekten beschäftigt - Objekten, die gedehnt, gestaucht und verformt werden und daher nicht als Punktteilchen modelliert werden können. Wir fanden heraus, dass ein Kugel-Feder-Modell auf mikroskopischer Ebene den Ursprung von Zug- und Druckkräften erklären und Größen wie die Schallgeschwindigkeit, z. B. in einem Metall, vorhersagen kann.

Bei der Betrachtung von Energieänderungen in Systemen, die aus ausgedehnten Objekten bestehen, stellten wir wiederum fest, dass es nicht möglich ist, solche Systeme als Punktteilchen zu modellieren, da diese keine innere Struktur haben. Wir wissen, dass makroskopische Objekte infolge von Wechselwirkungen mit ihrer Umgebung wärmer oder kälter werden können. Wir werden sehen, dass die Änderung der Temperatur eines Objekts mit der Energiemenge im Inneren des Objekts korreliert ist.

Um die Natur der inneren Energie zu verstehen, kehren wir zum Kugel-Feder-Modell der mikroskopischen Struktur eines festen Objekts zurück (siehe nebenstehende Abbildung). Erinnerung dich daran, dass in diesem Modell die Kugeln Atome darstellen und die Federn die kovalenten chemischen Bindungen zwischen den Atomen. Da sich die Atome in einem festen Gegenstand bewegen können, können sie kinetische Energie besitzen. Da Arbeit erforderlich ist, um eine Feder zusammenzudrücken oder zu dehnen, ist es plausibel, dass potenzielle Energie mit Federn verbunden sein kann. Um die innere Energie im Zusammenhang mit dem Kugel-Feder-Modell eines Festkörpers zu betrachten, müssen wir einen Ausdruck für die potenzielle Energie einer Feder finden.



Das Kugel-Feder-Modell eines festen Objekts.

Potenzielle Energie makroskopischer Federn

Eine echte Feder hat eine Masse ungleich Null und kann auf verschiedene Weise beschädigt werden: Sie kann verformt oder gebrochen werden, das Metall kann ermüden und so weiter. Eine echte Feder kann nur bis zu einem gewissen Grad gedehnt oder gestaucht werden. Um die Komplexität unseres Modells zu verringern, werden wir zunächst die idealisierte Version einer Feder betrachten, die wir als „ideale Feder“ bezeichnen werden.

In der Gleichung für die „ideale“ Federkraft gibt es keine Grenzen für die Dehnung $\vec{s} = \vec{L} - \vec{L}_0$:

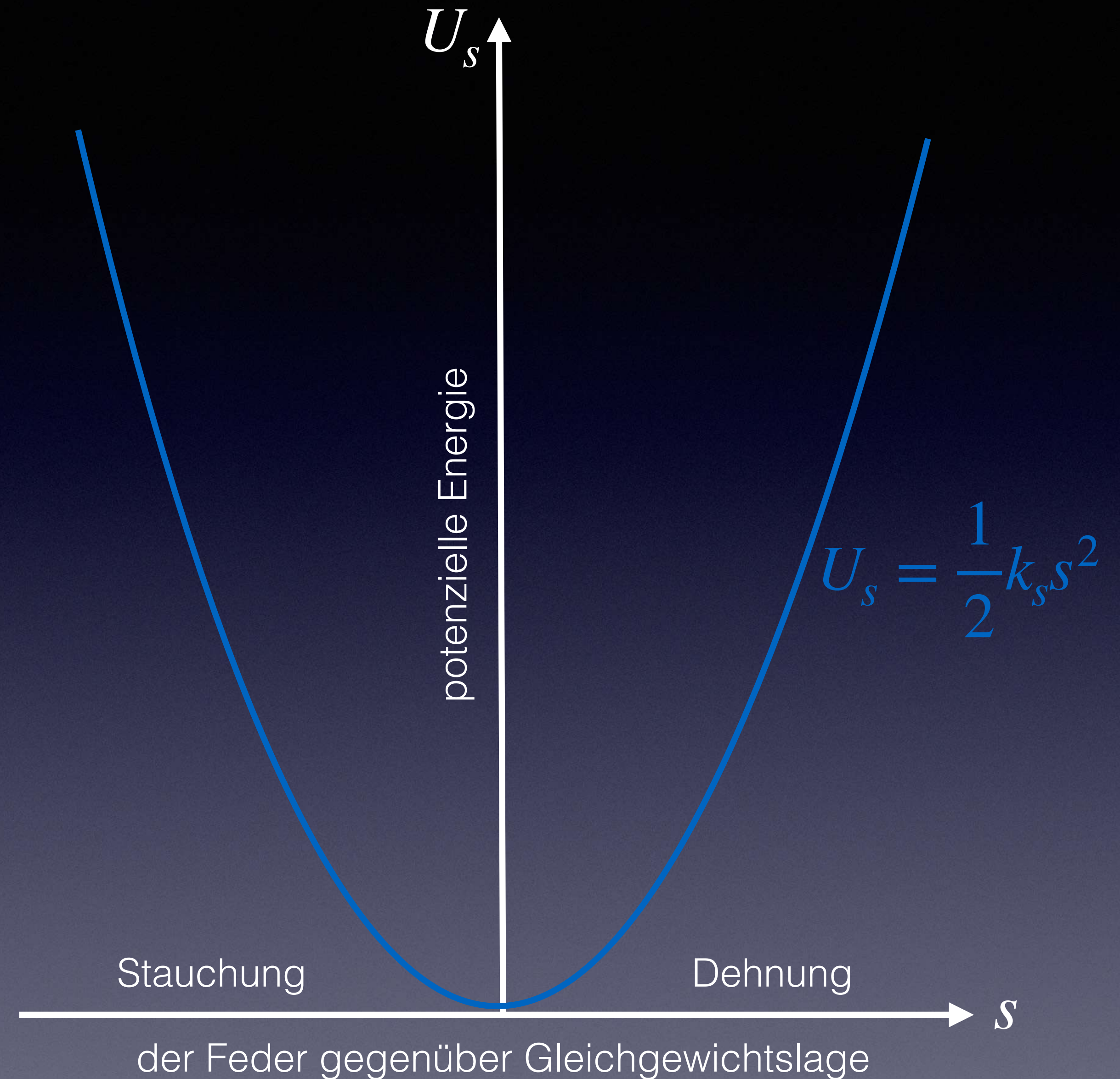
$$\vec{F}_s = -k_s \left| \vec{s} \right| \hat{s}, \text{ oder kurz (1D): } F_s = -k_s s .$$

Um die mit der Federkraft verbundene potenzielle Energie U_s zu bestimmen, muss man sich vergegenwärtigen, dass der (negative) Gradient der potenziellen Energie gleich der zugehörigen Kraft ist. Um die potenzielle Energie der Feder zu bestimmen, benötigen wir also eine Lösung dieser Gleichung:

$$-\vec{\nabla} U_s = -k_s \left| \vec{s} \right| \hat{s}, \text{ in 1D: } -\frac{dU}{ds} = -k_s s .$$

Die Funktion $U_s = \frac{1}{2}k_s s^2$ liefert $\vec{F} = -\vec{\nabla} U_s$ in gewünschter Weise, wobei s von der Gleichgewichtslage aus gemessen wird.

Die Funktion $\frac{1}{2}k_s s^2$ ist eine nach oben geöffnete Parabel (siehe nebenstehende Abbildung). Man beachte, dass die Dehnung im Ausdruck für die Federenergie quadratisch erscheint. Dies spiegelt die Tatsache wider, dass entweder eine Verlängerung (positive Dehnung) oder eine Stauchung (negative Dehnung) der Feder mit einer erhöhten potenziellen Energie einhergeht.



Potenzielle Energie U_s als Funktion der Dehnung s für eine ideale Feder.

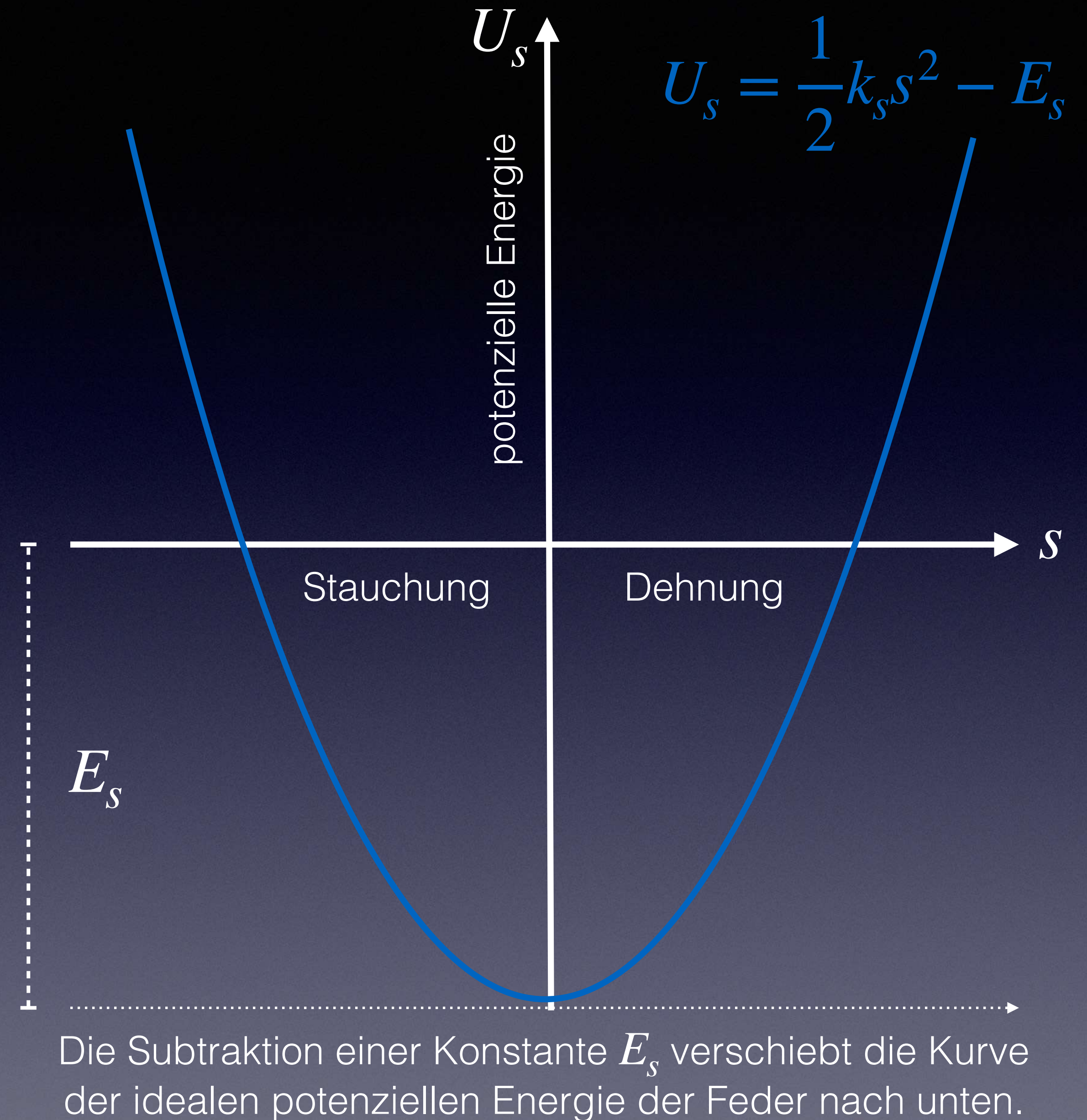
Die Kurve der idealen potenziellen Federenergie U_s weist folgende Besonderheiten auf:

1. Wenn der absolute Wert der Dehnung s groß wird, geht U_s gegen unendlich, anstatt sich Null zu nähern, wie das bei der potenziellen Gravitationsenergie U_g (Kapitel 6) der Fall war. Deshalb wird diese Kurve für U_s manchmal auch als „unendliche potenzielle Energiequelle“ bezeichnet.
2. Für ein System aus einer Masse und einer idealen Feder sind alle Zustände gebundene Zustände. Es gibt dabei keine ungebundenen Zustände!

Aufgrund dieser Besonderheiten gibt $U_s = \frac{1}{2}k_s s^2$ die Natur einer makroskopischen Feder oder einer interatomaren Bindung nicht vollständig wieder.

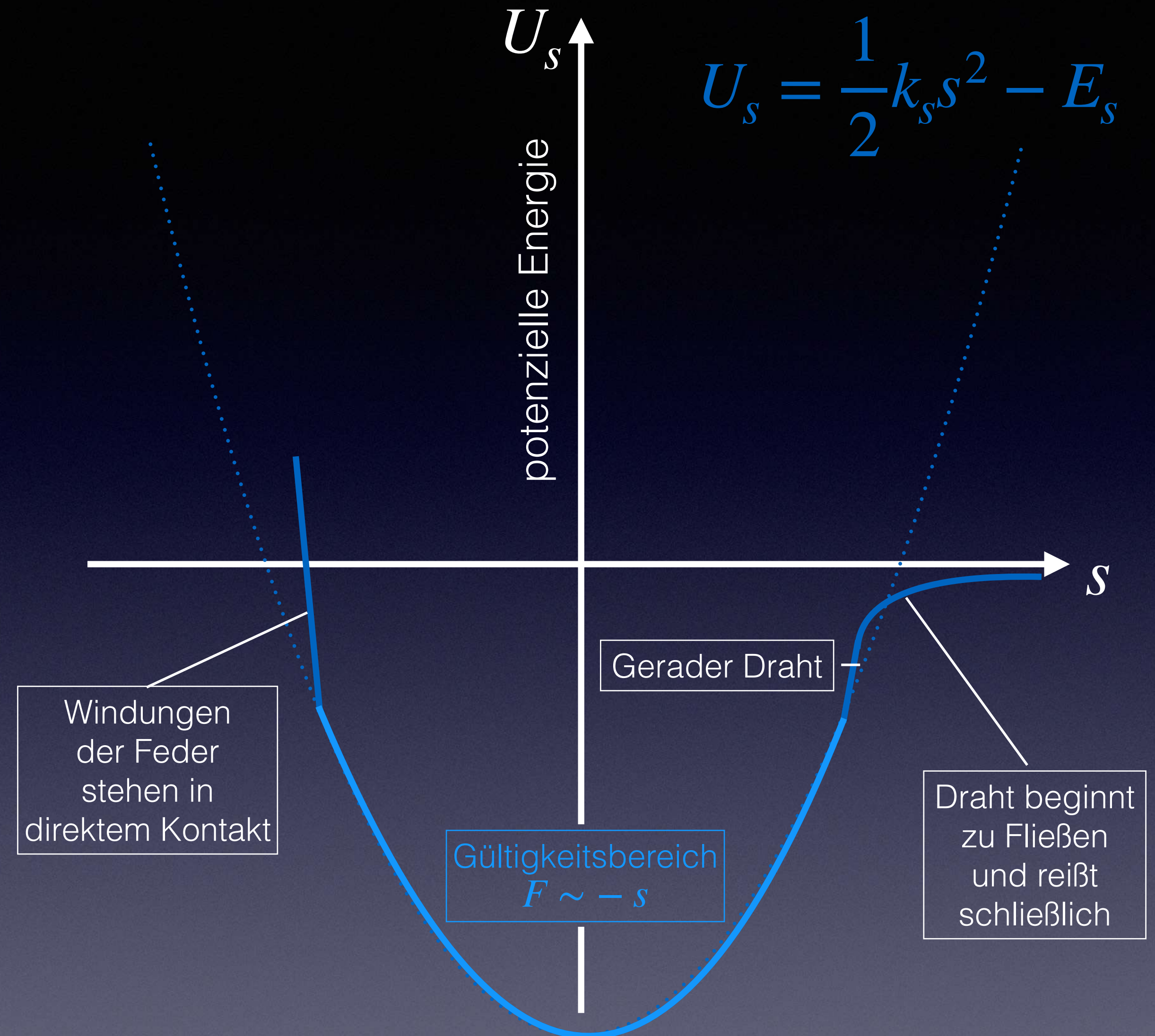
Eine mögliche Änderung der Gleichung ist, eine Konstante E_s zu subtrahieren. Eine solche Funktion würde immer noch $\vec{F} = -\vec{\nabla} U_s$ erfüllen, aber sie würde auch negative Werte von U_s zulassen, wie wir in der nebenstehenden Abbildung erkennen können.

Bei der idealen Feder wird die Konstante E_s üblicherweise auf Null gesetzt, aber der negative Versatz kann bei der Analyse von realen Systemen erforderlich werden.



Wenn du eine Schraubenfeder weit genug dehnt, wird sie zu einem langen geraden Draht, und es wird plötzlich sehr schwierig, den Draht weiter zu verlängern. Dehnt man den geraden Draht weiter, gibt er schließlich nach und reißt.

Wenn man eine Schraubenfeder so weit zusammendrückt, dass ihre Windungen ineinander laufen, wird es plötzlich extrem schwierig, die Feder weiter zusammenzudrücken.



Die gepunktete Kurve stellt die potenzielle Energie einer idealen Feder dar. Die farbige durchgezogene Kurve stellt eine echte makroskopische Feder dar.

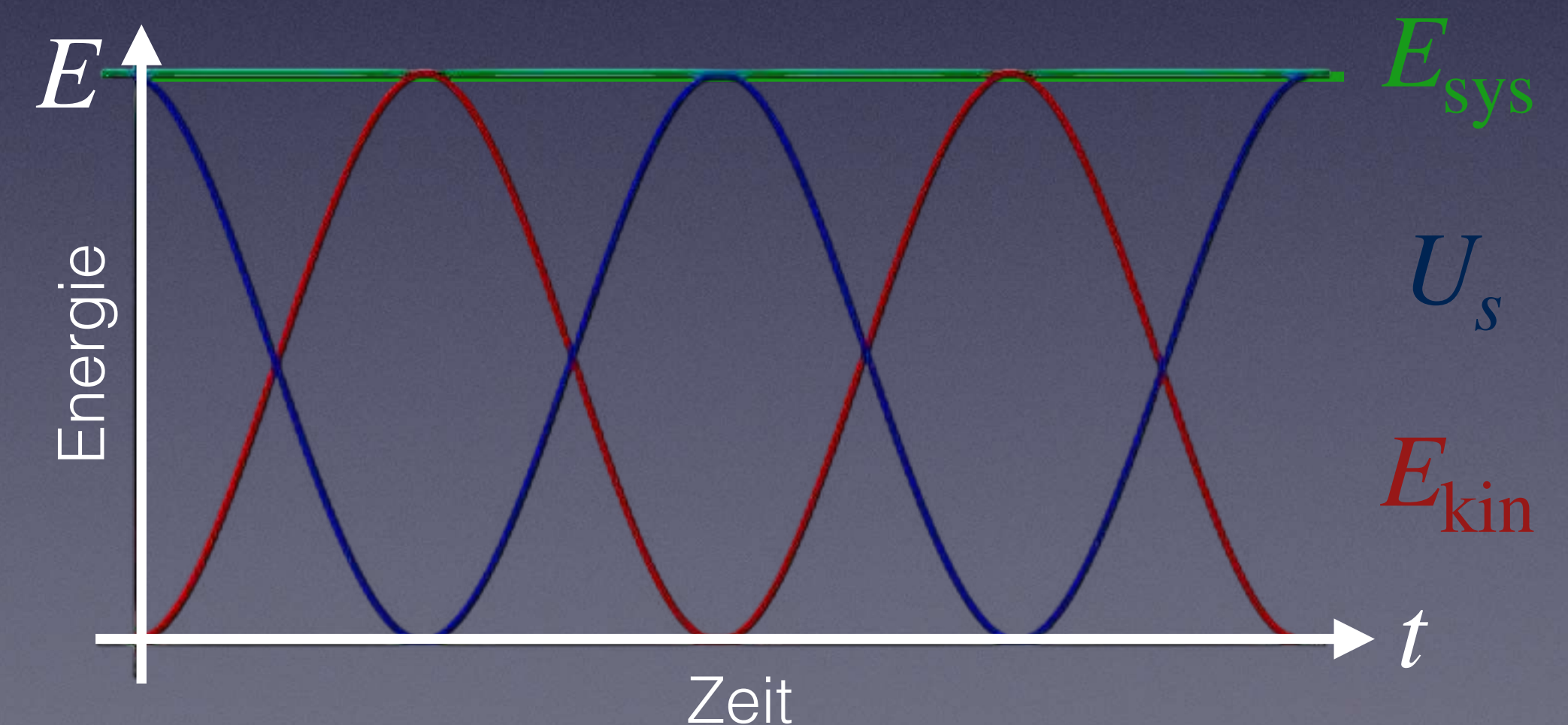
Falls die Umgebung keine Arbeit auf ein ideales Kugel-Feder-System ausübt, muss die Gesamtenergie des Systems (bei fehlender Reibung) konstant sein. Basierend auf der analytischen Lösung (Kapitel 4)

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi), \text{ mit } \omega = \sqrt{k_s/m}, v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \text{ und } |\vec{v}| \ll c \text{ folgt}$$

$$E_{\text{sys}} = E_{\text{kin}} + U_s \approx \frac{1}{2} k_s A^2 (\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)).$$

Mit $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ erhalten wir

$$E_{\text{sys}} \approx \frac{1}{2} k_s A^2 = \text{const.}$$

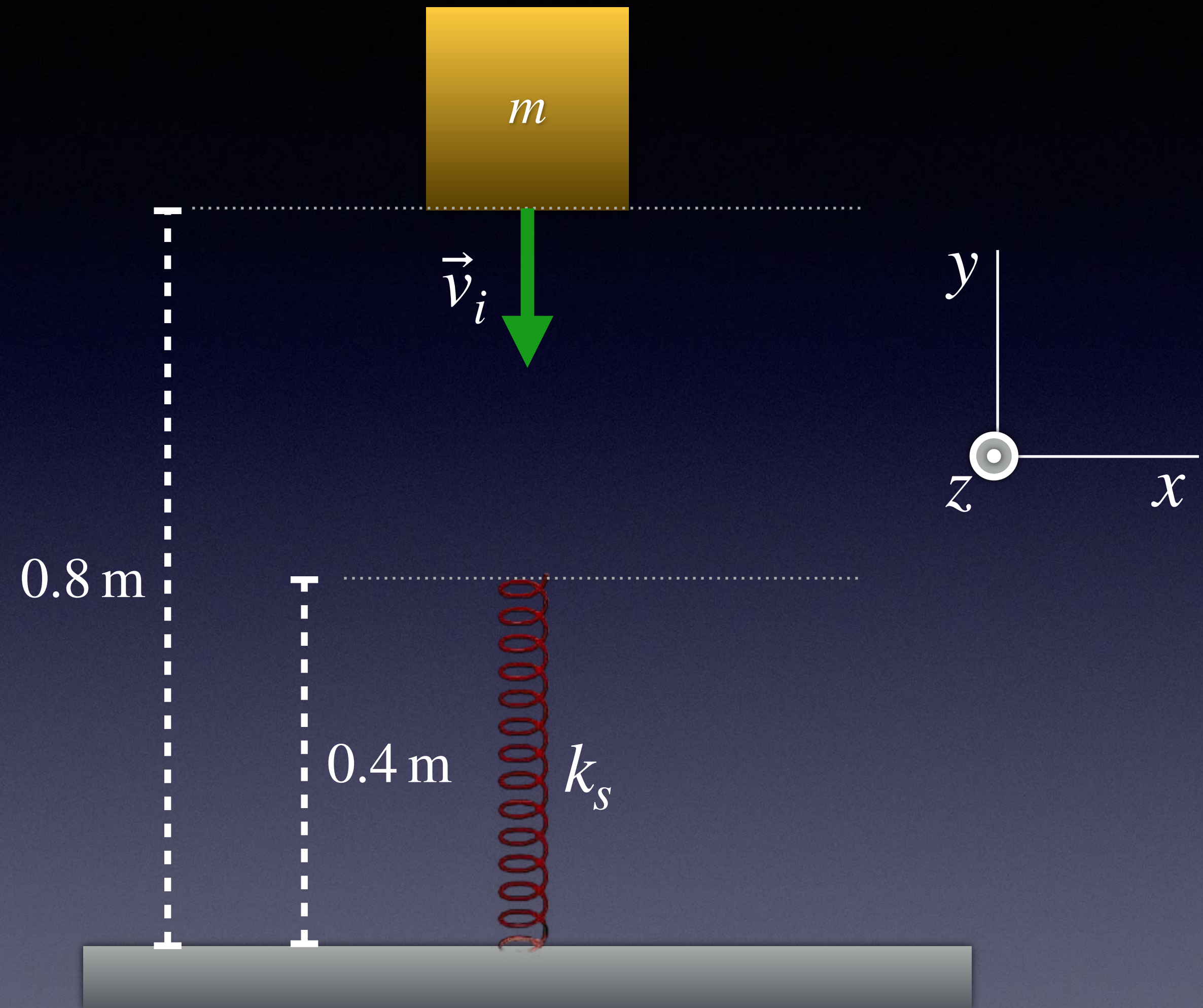


Kontrollpunkt 1

1. Wie groß ist die Änderung der potenziellen Energie des Systems „Masse plus Feder“ während einer vollständigen Schwingung (eine Periode), wenn keine Reibung vorhanden ist?
2. Eine Masse $m = 0.2 \text{ kg}$ ist an einer horizontalen Feder befestigt, deren Steifigkeit $k_s = 12 \text{ N/m}$ beträgt. Die Reibung ist vernachlässigbar. Zum Zeitpunkt $t = 0$ hat die Feder eine Dehnung von $s = 3 \text{ cm}$ und die Masse eine Geschwindigkeit von $|\vec{v}| = 0.5 \text{ m/s}$. (1) Wie groß ist die Amplitude A (maximale Dehnung) der Schwingung? (2) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit der Masse?

Ein Metallblock der Masse $m = 3 \text{ kg}$ bewegt sich mit einer Geschwindigkeit $|\vec{v}_i| = 2 \text{ m/s}$ nach unten, wenn sich die Unterseite des Blocks 0.8 m über dem Boden befindet (siehe nebenstehende Abbildung). Wenn sich die Unterseite des Blocks 0.4 m über dem Boden befindet, trifft er auf den oberen Teil einer entspannten vertikalen Feder der Länge 0.4 m . Die Steifigkeit der Feder ist $k_s = 2000 \text{ N/m}$.

(1) Der Block bewegt sich weiter nach unten und drückt dabei die Feder zusammen. Wie hoch ist seine Geschwindigkeit, wenn sich die Unterseite des Blocks 0.3 m über dem Boden befindet? (2) Der Block kehrt schließlich nach oben zurück, verliert den Kontakt mit der Feder und bewegt sich weiter nach oben. Wie hoch ist die maximale Höhe, die die Unterseite des Blocks über dem Boden erreicht? Welche Näherungen sind zweckmäßig?



System:

- Metallblock plus Feder plus Erde.

Näherungen:

- Kleine Geschwindigkeiten $|\vec{v}| \ll c$.
- Kein Luftwiderstand, vernachlässigbare Dissipation in der Feder.
- Potenzielle Gravitationsenergie $U_g = mgy$, Feder „masselos“.
- $\Delta E_{\text{kin},E} \simeq 0$, konstante kinetische Energie der Erde.

Unter Berücksichtigung der vorgenannten Näherungen folgt:

$$\Delta \left(E_{\text{kin},m} + U_{g,E \leftrightarrow m} + U_{s,f \leftrightarrow m} \right) = W = 0 . \text{ Ausgeschrieben:}$$

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}k_s s_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + \frac{1}{2}k_s s_i^2 .$$

Mit Hilfe dieser allgemeinen Gleichung können die gesuchten Größen berechnet werden. Siehe hierzu die nachfolgende Folie.

Geschwindigkeit v_f für $y_f = 0.3 \text{ m}$:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f + \frac{1}{2}k_s s_f^2 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + 0, \text{ aufgelöst folgt}$$

$$v_f = \pm \sqrt{v_i^2 + 2g(y_i - y_f) - \frac{k_s}{m}s_f^2}.$$

Berechnungsergebnis: $v_f \approx \pm 2.7 \text{ m/s}$. Beide Vorzeichen sind möglich, wegen Aufwärts- oder Abwärtsbewegung der Masse bei y_f .

Maximale Höhe y_f für $v_f = 0 \text{ m/s}$:

$$0 + mgy_f + 0 = \frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i + 0, \text{ aufgelöst folgt}$$

$$y_f = y_i + \frac{v_i^2}{2g}.$$

Berechnungsergebnis: $y_f \approx 1.0 \text{ m}$.

Kontrollpunkt 2

1. Wie viele Joule Energie kann man in einer Feder mit der Steifigkeit $k_s = 0.6 \text{ N/m}$ speichern, wenn man von einer entspannten Feder ausgeht und diese um 20 cm dehnt?

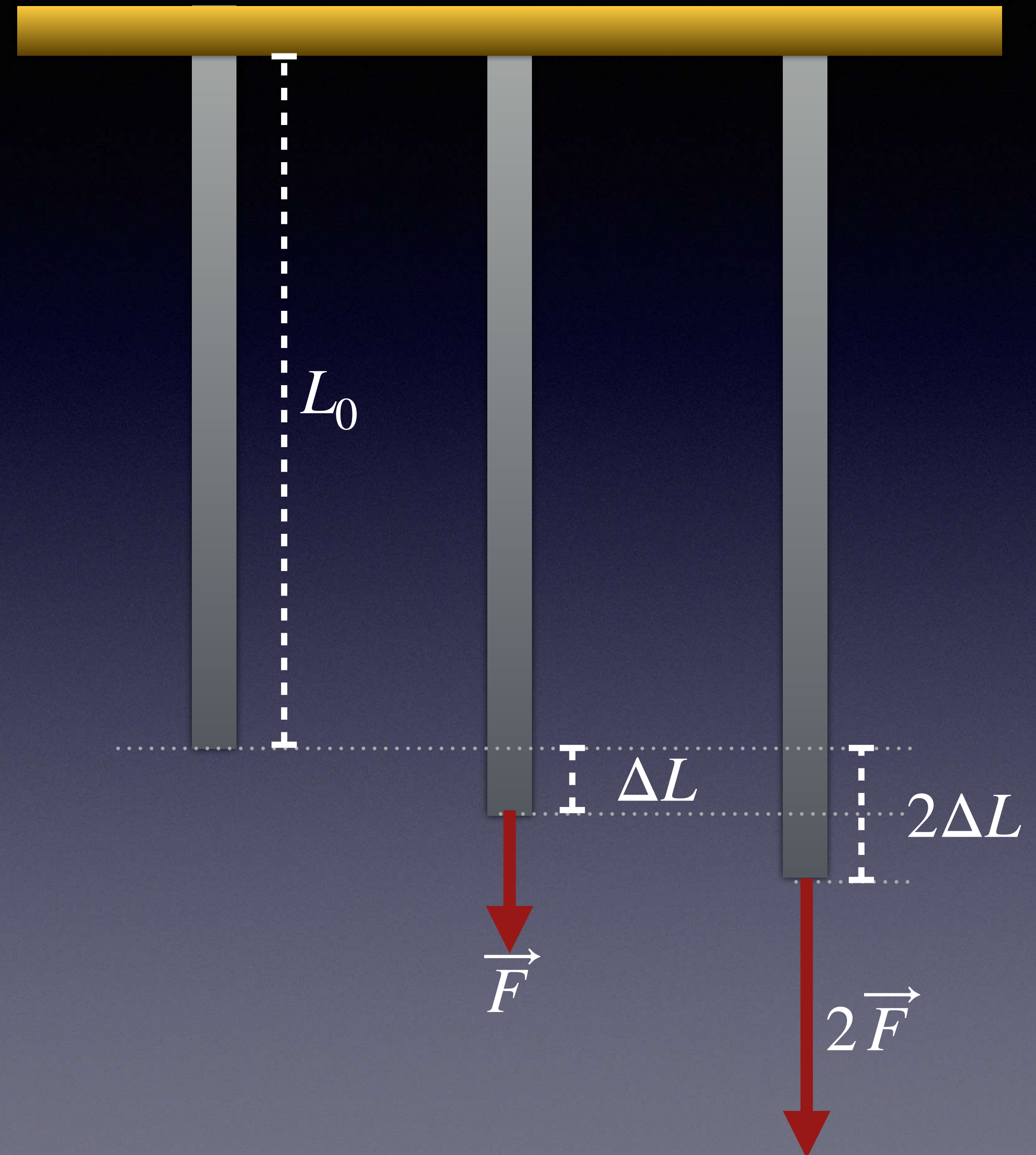
In Kapitel 4 haben wir gesehen, dass ein Metallstab oder ein Draht wie eine Feder behandelt werden kann, da durch (moderates) Dehnen oder Stauchen des Objekts die interatomaren Bindungen gedehnt oder gestaucht werden. Eine Verdoppelung der Kraft führt zu einer Verdoppelung der Längenänderung. Mit Elastizitätsmodul E erhalten wir

$$\left| \vec{F}_T \right| = AE\epsilon = \frac{AE}{L} \left| \Delta L \right| .$$

Die „effektive Federsteifigkeit“ eines Metallstabs oder Drahtes beträgt somit

$$k_{s,\text{eff}} = \frac{AE}{L} ,$$

und kann damit aus den makroskopischen Abmessungen ermittelt werden.



Potenzielle Energie eines Paares neutraler Atome

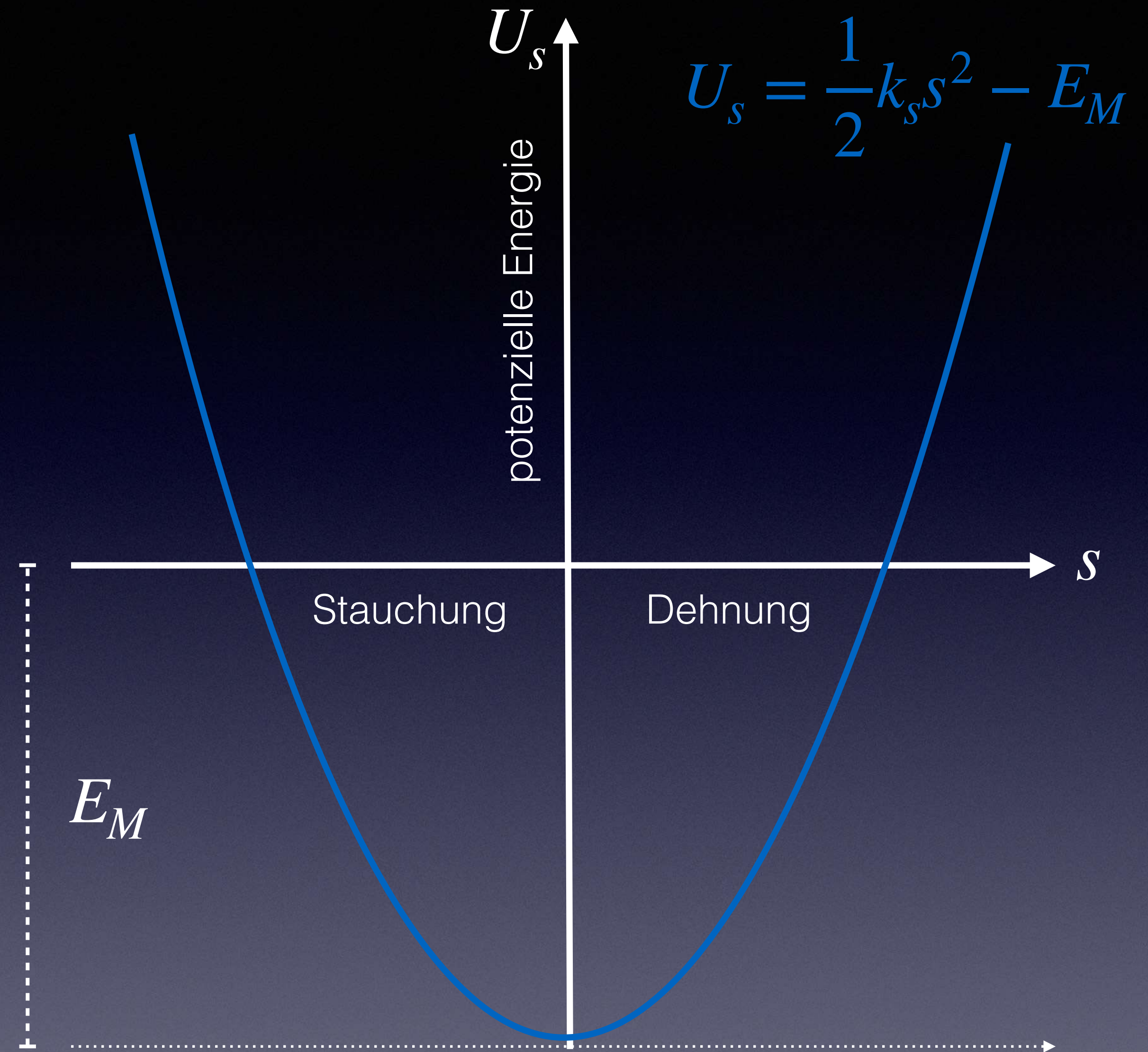
Wenn zwei elektrisch neutrale Atome weit voneinander entfernt sind, üben sie fast keine Kraft aufeinander aus, weil die Anziehungskräfte zwischen ungleichen Ladungen (Elektronen in Atom 1 mit Protonen in Atom 2 und umgekehrt) fast gleich groß sind wie die Abstoßungen zwischen den gleichen Ladungen.

Wenn sich die Atome jedoch sehr nahe kommen, verzerren sich die Elektronenwolken so, dass sich die beiden Atome gegenseitig anziehen. Moleküle und feste Gegenstände, die aus zwei oder mehr Atomen bestehen, werden durch diese elektrischen Kräfte zusammengehalten.

Versucht man jedoch, zwei Atome noch näher zusammen zu schieben, so stoßen sich diese schließlich immer stärker ab. Die Anziehung bei geringem Abstand und die Abstoßung bei großer Nähe sind letztlich auf die Überlagerung der elektrischen Kräfte der verschiedenen Protonen und Elektronen in den Atomen zurückzuführen.

Da sich eine interatomare Bindung wie eine Feder verhält, solange sie nicht übermäßig gedehnt oder gestaucht wird, können wir davon ausgehen, dass die Gleichung für die interatomare potenzielle Energie dieselbe Form hat wie die potenzielle Energie für eine ideale Feder, wie in der nebenstehenden Abbildung gezeigt.

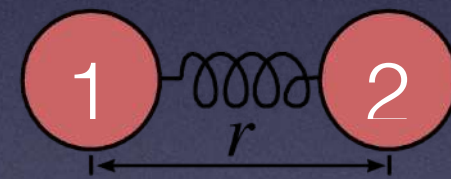
Aber natürlich kann die potenzielle Energie einer echten interatomaren Bindung bei großem Abstand nicht unendlich groß werden - sie muss bei sehr großen Abständen gegen Null gehen.



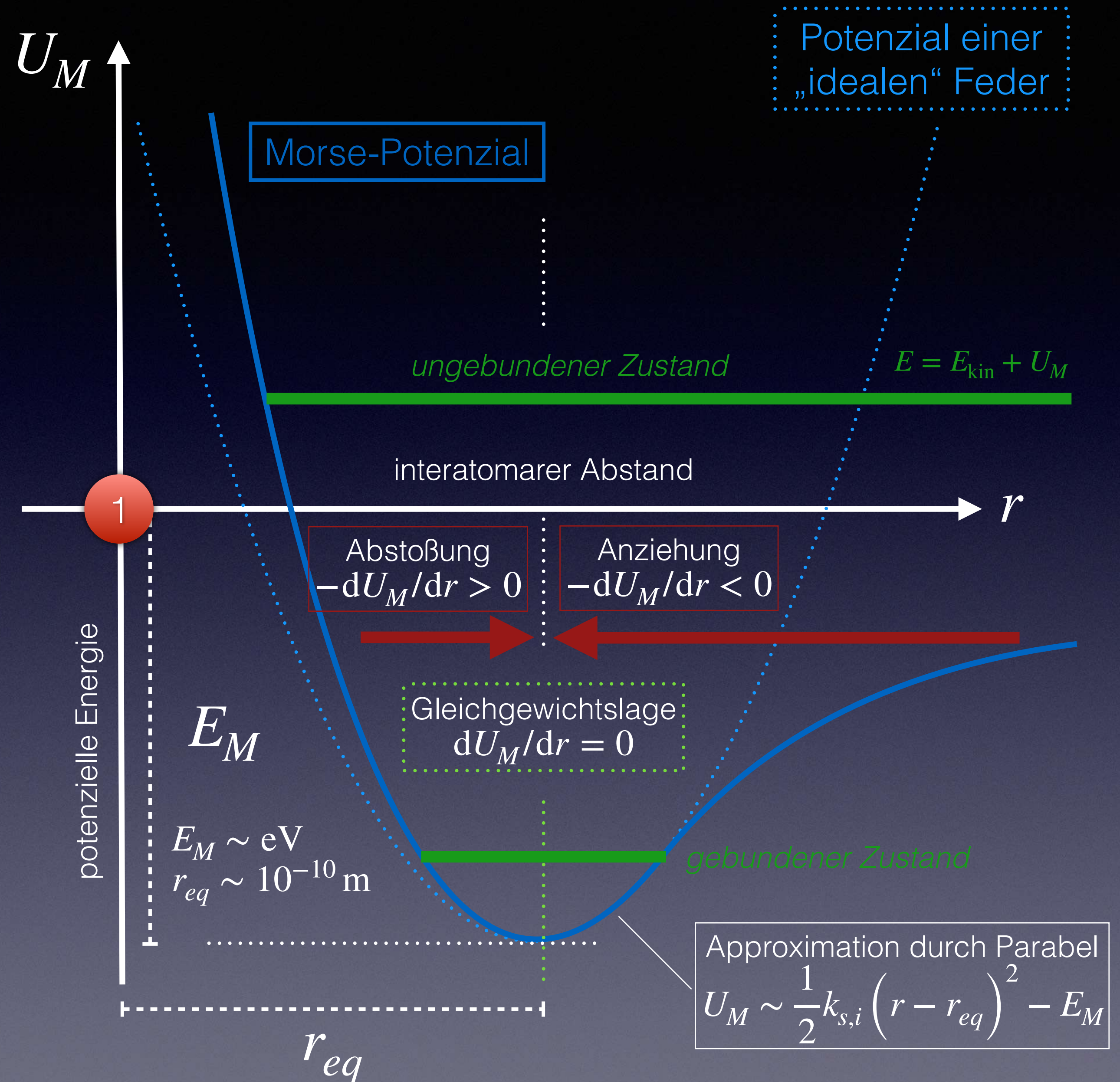
Die interatomare potenzielle Energie ist annähernd „federähnlich“, wenn die Bindung nicht zu stark gedehnt oder gestaucht wird.

Eine realistischere Funktion für die potenzielle Energie einer interatomaren Bindung wird als potenzielle Energie nach Morse (Morse-Potenzial U_M , nach dem Physiker Philip McCord Morse) bezeichnet und ist in in der nebenstehenden Abbildung dargestellt. Das Morse-Potenzial wird durch diese Gleichung beschrieben:

$$U_M = E_M \left(1 - e^{\alpha(r - r_{eq})} \right)^2 - E_M.$$



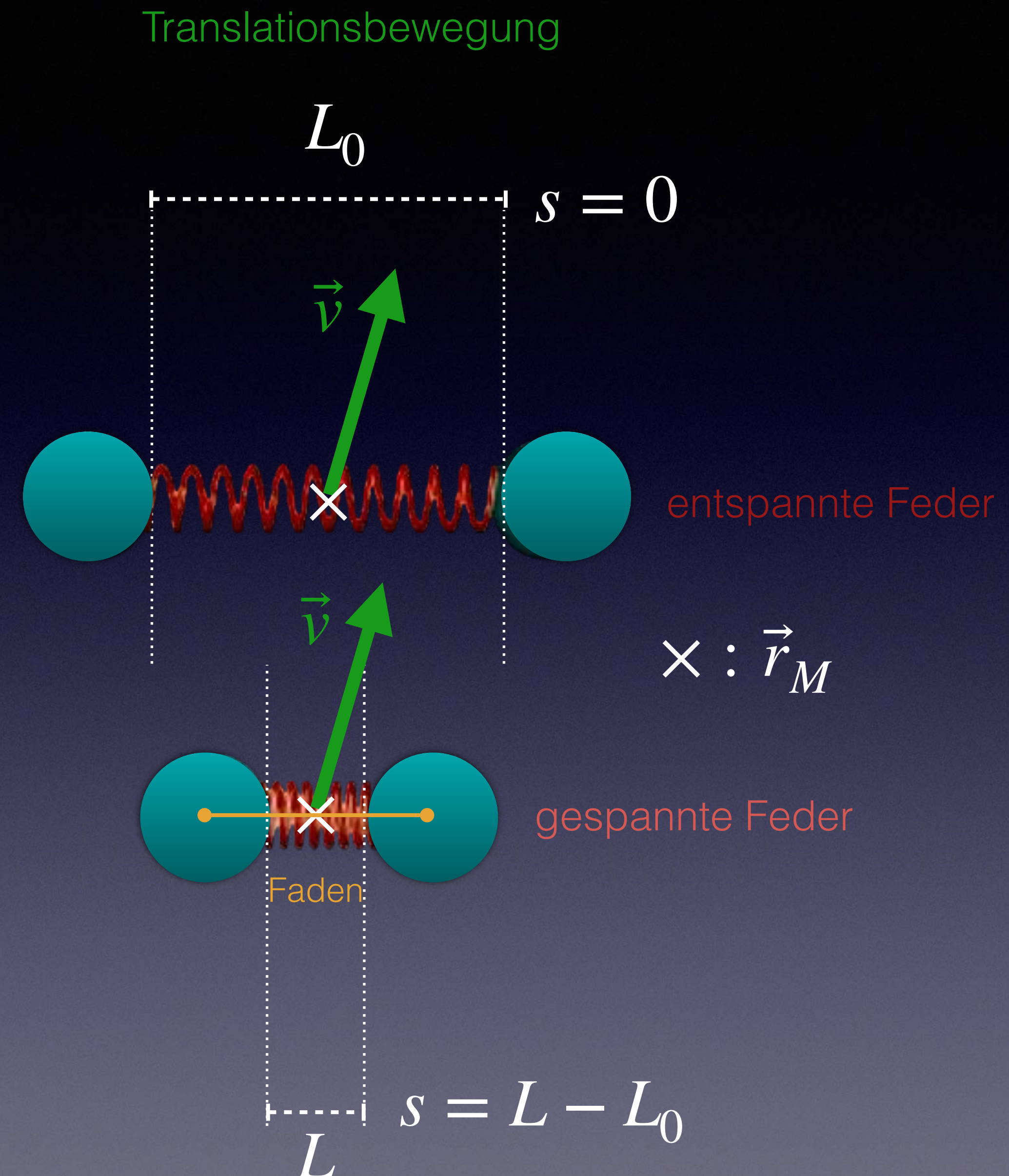
Das Morse-Potenzial dient der Modellierung des grundlegenden Verhaltens der interatomaren Kraft und stimmt annähernd mit experimentellen Messungen überein.



Innere Energie

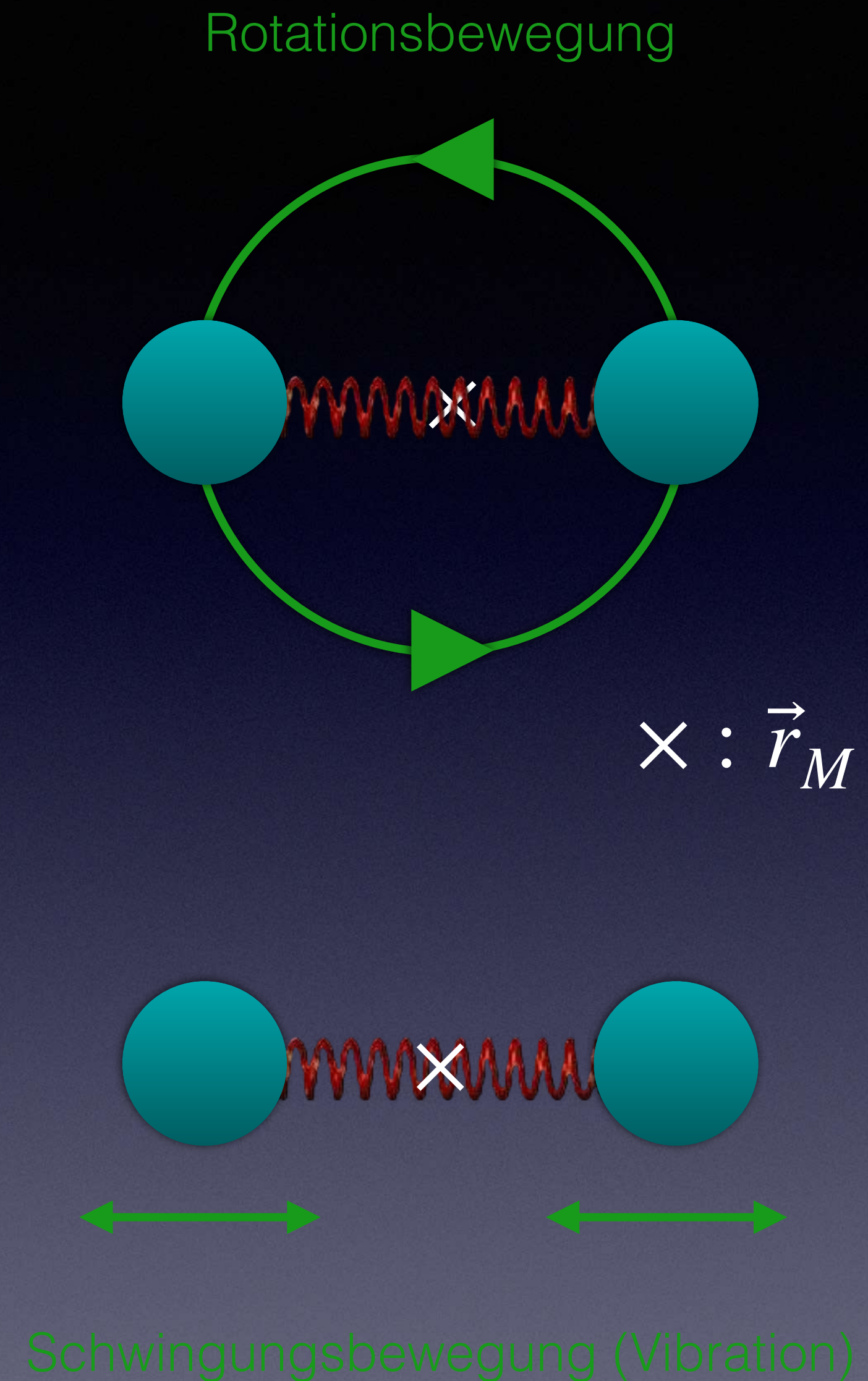
Betrachten wir zwei massive Kugeln, die durch eine Feder verbunden sind. Wenn wir ein solches Objekt als Punktteilchen modellieren, kann es zusätzlich zu seiner Ruheenergie nur kinetische Energie haben, die mit der Bewegung des Massenschwerpunkts des Objekts verbunden ist. In einem solchen Modell ignorieren wir allerdings die Tatsache, dass zusätzlich zur Bewegung des Massenschwerpunkts des Systems die Kugeln hin- und herschwingen, die Feder zusammendrücken und dehnen könnten oder dass das gesamte Objekt rotieren könnte. Wir bezeichnen die mit der (mikroskopischen) Vibration und Rotation des Systems verbundene Energie als „innere Energie“. Dass ein solches System über innere Energie verfügt, ist nur dadurch möglich, weil es kein Punktteilchen ist sondern eine innere Struktur aufweist.

Nebenstehende Abbildung zeigt beispielsweise zwei identische Objekte, die jeweils aus zwei Kugeln bestehen, die durch identische Federn verbunden sind, wobei die eine entspannt und die andere zusammengedrückt ist, und durch einen masselosen Faden in dieser Position gehalten wird. Wenn sich diese beiden Objekte mit der gleichen Geschwindigkeit \vec{v} bewegen, haben sie für $|\vec{v}| \ll c$ praktisch die gleiche kinetische Energie, aber das Objekt mit der zusammengedrückten Feder hat mehr innere Energie, die mit der Zunahme der potenziellen Energie der Feder zusammenhängt.



Oft ist es sinnvoll, die gesamte innere Energie in verschiedene Kategorien aufzuteilen, die für uns in einer bestimmten Situation von Interesse sind. Dreht sich beispielsweise ein Objekt um seinen Massenschwerpunkt, so wird diese innere Energie als „Rotationsenergie“ bezeichnet. Wenn zwei Kugeln, die durch eine Feder verbunden sind, relativ zum Massenschwerpunkt des Systems schwingen, wird diese innere Energie als „Schwingungsenergie“ (auch Vibrationsenergie) bezeichnet. Wenn ein Gegenstand gedehnt oder gestaucht wird, kommt es zu einer Änderung der inneren Energie, wie auf der vorangehenden Folie dargestellt.

Ein lineares, aus zwei Atomen aufgebautes Molekül besitzt insgesamt 6 Freiheitsgrade der Bewegung: Translation (3), Rotation (2) und Vibration (1).



Es ist wichtig zu wissen, dass innere Energie, Wärmeenergie, Rotationsenergie, Schwingungsenergie, chemische Energie, Kernenergie usw. keine neuen Energieformen sind. Die Energie eines Mehrteilchensystems hat immer nur folgende grundlegende Komponenten:

1. Ruheenergie,
2. Kinetische Energie und
3. Potenzielle Energie.

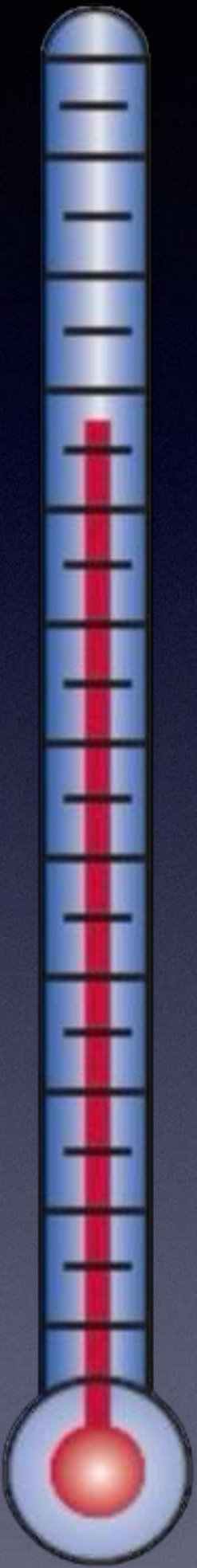
Auf mikroskopischer Ebene besteht ein fester Gegenstand aus Atomen, die durch federartige chemische Bindungen zusammengehalten werden. Betrachtet man das Kugel-Feder-Modell eines Festkörpers, so wird deutlich, dass ein ausgedehntes Objekt über interne kinetische Energie verfügen kann, die mit der Bewegung seiner einzelnen Atome verbunden ist, sowie über interne potenzielle Energie, die mit der Stauchung und Dehnung der interatomaren Bindungen zusammenhängt. Da alle Atome im Festkörper miteinander verbunden sind, kann diese interne Energie durch das gesamte System fließen und wird schließlich zufällig auf die vielen Atome und federartigen Bindungen verteilt. Wir bezeichnen diese Energie dann als „thermische Energie“. Wie der Name schon sagt, ist diese zufällig verteilte Energie auf mikroskopischer Ebene mit der Temperatur eines Objekts verbunden - je größer die Menge der thermischen Energie, desto mehr innere Bewegung gibt es und desto höher ist die Temperatur des Objekts.



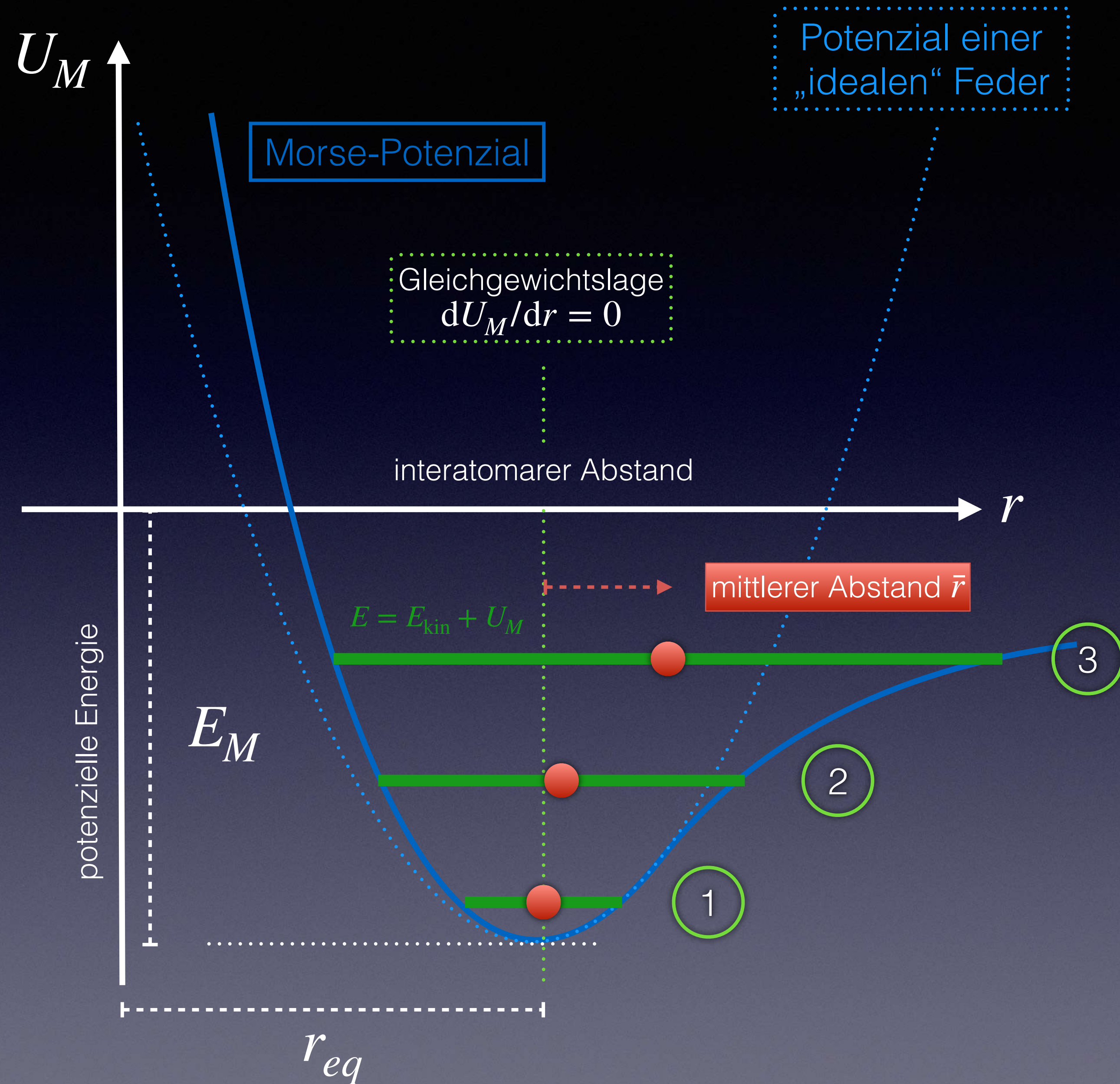
Im Prinzip könnte die innere Energie eines Festkörpers ermittelt werden, indem man zu einem bestimmten Zeitpunkt gleichzeitig Impuls und Auslenkung aller Atome misst (d. h. Positionen der Atome in Bezug auf ihre Gleichgewichtsposition). Allerdings ist es in der Praxis unmöglich, die Energie auf diese Weise zu bestimmen.

Im 19. Jahrhundert hat man erkannt, dass die Temperatur für viele Systeme im Wesentlichen ein Maß für die durchschnittliche Energie der Atome im System ist. Daher können wir ein Thermometer verwenden, um die thermische Energie zu messen. Bei Thermometern dehnt sich eine sehr dünne Flüssigkeitssäule bei Erwärmung stärker aus als das umgebende Glas. Traditionell werden auf dem Thermometer Markierungen angebracht, um „Temperaturgrade“ darzustellen, aber wir könnten genauso gut Markierungen anbringen, um die durchschnittliche Energie der Moleküle im Thermometer in Joule anzugeben. Ein Kelvin (oder ein Grad Celsius) entspricht einer durchschnittlichen molekularen Energie von etwa 1×10^{-23} J.

Allerdings werden wir in Kapitel 12 noch lernen, dass die Temperatur direkter mit einer Größe namens „Entropie“ zusammenhängt als mit der Energie. Für die meisten gewöhnlichen Systeme bei Raumtemperatur ist die Temperatur eines Systems jedoch ein gutes Maß für die durchschnittliche thermische Energie seiner Atome.



Ein Flüssigkeitsthermometer funktioniert, weil eine gewöhnliche Flüssigkeit bei höherer Temperatur ein größeres Volumen hat. Warum ist das so? Bei höherer Energie E des Atom-Paars, deren Wechselwirkung durch das Morse-Potenzial U_M beschrieben wird, nimmt die mittlere Dehnung zu. Da U_M nicht symmetrisch um den Gleichgewichtspunkt r_{eq} verläuft, wird die durchschnittliche Länge \bar{r} der interatomaren Bindung mit zunehmender Energie etwas größer (siehe Situationen 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 in nebenstehender Abbildung). Aus diesem Grund dehnt sich ein Objekt typischerweise bei höherer Temperatur aus. Eine höhere Temperatur bedeutet eine größere Amplitude der Schwingungen und damit eine höhere Energie.



Joule fand heraus, dass ein Gramm Wasser einen Energieeintrag von 4.2 J benötigt, um seine Temperatur um 1 K zu erhöhen. Werden solche Experimente mit anderen Materialien durchgeführt, so ist der Temperaturanstieg bei gleichem Energieeintrag unterschiedlich. Ursache dafür ist die unterschiedliche spezifische Wärmekapazität C der Stoffe:

$$C \equiv \frac{Q}{m\Delta T}, \text{ mit } Q \text{ als zugeführter Energie (thermische Energie).}$$

Im Prinzip sollte es möglich sein, die spezifische Wärme C eines Materials vorherzusagen, wenn man etwas über seine atomare Struktur weiß, denn ein Temperaturanstieg ist ein Maß für die erhöhte Energie auf atomarer Ebene. Vergleiche von Berechnungen mit experimentellen Werten der spezifischen Wärme sind daher ein guter Test für unser Verständnis der atomaren Modelle von Festkörpern, Flüssigkeiten und Gasen. In späteren Kapiteln dazu mehr.

Kontrollpunkt 3

1. Du rührst $m = 12 \text{ kg}$ Wasser kräftig um und verrichtest dabei 36000 J Arbeit. (1) Welchen Temperaturanstieg würdest du erwarten, wenn der Behälter gut isoliert ist (so dass deine gesamte Arbeit in die Erhöhung der Energie des Wassers fließt)?
2. Ein Aluminiumblock der Masse $m_{\text{Al}} = 0.3 \text{ kg}$ mit Temperatur $T_{\text{Al},i} = 500 \text{ K}$ wird in einem isolierten Raum auf einen Eisenblock mit Masse $m_{\text{Fe}} = 0.65 \text{ kg}$ und einer Temperatur $T_{\text{Fe},i} = 350 \text{ K}$ gelegt. Bei diesen Temperaturen sind folgende spezifische Wärmekapazitäten anzusetzen: $C_{\text{Al}} \simeq 1 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{g})$ und $C_{\text{Fe}} \simeq 0.42 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{g})$. Innerhalb weniger Minuten erreichen die beiden Metallblöcke die gleiche gemeinsame Temperatur T_f (thermisches Gleichgewicht). (1) Berechne T_f .

Mit einer Änderung der „thermischen Energie“ ΔE_Q ist der Teil der inneren Energie gemeint, der mit einer Temperaturänderung ΔT verbunden ist. Wenn z.B. zwei Autos frontal zusammenstoßen und zum Stehen kommen, zeigt sich die verlorene makroskopische kinetische Energie als erhöhte innere Energie. Ein Thermometer registriert einen Temperaturanstieg in den Metalteilen. Diese „zufällige“ Energie ist jedoch nicht für die gesamte erhöhte innere Energie verantwortlich. Bei solchen Kollisionen liegt ein Teil des Anstiegs der inneren Energie in Form von eingeschlossener potenzieller Energie in komprimierten interatomaren Bindungen vor, eine „nicht zufällige“ Form der inneren Energie.

In vielen Situationen ist es nicht möglich zu sagen, wie viel der inneren Energie thermisch ist, aber wenn die spezifische Wärmekapazität C bekannt ist, können wir ein Thermometer verwenden, um eine Veränderung der thermischen (Wärme-) Energie zu messen.

Energieübertragung aufgrund
eines Temperaturunterschieds

Arbeit W ist eine mechanische Energieübertragung in ein oder aus einem System, bei der Kräfte durch makroskopische Verschiebungen wirken. Wenn ein heißer Gegenstand mit einem kalten Gegenstand in Berührung kommt, wird Energie vom heißen auf den kalten Gegenstand übertragen, aber es gibt keine makroskopischen Kräfte oder Verschiebungen. Daher bezeichnen wir diese Art der Energieübertragung nicht als Arbeit. Stattdessen sprechen wir von „Energieübertragung Q aufgrund eines Temperaturunterschieds“. Auf mikroskopischer Ebene findet tatsächlich Arbeit statt; wenn ein heißer Block mit einem kalten Block in Kontakt gebracht wird, stoßen die Atome in den beiden Blöcken an der Grenzfläche miteinander zusammen und verrichten gegenseitig Arbeit. Die Atome im heißen Block haben eine größere durchschnittliche kinetische Energie als die Atome im kalten Block, so dass bei einer einzelnen Kollision ein sich schnell bewegendes Atom im heißen Block wahrscheinlich Energie an ein sich langsam bewegendes Atom im kalten Block überträgt.

Das Symbol Q steht für eine Energiemenge, die aufgrund eines Temperaturunterschieds von der Umgebung in ein System fließt. Man kann diesen Prozess auch als „mikroskopische Arbeit“ bezeichnen. Q kann positiv oder negativ sein.

Es ist üblich, die Energieübertragung aufgrund einer Temperaturdifferenz (mikroskopische Arbeit) mit dem Buchstaben Q und die Arbeit (makroskopische, mechanische Energieübertragung) mit dem Buchstaben W zu bezeichnen. Die Energiegleichung für ein „offenes“ (nicht isoliertes) System lautet dann

$$\Delta E_{\text{sys}} = Q + W .$$

Das heißt, die Energieübertragung aufgrund eines Temperaturunterschieds und die Übertragung mechanischer Energie, hinein oder hinaus, führen zu einer Änderung der Energie des Systems. Die Energie des Systems umfasst Ruheenergie, sowie makroskopische und mikroskopische kinetische und potenzielle Energie.

Wie W kann auch Q negativ sein. Wenn es einen Energietransfer aus dem System heraus gibt, verwenden wir ein negatives Vorzeichen, weil die Energie des Systems abnimmt.

Die Bedeutung des Wortes „Wärme“ in der Wissenschaft ist nicht dieselbe wie seine alltägliche Bedeutung, so wie sich auch die wissenschaftliche Bedeutung des Wortes „Arbeit“ von seiner alltäglichen Bedeutung unterscheidet. In der Wissenschaft ist das Wort „Wärme“ für den Energietransfer über eine Systemgrenze aufgrund eines Temperaturunterschieds (mikroskopische Arbeit) reserviert; diese Größe wird durch das Symbol Q dargestellt. Man kann auch nicht sagen: „In dem Objekt ist Wärme“; stattdessen sagt man, dass in dem Objekt Wärmeenergie $E_{\text{thermisch}}$ (kurz E_Q) vorhanden ist. Die Energiemenge im Objekt kann sich durch die Wärme (mikroskopische Arbeit) erhöhen.

Um Verwirrung zu vermeiden, werden wir das Wort Wärme nicht als Substantiv verwenden. Stattdessen sprechen wir von „Energieübertragung Q aufgrund eines Temperaturunterschieds“ zwischen dem System und der Umgebung und von einer Veränderung der „Wärme-Energie“ E_Q innerhalb des Systems (in Form von erhöhter kinetischer Energie und potenzieller Energie der Atome).

Kontrollpunkt 4

1. Angenommen, du erwärmst $m = 0.5 \text{ kg}$ Wasser auf einem Herd, während du das Wasser mit einem elektrischen Rührstab bearbeitest, der eine Arbeit von $W = 5 \times 10^4 \text{ J}$ verrichtet. Es wird beobachtet, dass die Temperatur des Wassers von 20°C auf 80°C ansteigt. (1) Wie hoch ist die Änderung der thermischen Energie E_Q des Wassers? (2) Wie viel Energie Q wurde aufgrund eines Temperaturunterschieds über die Systemgrenze übertragen, wenn man das Wasser als System betrachtet? (3) Wie groß war die Energieänderung in der Umgebung?

Neben W und Q gibt es noch weitere Arten der Energieübertragung. Einige Beispiele:

- Mechanische Arbeit W , bei der eine Kraft \vec{F} über eine makroskopische Distanz $\Delta\vec{r}$ wirkt: Werfen eines Balls, Zusammendrücken einer makroskopischen Feder, ...
- Energieübertragung Q aufgrund eines Temperaturunterschieds zwischen System und Umgebung: Wasser wird auf einem Herd erwärmt, ein Haus verliert Energie an die kalte Außenluft, ...
- Übertragung von Materie: Benzin wird in einen Tank gefüllt, ein Haus wird über eine Leitung mit Erdgas versorgt, ...
- Mechanische Wellen: Schall lässt eine Glasscheibe erzittern, Meereswellen treiben einen elektrischen Generator an, ...
- Elektrizität: Elektrischer Strom gelangt ins Haus und wird zum Betrieb von Geräten verwendet, elektrischer Strom speichert Energie in den Batterien eines Elektroautos, ...
- Elektromagnetische Strahlung: Das von der Erde absorbierte Sonnenlicht (Photonen) erhöht die Temperatur (und die thermische Energie) auf der Tageslichtseite der Erde, ...

Eine allgemeine Form des Energieprinzips lautet daher wie folgt:

$$\Delta E_{\text{sys}} = Q + W + \text{weitere Energietransfers} .$$

Andere Energieübertragungen in ein System können, wie auf der vorangehenden Folie aufgeführt, die Übertragung von Materie, mechanische Wellen, elektrischer Strom und elektromagnetische Strahlung sein.

Ein System befindet sich in einem stationären Zustand, wenn sich seine Energie nicht ändert, obwohl es Energieübertragungen zwischen dem System und der Umgebung gibt. Im stationären Zustand müssen die Raten des Energieflusses, hinein und hinaus, gleich sein.

Kontrollpunkt 5

1. Einem elektrischen Heizgerät wird elektrische Energie in Höhe von **5000 J** zugeführt. Während dieser Zeit wird das Heizelement auf einer konstant hohen Temperatur gehalten. (1) Wie groß ist ΔE_Q für das Heizgerät. (2) Wie groß ist die Energieübertragung Q zwischen dem heißen Heizelement des Heizgeräts und der kühleren Luft?
2. In einem bestimmten Zeitintervall wurde an einem Wintertag Erdgas mit einem Energiegehalt von **10 kJ** in ein Haus geleitet. Im gleichen Zeitintervall lieferte Sonnenschein, der durch die Fenster kam, **1 kJ** Energie in das Haus. Die Temperatur des Hauses änderte sich nicht. (1) Wie hoch war die ΔE_Q des Hauses. (2) Wie hoch war der Energieaustausch zwischen dem Haus und der Außenluft?

Leistung: Energie pro
Zeiteinheit

Im technischen Sprachgebrauch wird das Wort „Leistung“ als „Energie pro Zeiteinheit“ definiert. Die Einheit der Leistung ist Joule pro Sekunde oder Watt. $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$, zu Ehren von James Watt, dem Entwickler der ersten effizienten Dampfmaschine.

$$P \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{F} \cdot \Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} .$$

Kontrollpunkt 6

1. Ein VW ID.3 mit einer Masse von $m = 1850 \text{ kg}$ hat einen Motor mit einer maximalen Leistung von 107 kW . (1) Bestimme die maximale Beschleunigung bei einer Geschwindigkeit von 14 m/s ($\sim 50 \text{ km/h}$) und maximaler Leistung. (2) Dito bei einer Geschwindigkeit von 36 m/s ($\sim 130 \text{ km/h}$). (3) Wie erklärst du dir den Unterschied?

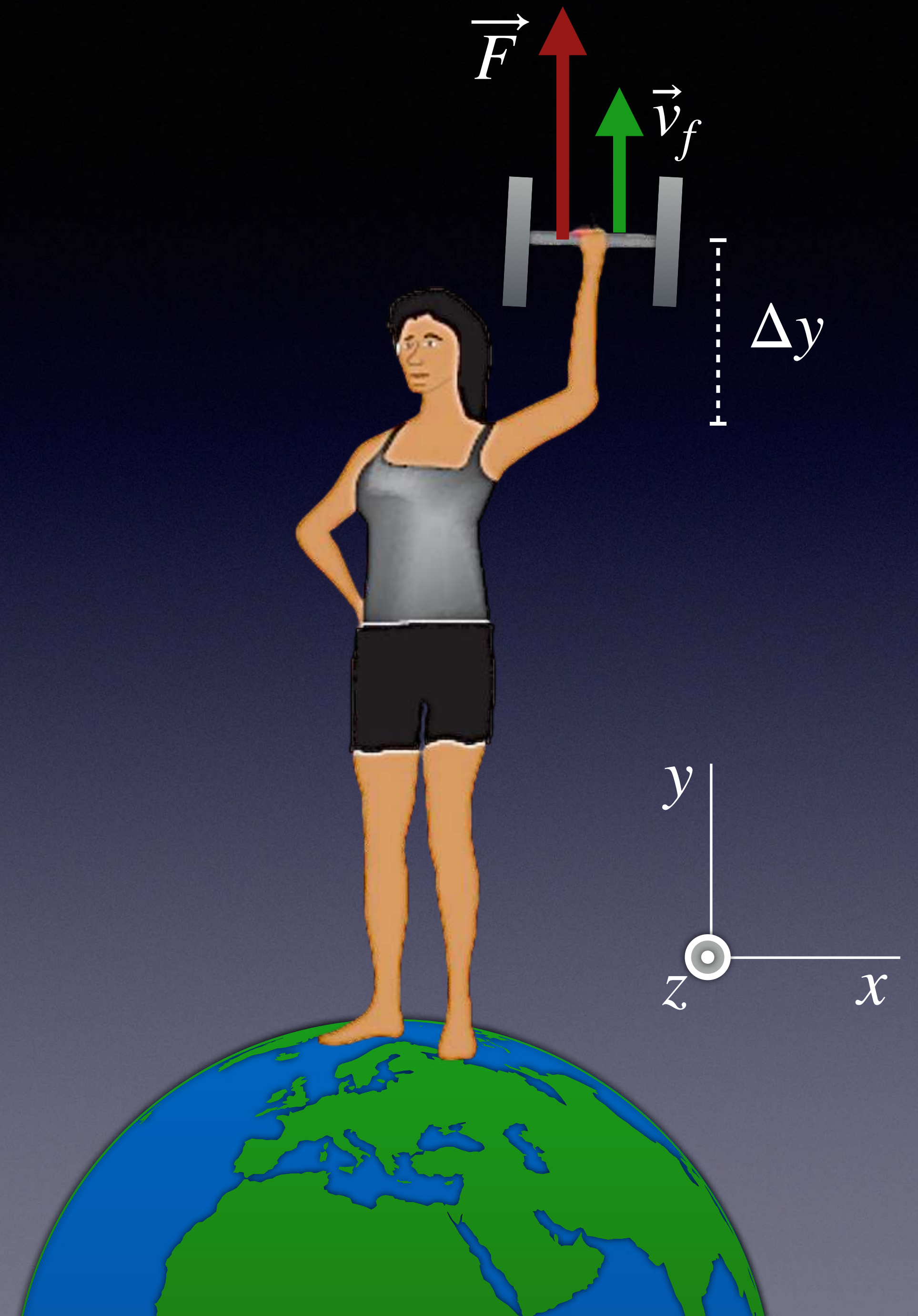
Wie die Wahl des Systems die
Bilanzierung der Energie
beeinflusst

In Kapitel 6 haben wir einen fallenden Ball auf zwei Arten analysiert. Wenn wir den Ball allein als System wählten, gab es keine potenzielle Energie, aber die Umgebung leistete Arbeit an dem Ball. Wenn wir hingegen den Ball und die Erde als System wählten, wurde keine externe Arbeit verrichtet, aber die potenzielle Energie des Systems änderte sich, als der Ball fiel. Die Form der Energiegleichung hing von der Wahl des Systems ab, aber die physikalischen Ergebnisse waren konsistent.

Wir wollen nun diese Idee anhand eines Systems, bei dem die innere Energie eine wichtige Rolle spielt, weiter untersuchen. Wir werden das gleiche Problem dreimal analysieren, wobei wir drei verschiedene Systeme wählen. Wie zuvor werden wir feststellen, dass die Form des Prinzips Energie in jedem Fall anders sein wird, aber die Ergebnisse jeder Analyse konsistent sind.

Betrachten wir folgende Situation: Eine Person wendet eine konstante Kraft \vec{F} auf, um eine Hantel der Masse m aus der Ruhelage über eine Strecke Δy anzuheben, bei der die Hantel nicht nur höher über der Erde ist, sondern auch eine gewisse Geschwindigkeit \vec{v}_f erreicht hat (siehe nebenstehende Abbildung). Wir betrachten einen Zeitpunkt, an dem sich die Hantel noch in der Aufwärtsbewegung befindet, also bevor die Person die Hantel über sich zum Stillstand gebracht hat.

Der Einfachheit halber soll in der folgenden Diskussion die Energie E_P der Person folgende Terme enthalten: interne Energie, kinetische und potenzielle Energie der Person.



$$E_{\text{sys},f} = E_{\text{sys},i} + Q_{\text{umg}} + W_{\text{umg}}$$

$$E_{\text{kin},f} + U_f + E_{P,f} = U_i + E_{P,i}$$

$$\Delta E_P = - E_{\text{kin},f} - (U_f - U_i)$$

$$\Delta E_P \approx - \left(\frac{1}{2} m v_f^2 + m g \Delta y \right)$$

Die interne Energieveränderung der Person beinhaltet sowohl eine Abnahme der in ihrem Körper gespeicherten chemischen Energie als auch eine Zunahme ihrer thermischen Energie.

Die Person muss allerdings mehr Energie aufwenden, als der Rest des Systems erhält, da sie nicht nur dem Rest des Systems Energie zuführen muss, sondern auch ihre eigene

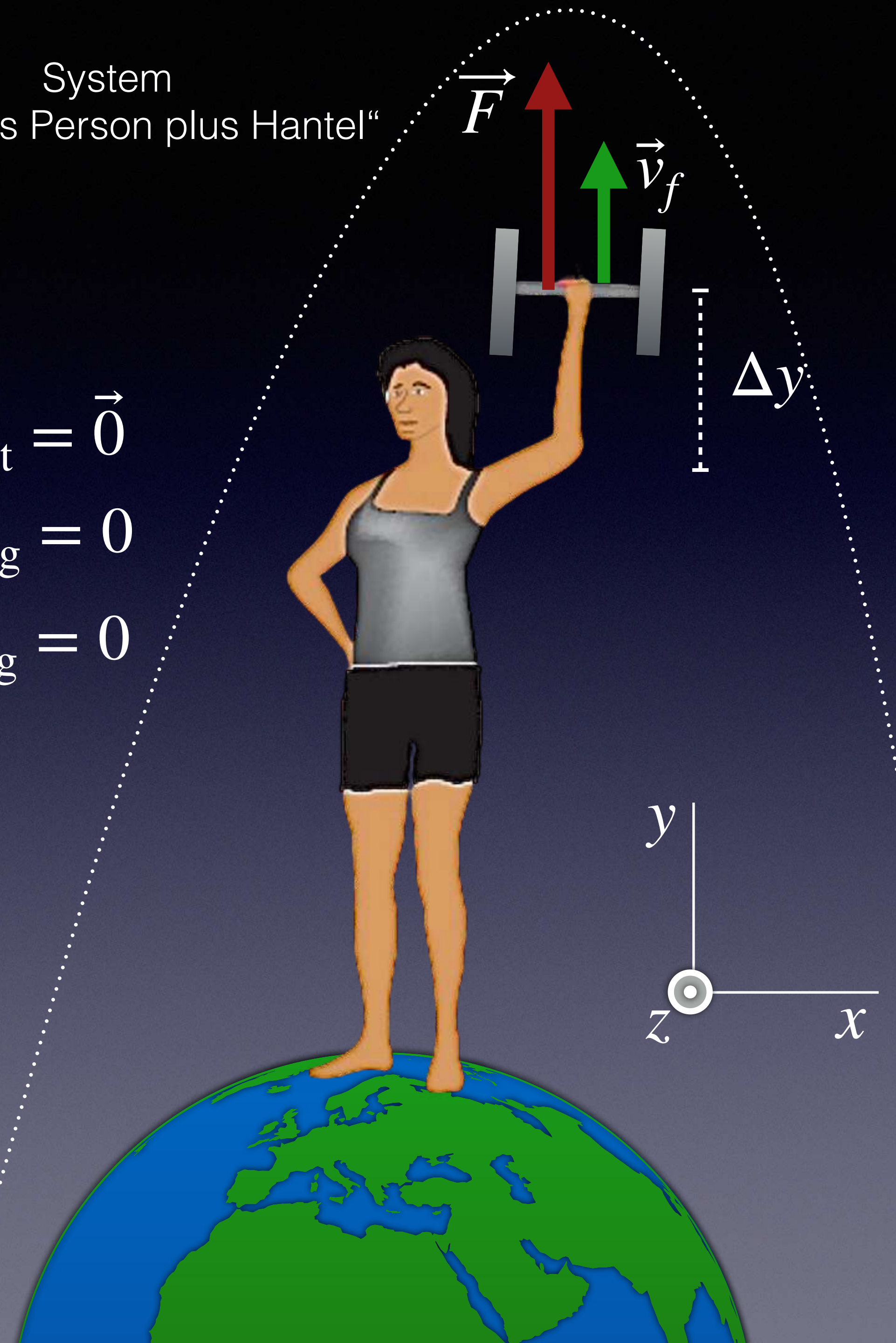
kinetische Energie und potenzielle Gravitationsenergie erhöhen muss, die mit ihrem sich bewegenden, erhobenen Arm verbunden sind.

System
„Erde plus Person plus Hantel“

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0}$$

$$W_{\text{umg}} = 0$$

$$Q_{\text{umg}} = 0$$



$$E_{\text{sys},f} = E_{\text{sys},i} + Q_{\text{umg}} + W_{\text{umg}}$$

$$E_{\text{kin},f} = W_{\text{umg}}$$

$$E_{\text{kin},f} = W_P + W_E$$

$$\frac{1}{2}m \left| \vec{v}_f \right|^2 \approx F\Delta y - mg\Delta y$$

$$F\Delta y \approx + \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\Delta y \right)$$

Vergleich mit dem Ergebnis für ΔE_P aus vorangehender Folie:

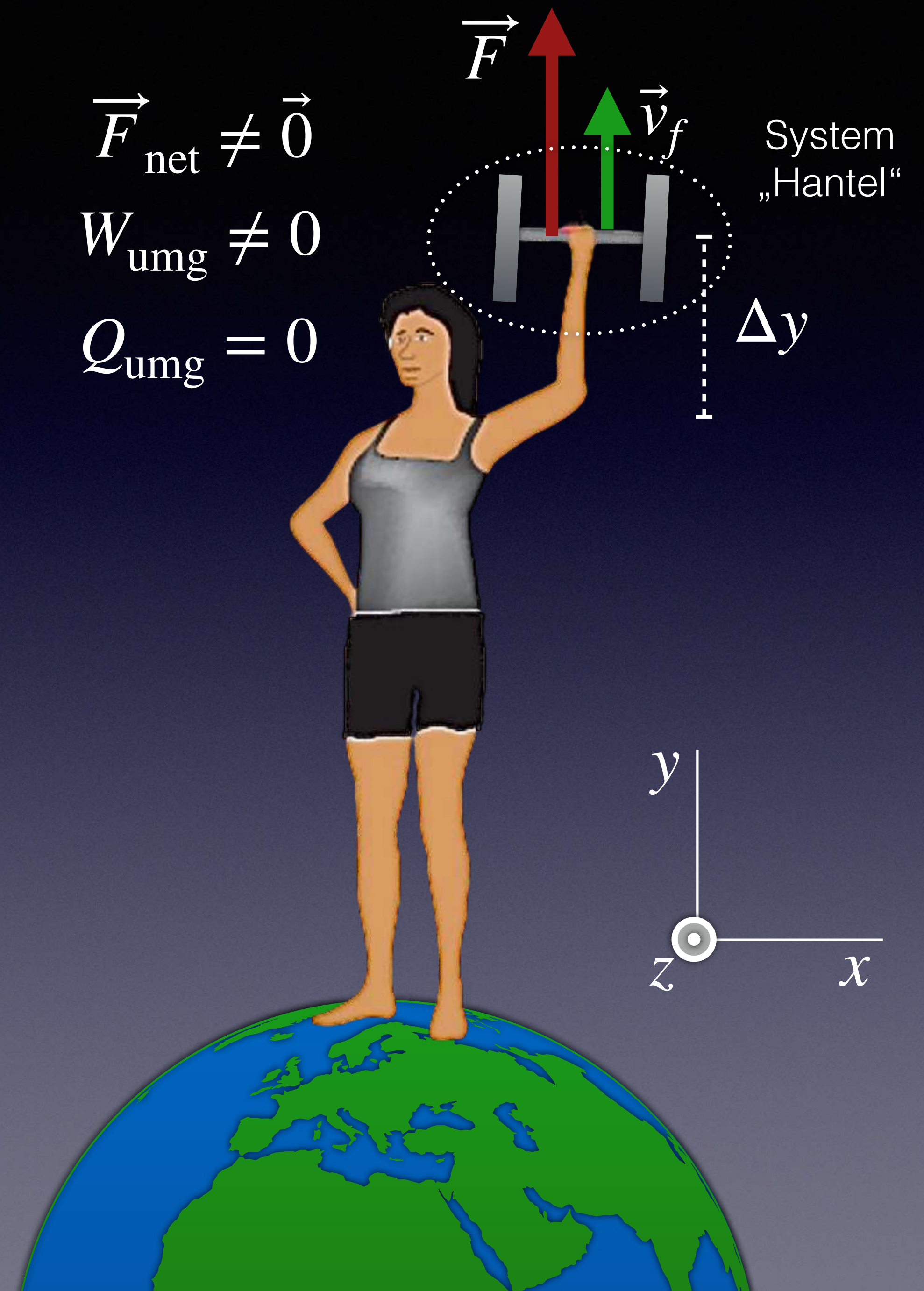
$$\Delta E_P = -F\Delta y$$

Das Vorzeichen macht Sinn, da wir zuvor festgestellt haben, dass die Energie der Person abnehmen muss.

$$\vec{F}_{\text{net}} \neq \vec{0}$$

$$W_{\text{umg}} \neq 0$$

$$Q_{\text{umg}} = 0$$



$$E_{\text{sys},f} = E_{\text{sys},i} + Q_{\text{umg}} + W_{\text{umg}}$$

$$E_{\text{kin},f} + U_f = W_P + U_i$$

$$\frac{1}{2}m \left| \vec{v}_f \right|^2 + mgy_f \approx F\Delta y + mgy_i$$

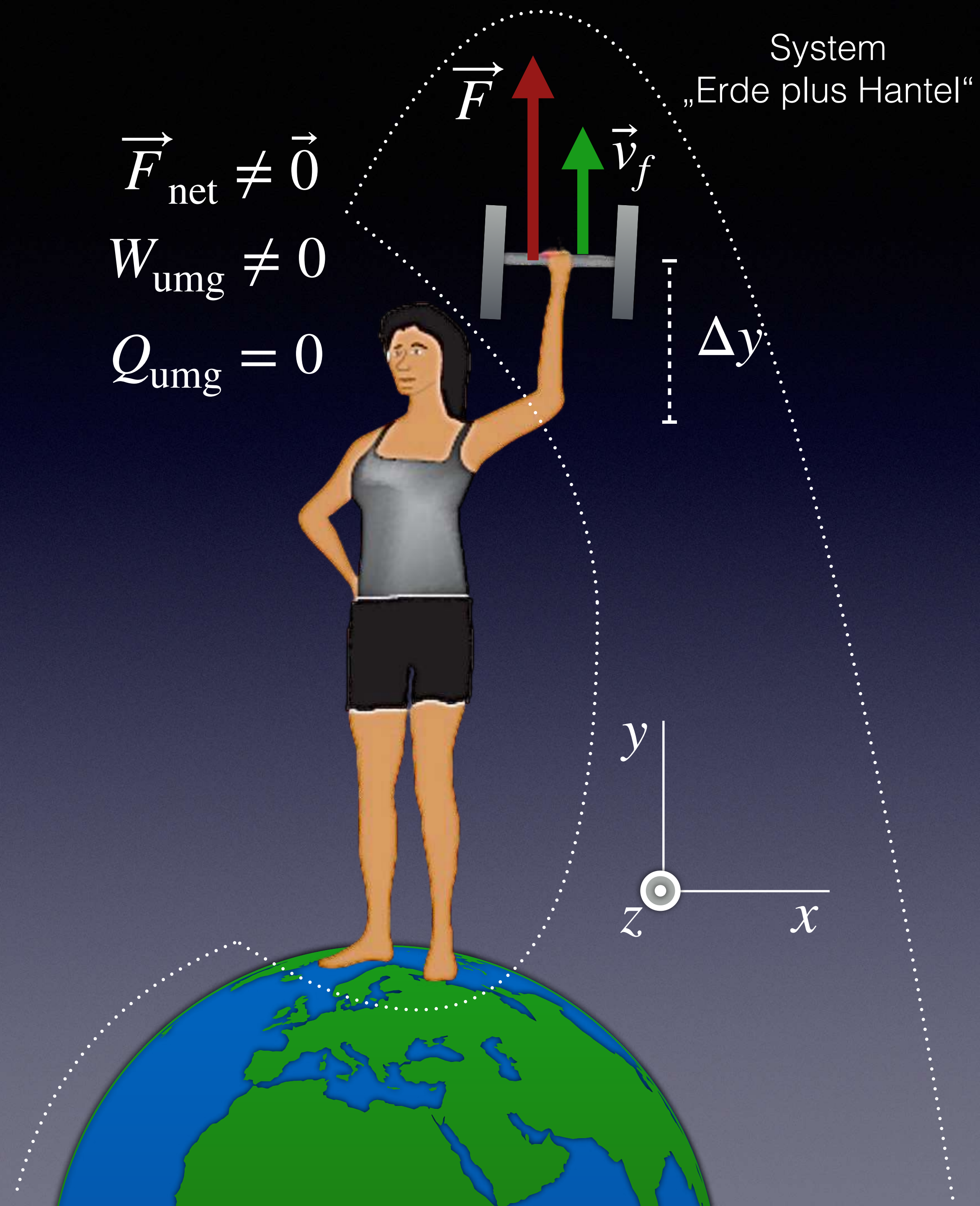
$$F\Delta y \approx + \left(\frac{1}{2}mv_f^2 + mg\Delta y \right)$$

Wenn wir das aus Erde plus Hantel bestehende System wählen, drückt die Person beide Teile des Systems auseinander. Das Ergebnis, das wir mit dieser Wahl des Systems erhalten, stimmt mit unseren vorherigen Ergebnissen überein. Zuvor entsprach $-mg\Delta y$ der von der Umgebung geleisteten Arbeit, hier entspricht $mg\Delta y$ der Änderung der potenziellen Energie. Die Füße der Person drücken auf die Erde, verrichten aber kaum Arbeit, weil es dort im Grunde keine Verschiebung gibt (die Erde bewegt sich kaum).

$$\vec{F}_{\text{net}} \neq \vec{0}$$

$$W_{\text{umg}} \neq 0$$

$$Q_{\text{umg}} = 0$$



Wenn du die Gleichungen, die wir für die verschiedenen Systeme erhalten haben, noch einmal betrachtest, kannst du sehen, wie Energieterme, die bei einer Wahl des Systems Transfers von Energie über die Systemgrenze darstellen, bei einer anderen Systemwahl zu Energieänderungen innerhalb des Systems werden. Der Vergleich von Gleichungen für verschiedene Konfigurationen des Systems kann nützlich sein, um eine unbekannte Größe zu bestimmen (z. B. die Energieänderung in der Person, $\Delta E_p = -F\Delta y$, in dem gerade durchgearbeiteten Beispiel). Außerdem ist die Analyse eines Prozesses für mehr als eine System-Konfiguration eine gute Vorgehensweise zur Überprüfung deiner Berechnungen und deines Verständnisses.

Kontrollpunkt 7

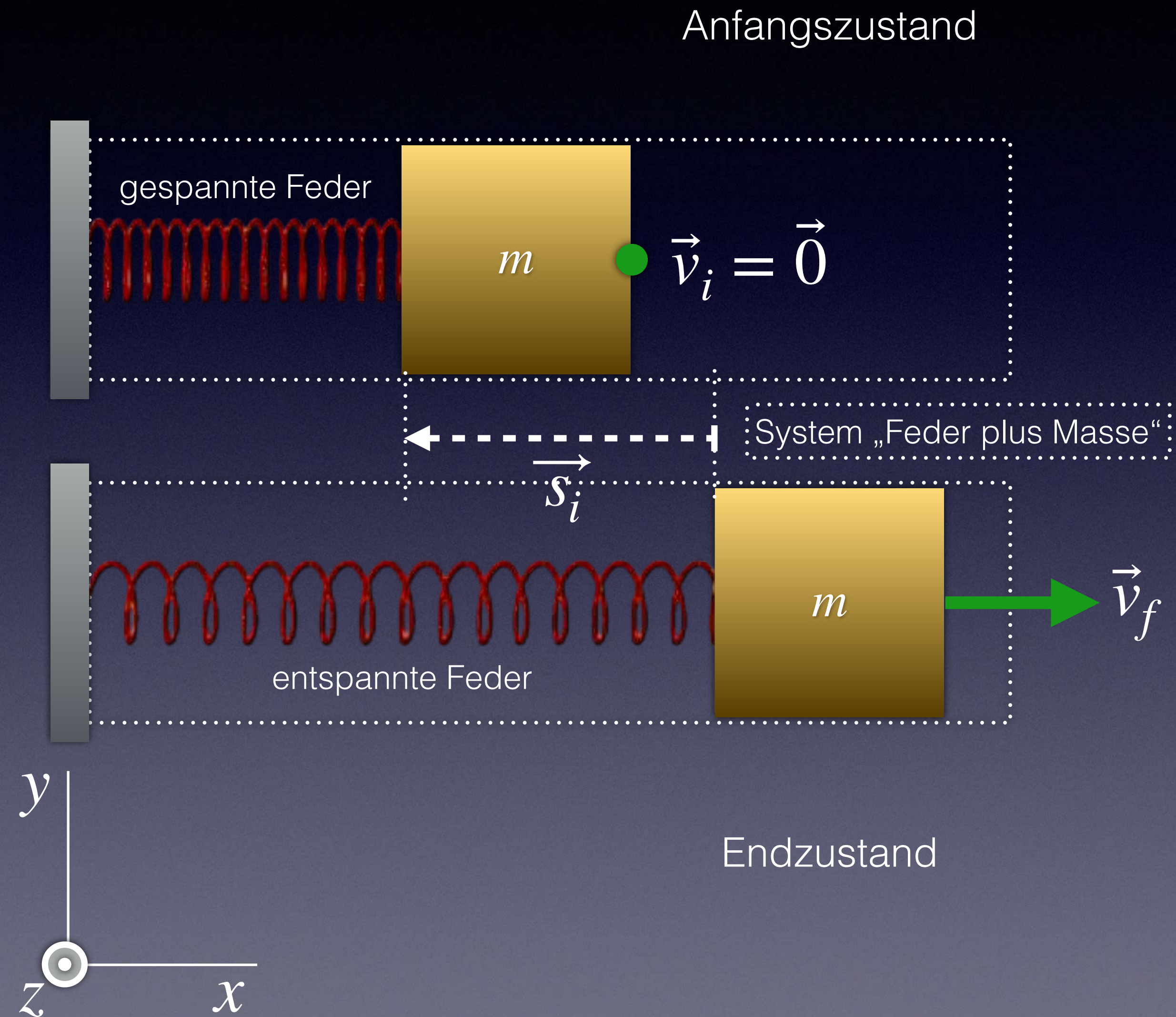
1. Betrachte einen harmonischen Oszillator (Masse an einer Feder ohne Reibung). (1) Wie viel Arbeit wird an dem System verrichtet, falls sich die Feder mit Steifigkeit k_s von ihrer maximalen Dehnung $s = A$ bis zu ihrer entspannten Länge zusammenzieht, wenn man nur die Masse als System betrachtet? (2) Wie groß ist die Änderung der kinetischen Energie des Systems während dieser Bewegung? (3) Bei welcher Wahl des Systems bleibt die Energie während dieser Bewegung konstant?

Wie die Wahl des Bezugssystems
die Bilanzierung der Energie
beeinflusst

Wir haben gerade gesehen, wie die Wahl des Systems die Bilanzierung der Energie beeinflusst. Das Prinzip Energie gilt unabhängig von der Wahl des Systems, aber die Terme, die in der Gleichung für die Energiebilanz erscheinen, sind für verschiedene Systeme unterschiedlich. In ähnlicher Weise ist das Prinzip Energie unabhängig von der Wahl des (Inertial-) Bezugssystems, aber die Terme, die in der Gleichung auftauchen, sind je nach Wahl des Bezugssystems unterschiedlich. Es ist instruktiv, das spezielle Beispiel einer zusammengedrückten Feder zu betrachten, die einen massiven Klotz in Bewegung setzt. Dabei werden wir diesen Vorgang in zwei unterschiedlichen (Inertial-) Bezugssystemen betrachten.

Betrachte dazu eine (horizontale) Feder mit Steifigkeit $k_s = 400 \text{ N/m}$, die links an einer Wand befestigt ist, wobei ein Klotz mit $m = 1 \text{ kg}$ in Ruhe gegen die Feder gehalten wird. Die Stauchung der Feder beträgt dabei $s_i = -0.04 \text{ m}$. Sobald du den Klotz aus der Ruhelage loslässt, dehnt sich die Feder aus und beschleunigt den Klotz auf einer reibungsfreien Oberfläche nach rechts.

Wir wählen als System die Kombination aus Feder und Klotz.

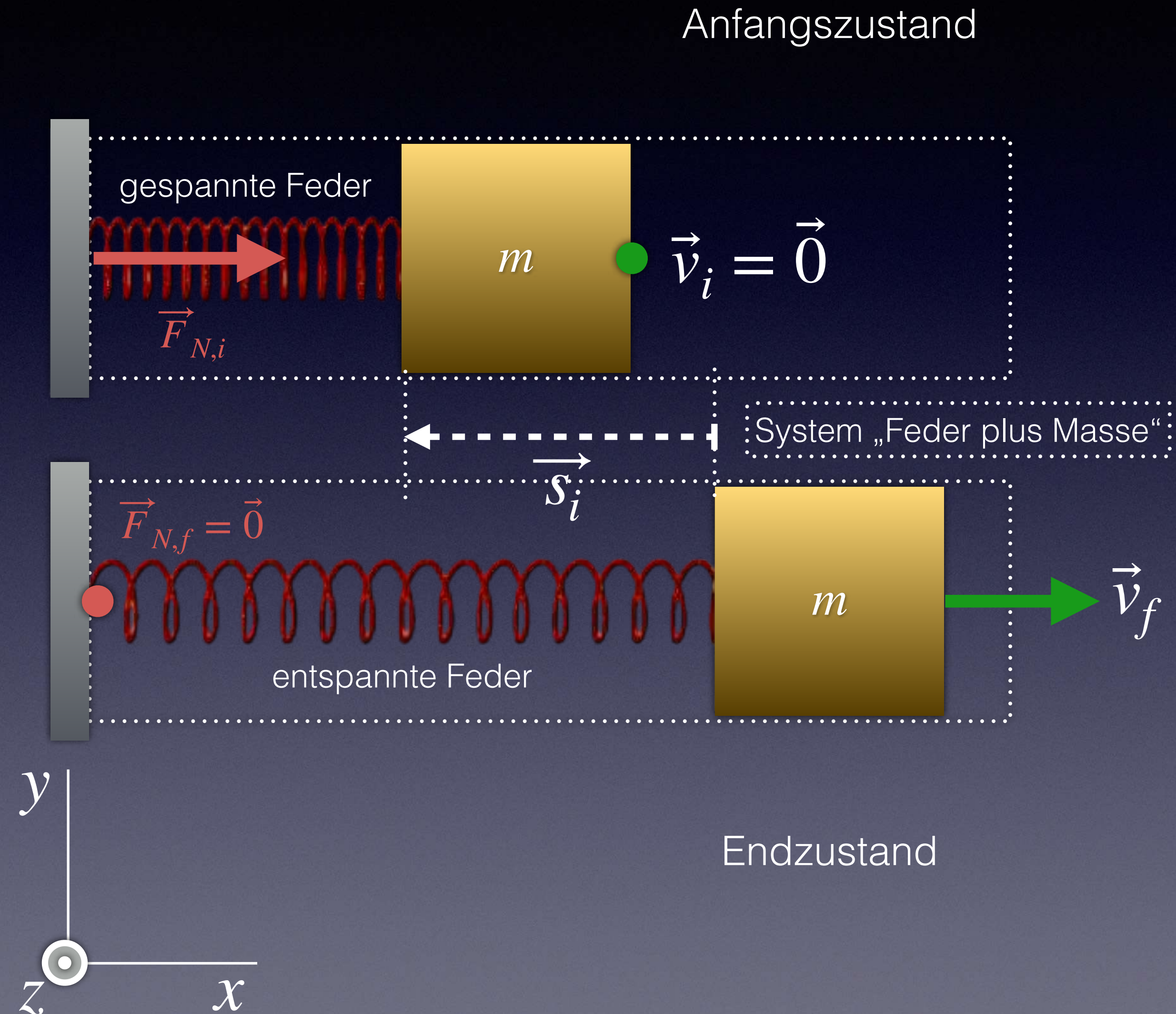


Die nach oben (+y-Richtung) gerichtete Kraft der Oberfläche und die nach unten gerichtete Kraft der Erde verrichten keine Arbeit, da es keine Verschiebung in dieser Richtung gibt.

Ebenso verrichtet die Wand keine Arbeit, weil die Kraft \vec{F}_N , welche die Wand auf das linke Ende der Feder ausübt (Typ Kontaktkraft), über eine Distanz von Null wirkt und daher keine Arbeit leistet.

$$\vec{F}_N \cdot \Delta\vec{r} = \langle F_{N,x}, 0, 0 \rangle \cdot \langle 0, 0, 0 \rangle = 0.$$

Die Wandkraft erhöht allerdings den Impuls des Systems, $d\vec{p}_{\text{sys}}/dt = \vec{F}_N$, aber sie hat eben keinen Einfluss auf die Energie des Systems.



Betrachten wir das System zunächst, wie üblich, von einem stationären Bezugssystem aus. Nehmen wir an, dass du, der Beobachter, unbeweglich neben der Wand stehst.

$$E_f = E_i + Q + W$$

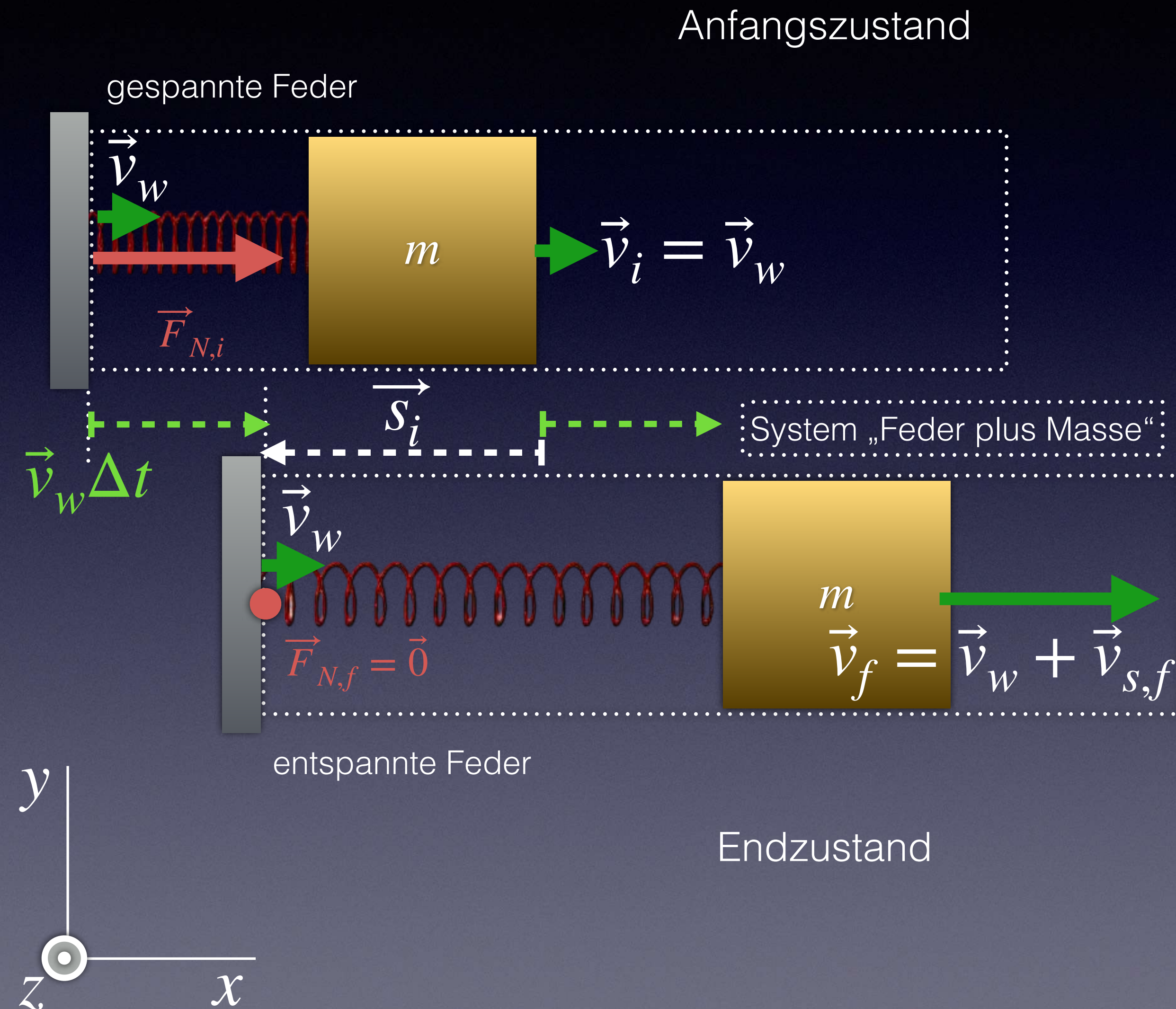
$$E_{\text{kin},f} + U_{s,f} = E_{\text{kin},i} + U_{s,i}$$

$$\frac{1}{2}m \left| \vec{v}_f \right|^2 = \frac{1}{2}k_s s_i^2$$

$$\left| \vec{v}_f \right| = \sqrt{\frac{k_s}{m} s_i^2} = \left| \omega s_i \right|$$

Numerisches Ergebnis: $\left| \vec{v}_f \right| = 0.8 \text{ m/s}$.

Betrachten wir nun das gleiche System von einem bewegten Bezugssystem aus. Angenommen, du, der Beobachter, bewegst dich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}_o = \langle -10, 0, 0 \rangle$ m/s nach links. Aus dieser veränderten Perspektive bewegt sich die Wand mit $\vec{v}_w = -\vec{v}_o = \langle 10, 0, 0 \rangle$ m/s nach rechts, und die Anfangsgeschwindigkeit des Klotzes ist ebenfalls \vec{v}_w . Du würdest das System auf die gleiche Weise sehen, wenn du stillstehst und sich das gesamte System nach rechts bewegt. Wir wählen wieder die Feder und den Klotz als System.



$$E_f = E_i + Q + W$$

$$E_{\text{kin},f} + U_{s,f} = E_{\text{kin},i} + U_{s,i} + W_w$$

Die Bewegung vom Anfangs- in den Endzustand entspricht einem Viertel der Periode einer vollen Schwingung.

$$\frac{1}{2}m \left(|\vec{v}_{s,f}| + |\vec{v}_w| \right)^2 = \frac{1}{2}k_s s_i^2 + \frac{1}{2}m |\vec{v}_w|^2 + \int_0^{T/4} \left(\vec{F}_N \cdot \vec{v}_w \right) dt$$

Mit $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_s}}$, $\vec{F}_N = \langle -k_s s, 0, 0 \rangle$, $\vec{s}_i = \langle -s_i, 0, 0 \rangle$, $\vec{v}_w = \langle v_w, 0, 0 \rangle$, $\vec{v}_{s,f} = \langle v_{s,f}, 0, 0 \rangle$ und

$$s = -s_i \cos \left(\sqrt{\frac{k_s}{m}} t \right) \text{ folgt}$$

$$\frac{1}{2}m \left(v_{s,f} + v_w \right)^2 = \frac{1}{2}k_s s_i^2 + \frac{1}{2}m v_w^2 + k_s s_i v_w \sqrt{\frac{m}{k_s}} \sin \frac{\pi}{2} .$$

$$\frac{1}{2}mv_{s,f}^2 + mv_w v_{s,f} - \left(\frac{1}{2}k_s s_i^2 + k_s s_i v_w \sqrt{\frac{m}{k_s}} \right) = 0$$

$$v_{s,f_{1,2}} = \frac{-mv_w \pm \sqrt{(mv_w)^2 + 2m \left(\frac{1}{2}k_s s_i^2 + k_s s_i v_w \sqrt{\frac{m}{k_s}} \right)}}{m} .$$

Numerisches Ergebnis: $v_{s,f_{1,2}} = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 16.6}}{1} \text{ m/s} = (-10 \pm 10.8) \text{ m/s} .$

Das positive Vorzeichen liefert die physikalisch sinnvolle Lösung. Der Klotz bewegt sich also **0.8 m/s** schneller als die Wand, was mit unserem früheren Ergebnis für das ruhende Bezugssystem exakt übereinstimmt.

Beachte, dass die anfängliche und die finale potenzielle Energie der Feder in beiden Bezugssystemen gleich war, da die potenzielle Energie der Feder nur von der Dehnung der Feder abhängt, die in beiden Bezugssystemen übereinstimmt.

Beim Wechsel vom ursprünglichen, ruhenden, zum bewegten Bezugssystem änderte sich die von der Wand verrichtete Arbeit von 0 J auf $k_s s_i v_w \sqrt{m/k_s} = 8 \text{ J}$, die anfängliche kinetische Energie des Blocks änderte sich von 0 J auf $0.5 m v_w^2 = 50 \text{ J}$, und die endgültige kinetische Energie änderte sich von 0.32 J auf $0.5 m (v_{s,f} + v_w)^2 = 58.32 \text{ J}$. Alle diese einzelnen Energiewerte haben sich stark verändert, aber das Prinzip Energie blieb weiterhin gültig und lieferte konsistente Ergebnisse. Dies ist ein Beispiel für das Relativitätsprinzip, das besagt, dass physikalische Prinzipien in allen ruhenden oder gleichmäßig bewegten Bezugssystemen gültig sind.

Energiedissipation

Die Gesamtenergie des Universums ändert sich (vielleicht) nicht, aber „nützliche“ Energie wird oft in Formen „dissipiert“, die für uns weniger nützlich sind. Wenn du einen Stuhl über den Boden schiebst, geht ein Teil der Arbeit, die du verrichtest, in die Erhöhung der Temperatur des Bodens und des Stuhls und nicht in die Erhöhung der makroskopischen kinetischen Energie des Stuhls. Wenn man einen Ball in die Luft wirft, wird ein Teil der Anfangsenergie in eine Erhöhung der mikroskopischen Energie der Luft umgewandelt. Gleitreibung, Luftwiderstand, viskose Reibung - all diese Phänomene sind Beispiele für Energiedissipation, die im weiteren Verlauf dieses Abschnitts behandelt werden.

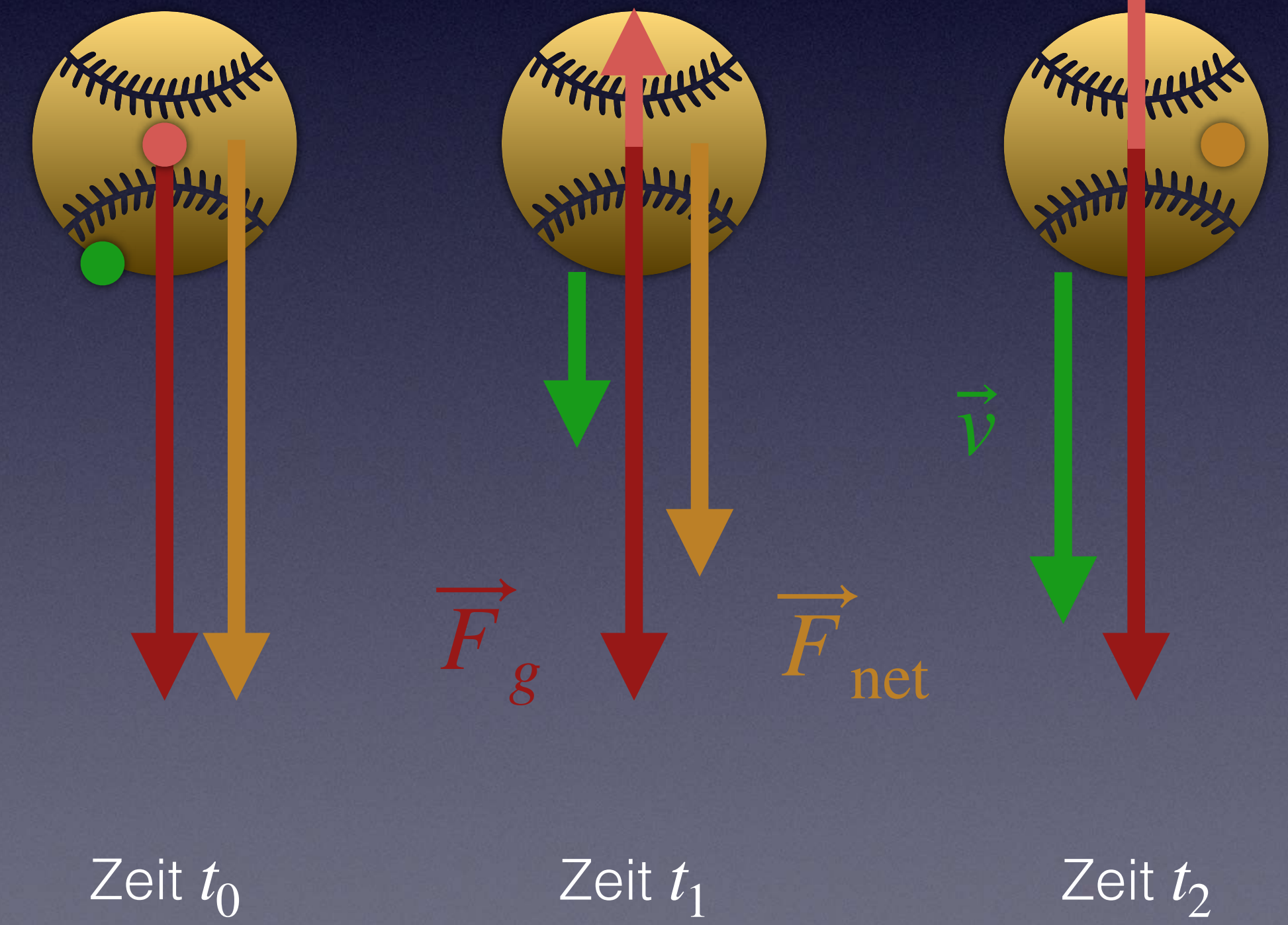
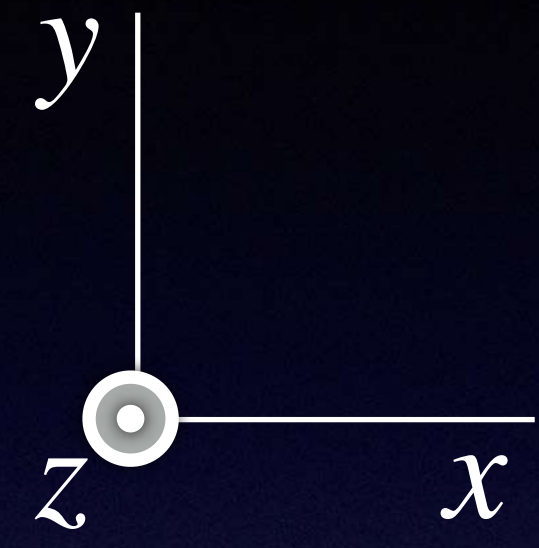
Die bremsende Wirkung der Luft wird als „Luftwiderstand“ oder „Reibung“ bezeichnet. Wahrscheinlich hast du schon einmal beobachtet, dass es schwieriger ist, etwas schnell durch eine Flüssigkeit wie Wasser oder Luft zu bewegen, als es langsam zu bewegen. Dies legt nahe, dass der Luftwiderstand \vec{F}_w , der auf ein fallendes Objekt wirkt, von der Geschwindigkeit \vec{v} des Objekts abhängen könnte. Da sich die nach unten gerichtete Gravitationskraft \vec{F}_g auf das fallende Objekt nicht ändert, während der nach oben gerichtete Luftwiderstand mit zunehmender Geschwindigkeit des Objekts zunimmt, sollte die nach unten gerichtete Nettokraft auf das Objekt immer kleiner werden und schließlich Null erreichen.

$$\vec{v} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_w = \vec{0}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0}$$

$$\vec{F}_w = -\vec{F}_g$$



Eine Gleichung, die den Luftwiderstand \vec{F}_w auf ein bewegtes Objekt beschreibt, muss folgende Effekte berücksichtigen: Abhängigkeit von der Geschwindigkeit \vec{v} , der Querschnittsfläche A , der Form des Objekts und der Dichte ρ_a der Luft. Der Formeffekt wird durch einen mit dem Symbol c_w gekennzeichneten Parameter erfasst, der die Oberflächengestalt des Objekts widerspiegelt. Dieser Parameter wird als „Luftwiderstands-Beiwert“ bezeichnet und in der Regel empirisch ermittelt, mit typischem Wertebereich $0.3 \leq c_w \leq 1.0$. Die Richtung der Kraft \vec{F}_w ist mit $-\hat{v}$ entgegengesetzt zur momentanen Geschwindigkeit:

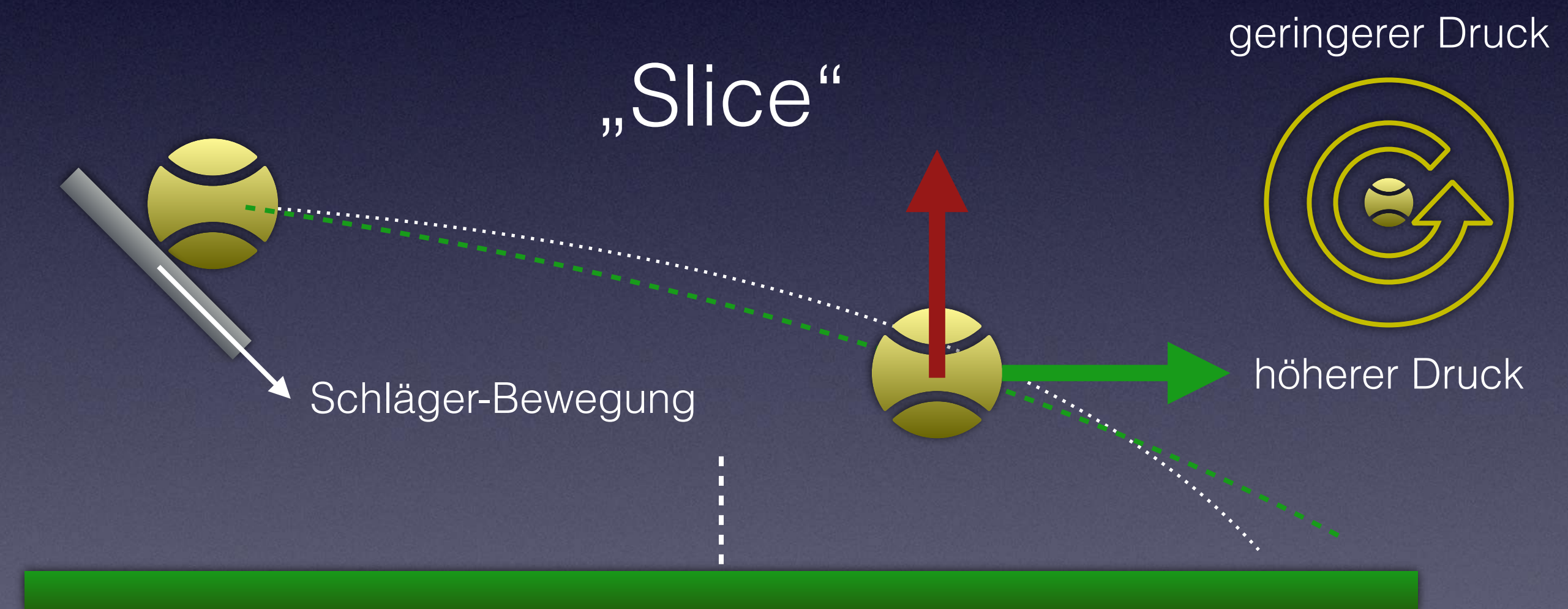
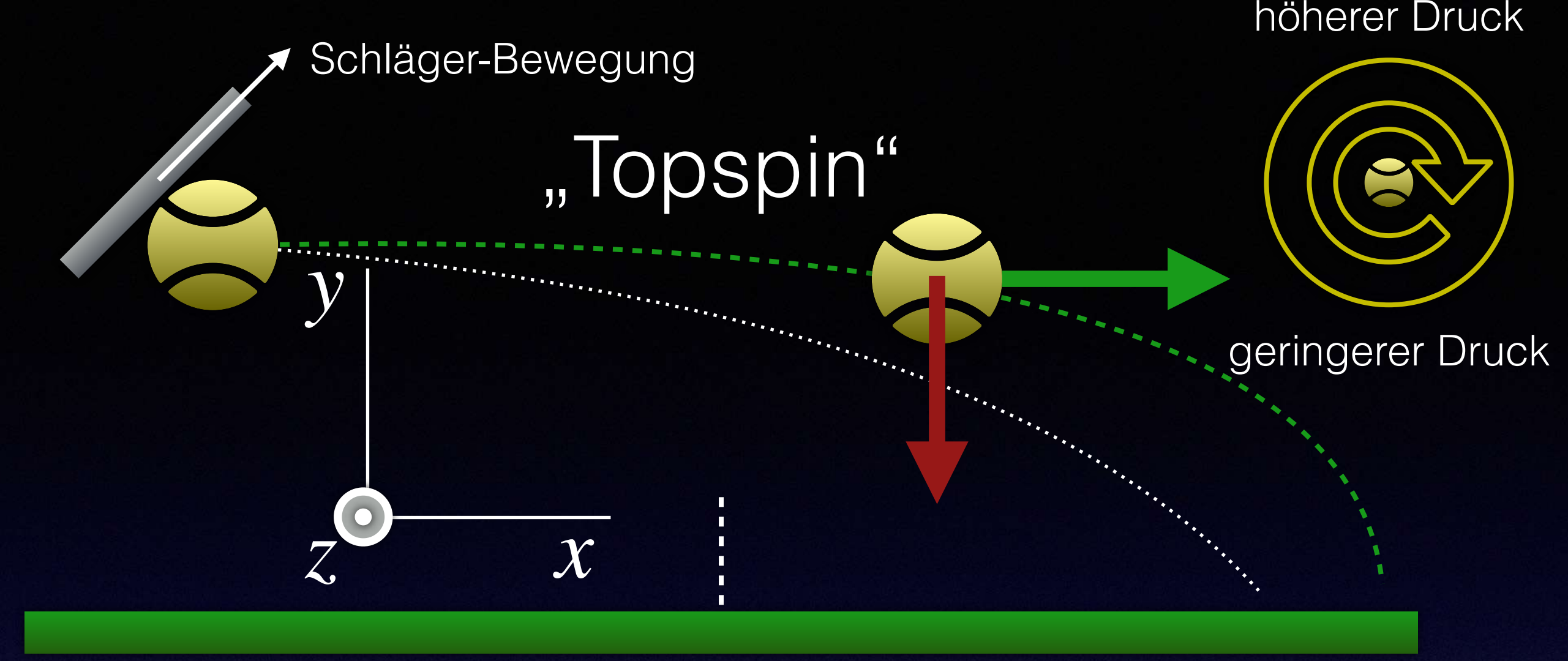
$$\vec{F}_w \approx -\frac{1}{2}c_w\rho_aA|\vec{v}|^2\hat{v}.$$

Über größere Distanzen oder bei schnell fliegenden Objekten kann die Wirkung des Luftwiderstands in aller Regel nicht vernachlässigt werden.

Kontrollpunkt 8

1. Ein Fallschirmspringer, dessen Masse $m = 90 \text{ kg}$ beträgt, fällt mit einer konstanten Endgeschwindigkeit von 60 m/s der Erde entgegen. (1) Wie groß ist die Kraft \vec{F}_w der Luft auf den Fallschirmspringer?

Doch selbst wenn wir den Luftwiderstand in unsere Vorhersagen für die Bewegung eines Objekts einbeziehen, haben wir immer noch eine Kraft \vec{F}_M außer Acht gelassen, die einen großen Einfluss auf die Flugbahn haben kann. Wenn ein Objekt, z.B. ein Ball, einen Drall hat, gibt es einen Effekt der Flüssigkeitsströmung um den Ball, der den Luftdruck auf der Seite erhöht, auf der die Rotationsbewegung in dieselbe Richtung wie die Geschwindigkeit des Balls geht, und den Luftdruck auf der anderen Seite senkt, auf der die Rotationsbewegung in die entgegengesetzte Richtung zur Geschwindigkeit geht (Magnus-Effekt). Die Berechnungen, die zur Modellierung dieses Effekts erforderlich sind, sind recht komplex und beruhen auf der „Fluiddynamik“.

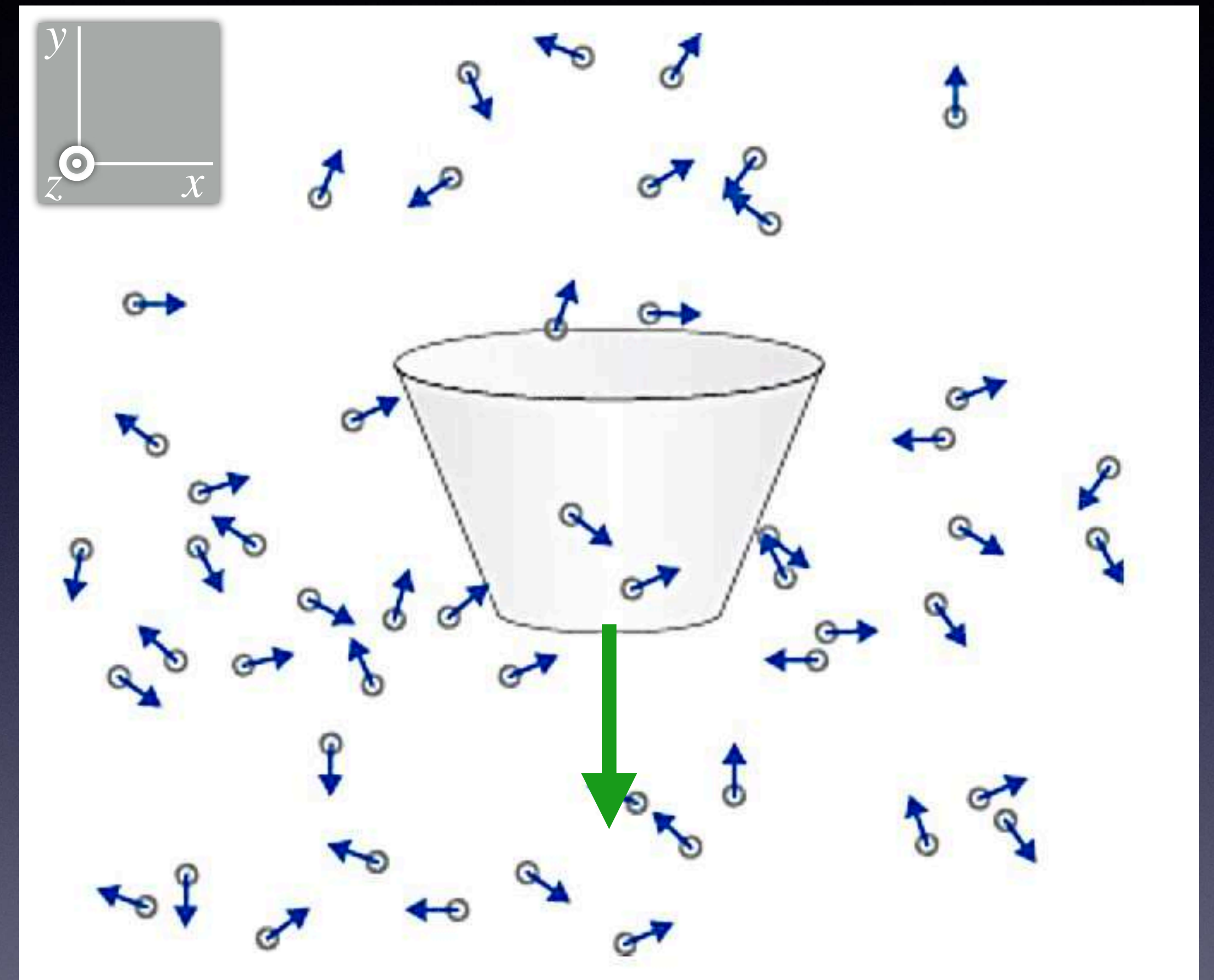


Zwei Schlagvarianten aus dem Tennissport, bei denen der Magnus-Effekt wichtig ist.

Kontrollpunkt 9

1. Ein Kaffeefilter mit einer Masse von $m = 1.4 \text{ g}$, der aus einer Höhe von 2 m auf den Boden fällt, erreicht den Boden mit einer Geschwindigkeit von 0.8 m/s . (1) Wie viel kinetische Energie haben die Luftmoleküle durch den fallenden Kaffeefilter erhalten?

Betrachten wir die Wechselwirkungen zwischen der Luft und einem Objekt aus mikroskopischer Sicht. Den Auftrieb für ein ruhendes Objekt haben wir schon früher kennengelernt. Wenn sich der Filter jedoch aufgrund der Anziehungskraft der Erde nach unten bewegt, bewegt sich die Unterseite des Filters auf die Luftmoleküle zu, während sich die Oberseite von den Luftmolekülen fort bewegt. Auf der Unterseite kommt es im Durchschnitt zu einer höheren Anzahl von Zusammenstößen mit Luftmolekülen pro Sekunde und zu einer größeren Aufprallwirkung. Auf der Oberseite kommt es zu einer geringeren Anzahl von Zusammenstößen pro Sekunde mit kleinerer Aufprallwirkung. Diese Luftwiderstandskraft nimmt mit zunehmender Fallgeschwindigkeit des Filters zu, da mit höherer Geschwindigkeit die Anzahl und die Wirkungen der Kollisionen auf der Unterseite zunehmen und die Anzahl und die Wirkungen der Kollisionen auf der Oberseite abnehmen.



Luftmoleküle kollidieren mit einem fallenden Kaffeefilter.

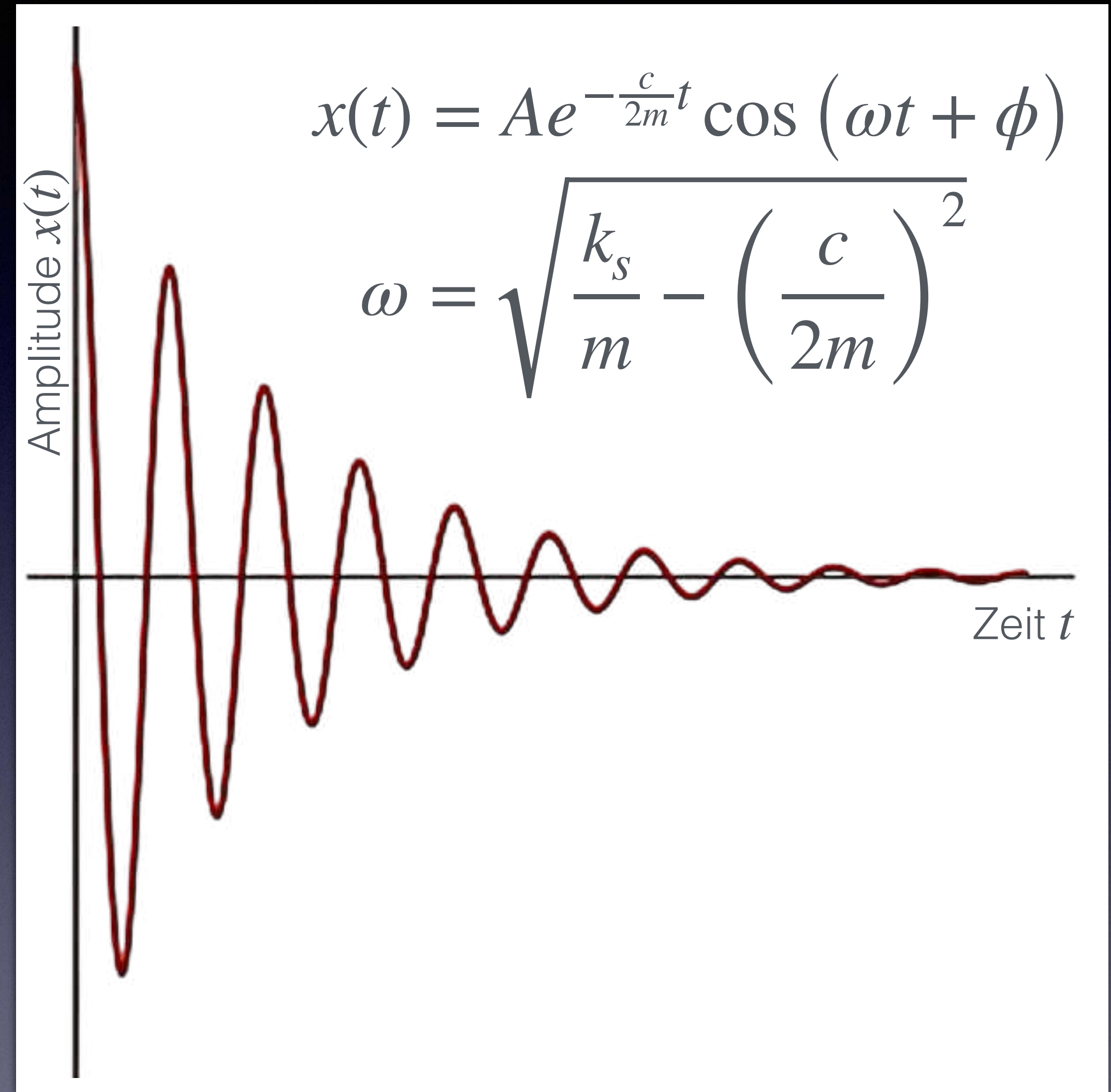
Kontrollpunkt 10

1. Wenn du eine Masse am Ende einer Schnur in Schwingung versetzt, nimmt die maximale Auslenkung aus der Ruhelage zunächst recht schnell ab, aber wenn die Schwingung erst einmal klein geworden ist, dauert es noch sehr lange, bis eine weitere deutliche Abnahme eintritt. Versuche es selbst! (1) Erkläre diese Beobachtung.

Sehr kleine Partikel wie Staub oder Nebeltröpfchen, die langsam durch die Luft fallen, oder kleine Objekte, die sich durch eine dicke Flüssigkeit wie Honig bewegen, erfahren eine Reibungskraft, die proportional zu $|\vec{v}|$ statt zu $|\vec{v}|^2$ ist. Dies wird als „viskose“ Reibung bezeichnet.

Die Proportionalität der Reibungskraft zu $|\vec{v}|$ (bei der viskosen Reibung) oder zu $|\vec{v}|^2$ (beim „turbulenten“ Luftwiderstand) ist nur in bestimmten Situationen näherungsweise gültig. Die mathematischen Formulierungen für die Reibungskräfte haben nicht die breite Anwendbarkeit der Ausdrücke für die Gravitationskraft und die elektrische Kraft. Aber selbst mit den „einfachen“ Näherungen für die Reibungskräfte lassen sich bessere Vorhersagen treffen, als wenn man die Reibung gänzlich ignorieren würde.

Eines der offensichtlichsten Merkmale der Bewegung eines echten makroskopischen Masse-Feder-Systems ist, dass die Amplitude mit der Zeit immer kleiner wird. Unser Modell eines Masse-Feder-Systems, das wir in Kapitel 4 entwickelt haben, ist zu einfach: Im Normalfall müssen wir die Auswirkungen der Reibung berücksichtigen. Im Fall der viskosen Reibung, bei der die Reibungskraft proportional zu $-c \left| \vec{v} \right|$ ist, ist es möglich, mit Mathematik (oder durch Erraten der Lösung und Einsetzen in das Impulsprinzip für das System) eine analytische Lösung für die Position als Funktion der Zeit zu finden.



Position vs. Zeit für einen Oszillator mit viskoser Reibung.

In Kapitel 6 haben wir gesehen, dass die Arbeit, die erforderlich ist, um die Konfiguration von gravitativ oder elektrisch wechselwirkenden Objekten, die als Punktteilchen betrachtet werden können, zu ändern, unabhängig von dem Weg ist, auf dem die Arbeit geleistet wird. Ein gleitendes Objekt, das Reibung erfährt, kann jedoch nicht als Punktteilchen betrachtet werden, da sich seine innere Energie ändert. Betrachte z.B. das Gleiten eines schweren Klotzes auf einer zunächst bergauf und danach in gleichem Maße bergab verlaufenden Bahn, auf der erhebliche Reibung herrscht. Das Prinzip Energie für die gesamte Bewegung des Klotzes enthält einen Term, der einem Anstieg der inneren Energie des Klotzes entspricht:

$$\Delta \left(E_{\text{kin}} + U_g + E_{\text{internal}} \right) = W, \text{ resultiert für das Beispiel in}$$

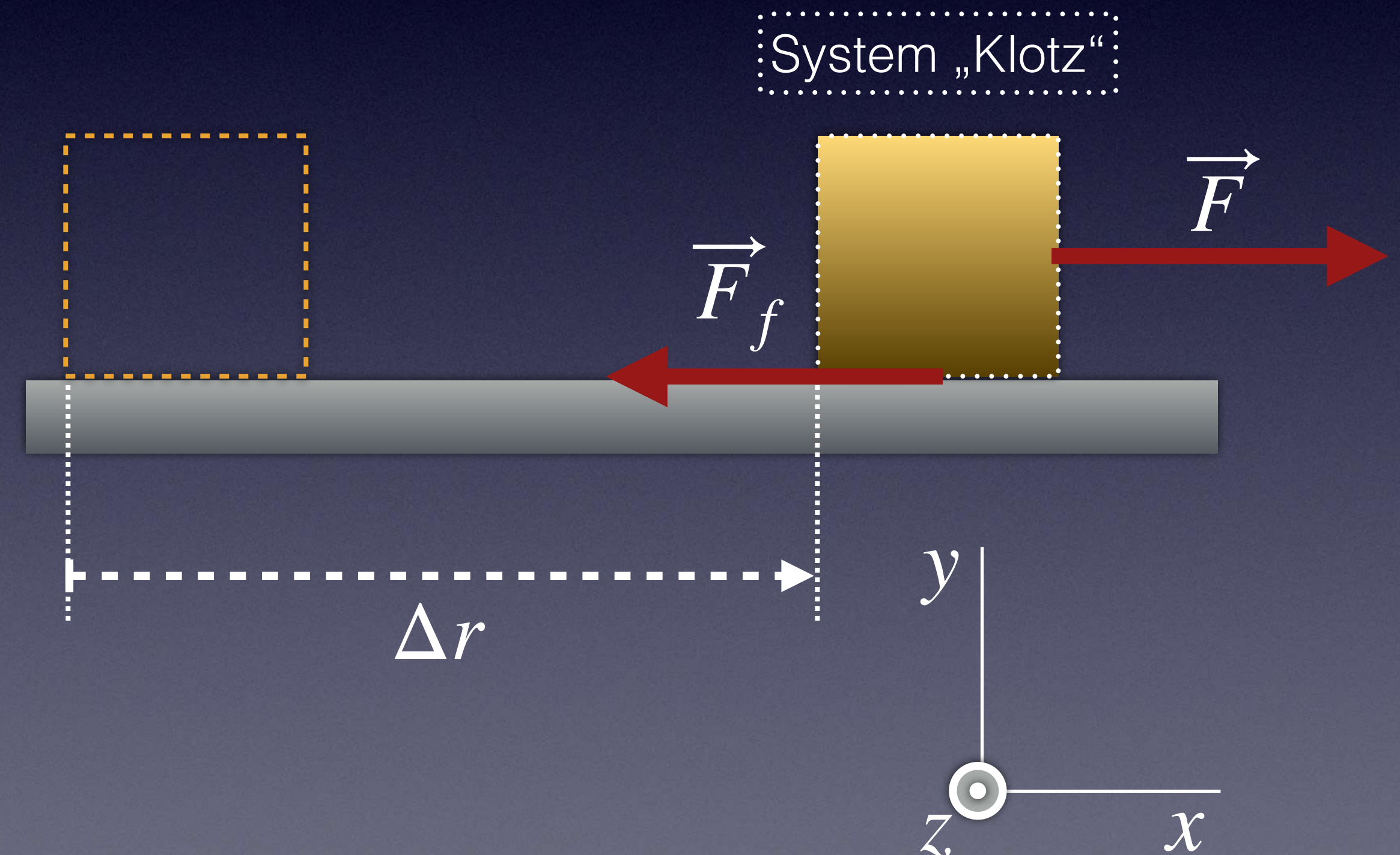
$$\Delta E_{\text{internal}} = W.$$

Je länger der zurückgelegte Weg ist, desto größer ist der Anstieg der inneren Energie. Die Gesamtarbeit ist ungleich Null und ist bei längeren Wegen größer. Es gibt keine Pfadunabhängigkeit. Ein Teil der Energie wird unter den vielen Atomen des Klotzes aufgeteilt.

Wenn wir in unserer „Buchhaltung“ der Energie für ein System mit reibungsbehafteter Bewegung sorgfältig sind, stoßen wir auf ein Paradoxon, das sich nicht leicht auflösen lässt. Betrachten wir die in der nebenstehenden Grafik dargestellte Situation: Du übst eine konstante Kraft \vec{F} aus und ziehst einen Klotz eine Strecke $\Delta\vec{r}$ über einen Tisch. Da zwischen dem Klotz und dem Tisch Reibung herrscht, bewegt sich der Klotz mit konstanter Geschwindigkeit. Da sich der Impuls des Klotzes nicht ändert, folgern wir, dass die Nettokraft auf den Klotz gleich $\vec{0}$ ist, und dass daher $\vec{F}_f = -\vec{F}$ sein muss. Außerdem ist $W_{\text{umg}} = (\vec{F}_f + \vec{F}) \cdot \Delta\vec{r} = 0$, denn es ändert sich ja E_{kin} nicht. Wie passt das aber dazu, dass sowohl der Klotz als auch der Tisch heißer werden, wenn sie aneinander reiben! Woher kam die erhöhte innere Energie? Wir werden auf diese Frage in einem späteren Kapitel zurückkommen, um dieses „Paradoxon“ aufzulösen.

$$\vec{F}_f = -\vec{F}$$

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{0}$$



Kontrollpunkt 11

1. Du verschiebst einen Klotz auf einem Tisch langsam um eine Strecke 0.2 m nach rechts. Du übst dabei eine konstante Kraft von 20 N aus. (1) Wie viel Arbeit verrichtest du dabei? (2) Dann bewegst du den Klotz langsam auf demselben Weg zurück zum Ausgangspunkt. Wie viel Arbeit verrichtest du bei dieser zweiten Bewegung? (3) Wie hat sich die innere Energie des Klotzes und des Tisches verändert?

Energiedissipation in numerischen Modellen

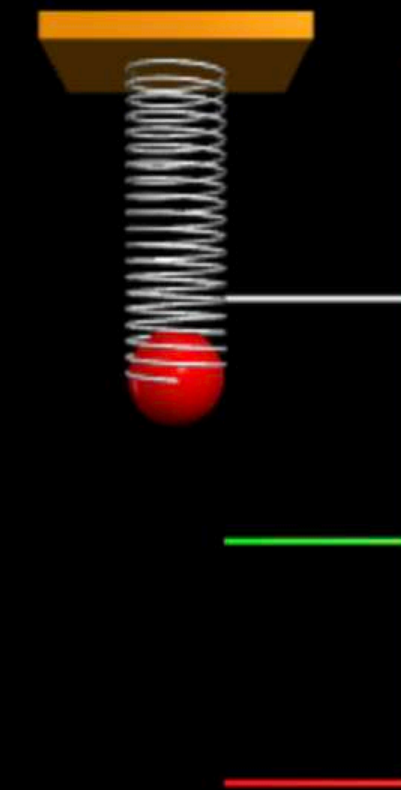
In Kapitel 6 haben wir gesehen, dass wir zwar die detaillierte Bewegung eines Systems nicht direkt vorhersagen können, indem wir das Prinzip Energie iterativ anwenden (weil weder Richtung noch Zeit darin vorkommen), dass es aber äußerst nützlich sein kann, die kinetische und potenzielle Energie eines Systems zu protokollieren, dessen Bewegung wir durch die iterative Anwendung des Prinzips Impuls vorhersagen. Dies gilt insbesondere dann, wenn wir die Dissipation in unsere Modelle einbeziehen, um ein realistischeres Bild des Verhaltens alltäglicher Systeme zu erhalten. Ein solches Modell ermöglicht uns die Beantwortung von Fragen von z. B., wie schnell Energie dissipiert wird, ob die Energie am Anfang oder am Ende eines Prozesses schneller dissipiert wird usw. Die Einbeziehung der Dissipation in ein numerisches Modell erfordert, dass wir die relevanten algebraischen Ausdrücke für Kräfte wie Luftwiderstand, Gleitreibung oder viskose Reibung in Programmanweisungen übersetzen.

In Kapitel 6 haben wir gesehen, dass wir die Bewegung einer an einer vertikal befestigten Feder aufgehängten Masse bei hinreichend kleinem Zeitschritt Δt mit Hilfe der Euler-Cromer-Diskretisierung gut reproduzieren können, und dass nach dem Prinzip Energie auch die Summe aus kinetischer Energie E_{kin} und der in der Feder gespeicherten potenziellen Energie E_{fed} annähernd konstant bleibt.

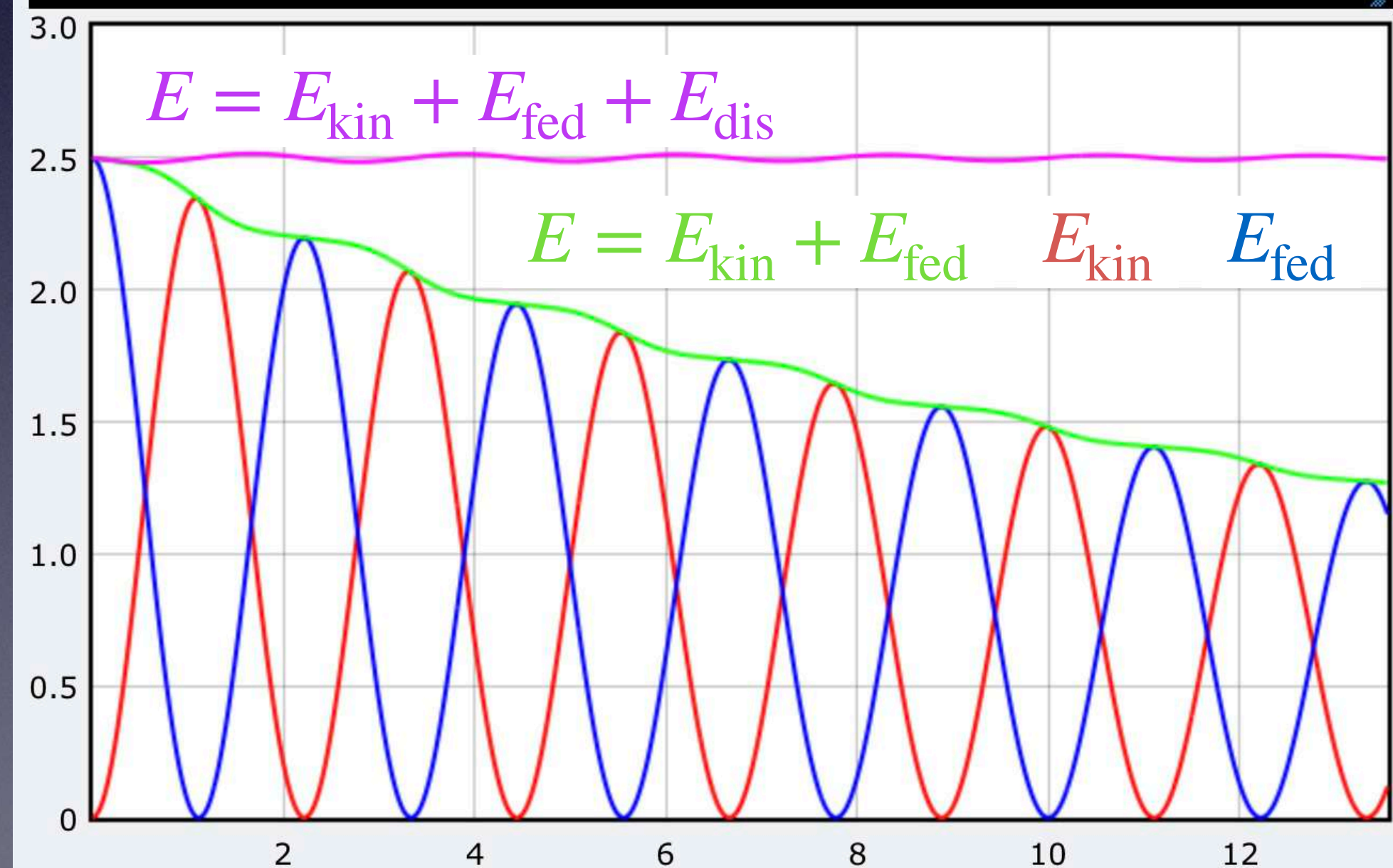
Auch bei Hinzunahme einer Reibungskraft $|\vec{F}_f| \sim |\vec{v}|^2$ funktioniert die iterative Berechnung der Bewegung gut. In diesem Fall bleibt die Summe aus kinetischer, potenzieller und dissipierter Energie E_{dis} nahezu konstant, wie wir der nebenstehenden Abbildung entnehmen können. Wir sehen, dass auch in diesem Fall die Anwendung des Prinzips Energie eine gute Möglichkeit zur Kontrolle der numerischen Ergebnisse eröffnet.

$$\Delta t = 0.01 \text{ s}$$

$$E = 2.5 \text{ J}$$



Euler-Cromer-Diskretisierung



In unserem **Iterationsverfahren** benutzen wir die sogenannte **Euler-Cromer-Methode** (siehe Kapitel 2). Zur Berücksichtigung der Dissipation ist nur eine kleine **Modifikation** erforderlich:

1. Berechnung der (Netto-) Kraft anhand der aktuellen Positionen **sowie der von der aktuellen Geschwindigkeit abhängigen dissipativen Kräfte**,
2. Verwenden der (Netto-) Kraft zur Aktualisierung (Kraftstoß) des (System-) Impulses,
3. Aktualisierung der Position mit dem neuen (System-) Impuls.

Werden dissipative Kräfte berücksichtigt, so setzen diese ein weiteres Limit für den zulässigen maximalen Zeitschritt Δt , um physikalisch sinnvolle Ergebnisse zu erhalten.

Betrachten wir z.B. die geradlinige Bewegung einer Kugel, so wissen wir, dass diese Bewegung unter dem Einfluss einer Reibungskraft allmählich zum Stillstand kommt, aber durch eine Reibung die Richtung der Bewegung nicht umgekehrt werden kann. Für eine Situation, in der die Reibungskraft $\vec{F}_{f,i}$ die einzige einwirkende Kraft ist, gilt folgende Beschränkung für den Zeitschritt Δt :

$$\left| \vec{F}_{f,i} \right| \Delta t < \gamma m \left| \vec{v}_i \right| \rightarrow \Delta t < \frac{\gamma m \left| \vec{v}_i \right|}{\left| \vec{F}_{f,i} \right|} .$$

Insbesondere für von der Geschwindigkeit unabhängige Kräfte, wie die Gleitreibung, ist diese Anforderung für Δt , vor allem kurz vor dem Stillstand der Bewegung, nicht so einfach zu erfüllen. Allerdings existieren numerische Techniken, mit deren Hilfe man dieses Problem „umschiffen“ kann (z.B. implizite Formulierung mit $\left| \vec{v}_f \right|$).

Resonanz

Stelle dir vor, du schubst jemanden auf einer Schaukel. Wenn du deine Stöße zeitlich an die Eigenfrequenz der Schaukel anpasst, kannst du eine immer größere Amplitude der Schaukel erreichen. Eine größere Amplitude bedeutet jedoch auch eine höhere Geschwindigkeit und damit einen höheren Energieverlust, z.B. durch den Luftwiderstand.

Der (quasi-) stationäre Zustand ist erreicht, wenn die bei jedem Zyklus durch den Luftwiderstand abgeleitete Energie gleich der Energie ist, die du bei jedem Zyklus einbringst. Eine (quasi-) stationäre Schwingung mit großer Amplitude erfordert i.d.R. nur kleine Stöße zur richtigen Zeit von dir, um den Energieverlust auszugleichen. Die Amplitude der Schwingung kann dabei viel größer werden als die Amplitude der Anregung.

Um eine große Amplitude des schwingenden Systems zu erhalten, muss die Anregung bei der natürlichen Frequenz des frei schwingenden Systems erfolgen. Dieses wichtige Merkmal erzwungener Schwingungen wird als „Resonanz“ bezeichnet.

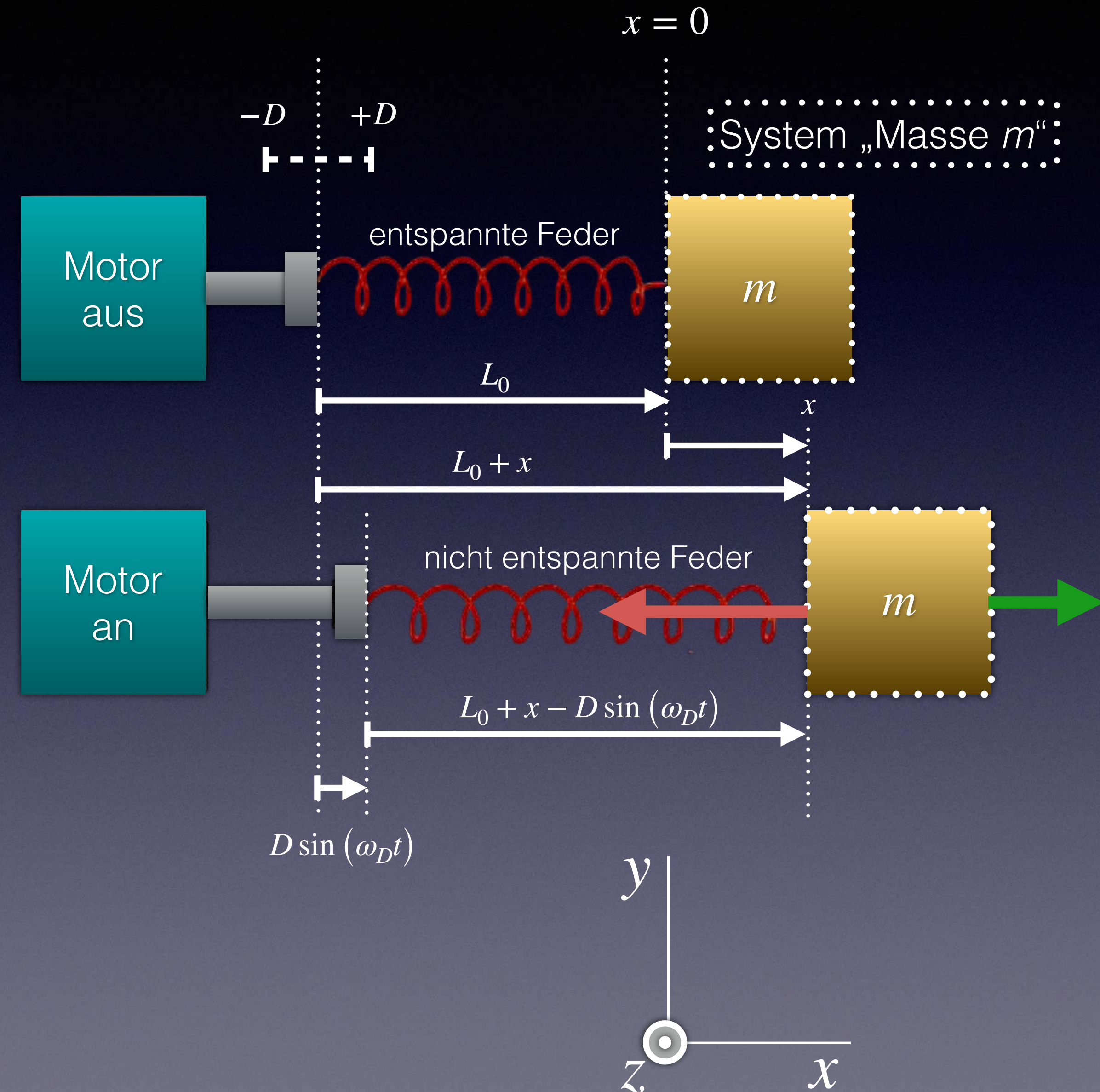
Die nebenstehende Abbildung zeigt einen sinusförmig erregten Oszillator. Für den stationären Fall ist es möglich, eine analytische Lösung für die Bewegung zu erhalten, falls die Energiedissipation auf viskose Reibung ($\sim -c v_x$) zurückzuführen ist. Mit dem Prinzip Impuls ergibt sich folgende Gleichung:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_{\text{net},x}$$

$$\frac{dp_x}{dt} = -k_s \left(x - D \sin(\omega_D t) \right) - c v_x$$

Im eingeschwungenen Zustand muss die Bewegung der Masse sinusförmig sein:

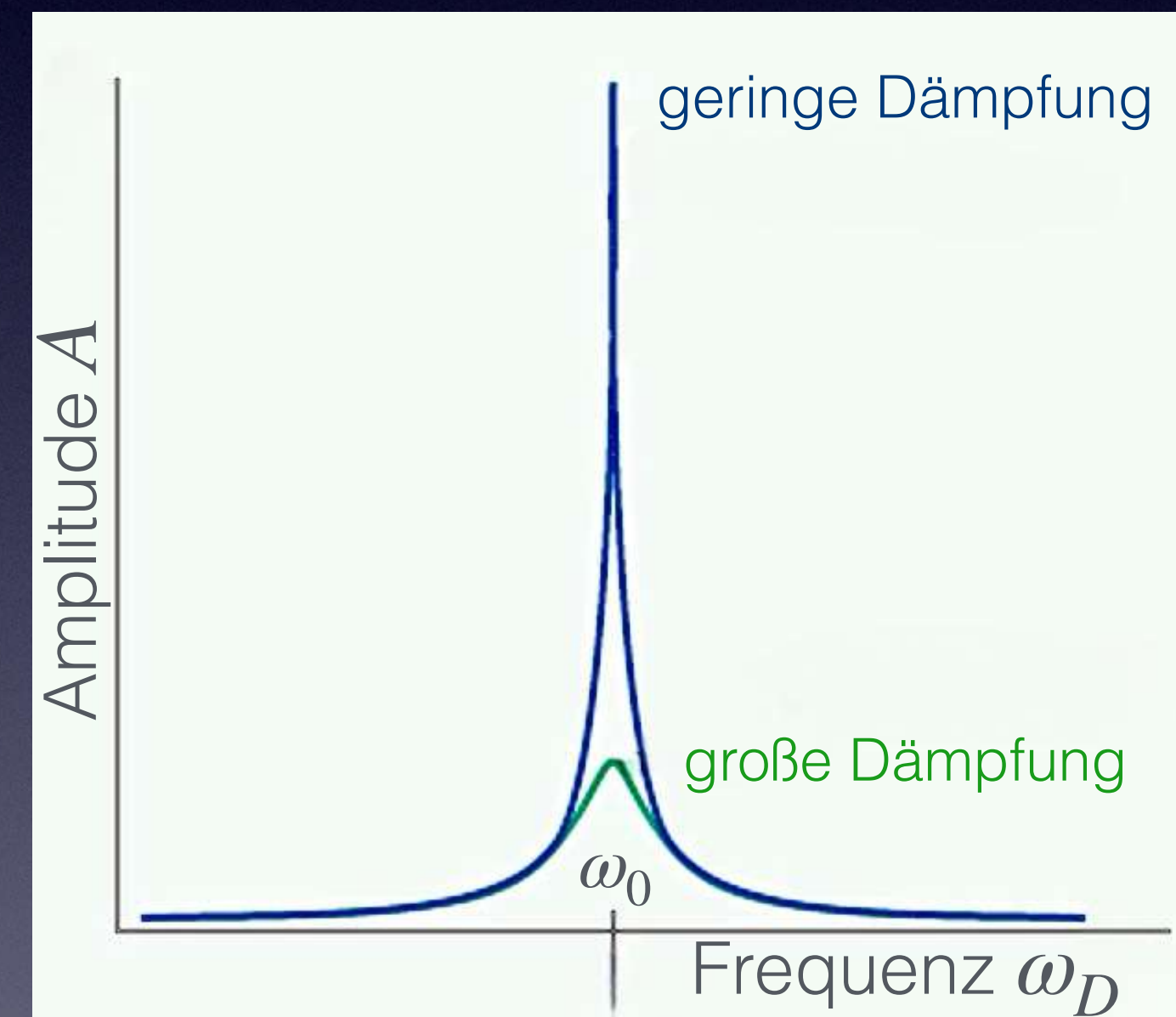
$$x(t) = A \sin(\omega_D t + \phi) .$$



Durch Ableitung des Ausdrucks für $x(t)$, um $v_x(t) = dx/dt$ und $a_x(t) = d^2x/dt^2$ als Funktion der Zeit zu erhalten, und Einsetzen dieser Ableitungen in die mit Hilfe des Prinzips Impuls gewonnene Gleichung, kann gezeigt werden, dass dieser Ausdruck für x als Funktion der Zeit eine Lösung im stationären Zustand ist, falls die Amplitude A und die Phasenverschiebung ϕ Werte haben, die durch die folgenden Ausdrücke bestimmt werden, wobei $\omega_0 = \sqrt{k_s/m}$ ist:

$$A = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_D^2)^2 + \left(\frac{c}{m}\omega_D\right)^2}} D, \text{ und}$$

$$\cos \phi = \frac{\omega_0^2 - \omega_D^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_D^2)^2 + \left(\frac{c}{m}\omega_D\right)^2}}.$$



Der ausführliche Beweis ist ziemlich aufwändig, daher lassen wir ihn hier weg.

Kontrollpunkt 12

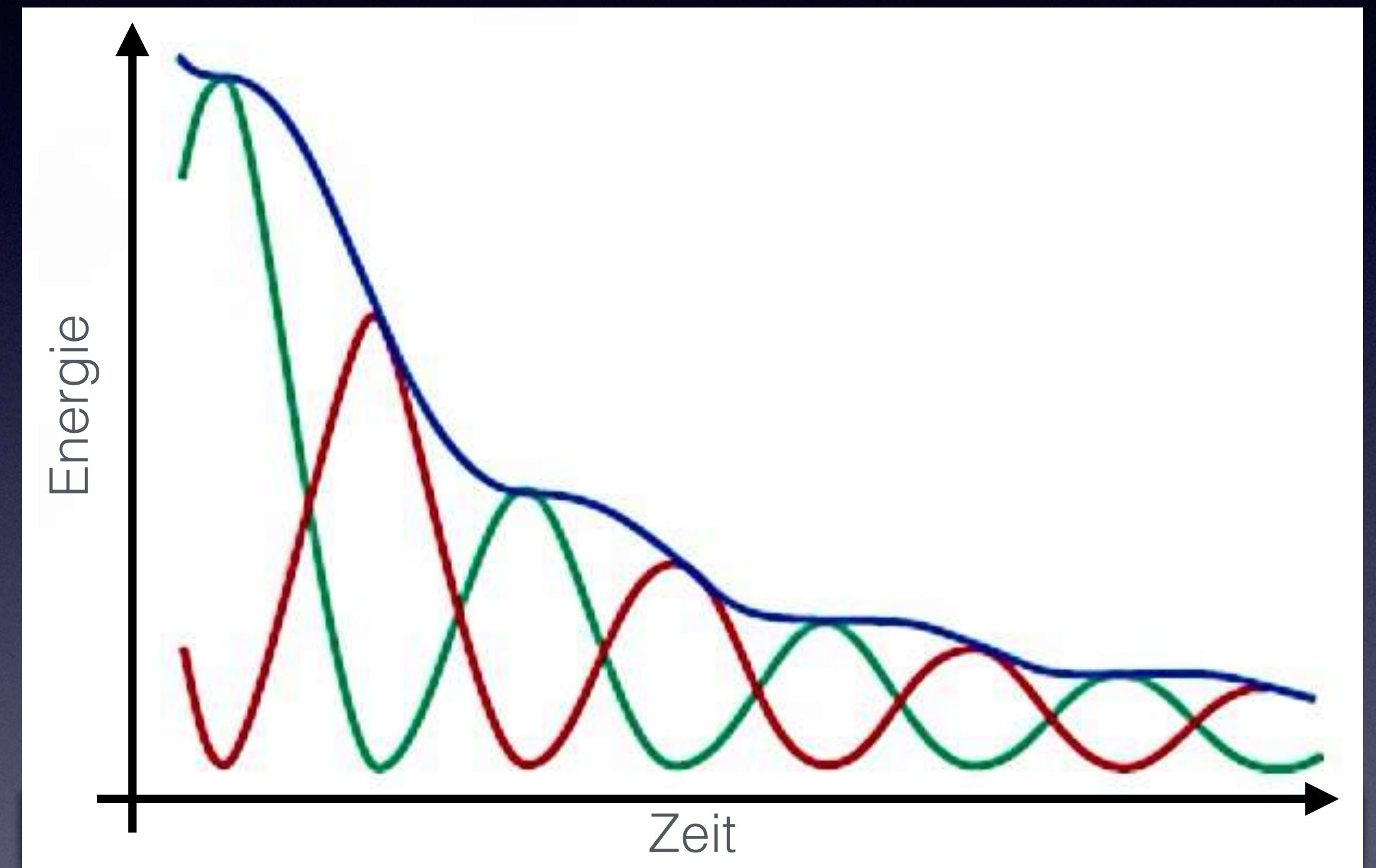
1. Erzwungene Schwingung: (1) Zeige anhand der Gleichung für die Amplitude A , dass bei kleiner viskoser Reibung c , die Amplitude groß ist, falls $\omega_D \approx \omega_0$ ist. (2) Zeige anhand der Gleichung für die Phasenverschiebung ϕ , dass ϕ bei einer sehr niedrigen Antriebsfrequenz ω_D ungefähr 0° ist, bei einer sehr hohen Antriebsfrequenz ω_D ungefähr gleich 180° ist und 90° bei Resonanz. (3) Zeige, dass bei geringer viskoser Reibung c die Amplitude A auf $1/\sqrt{2}$ der maximalen Amplitude (bei $\omega_D = \omega_0$) abfällt, falls $\left| (\omega_D^2 - \omega_0^2) \right| \simeq \frac{c}{m} \omega_D$ ist. (4) Wie hängt angesichts dieser Ergebnisse die Breite der Resonanzspitze von der Reibung ab? (5) Wie würde die Resonanzkurve aussehen, falls die Reibung c sehr klein wäre?

Kontrollpunkt 13

1. Stelle eine Gleichung für die Gesamtenergie eines Systems auf, das aus einer senkrecht an einer Feder aufgehängten Masse besteht. Beziehe die Erde in das System ein und lege den Ursprung für die potenzielle Gravitationsenergie in die Gleichgewichtsposition der Masse. (1) Zeige, dass die Energieänderungen eines vertikalen Masse-Feder-Systems die gleichen sind wie die Energieänderungen eines horizontalen Masse-Feder-Systems.

Kontrollpunkt 14

Die nebenstehende Grafik ist ein Teil eines Diagramms mit verschiedenen Termen der Energie, aufgetragen gegen die Zeit, für eine Masse an einer Feder, die dem Luftwiderstand unterliegt. (1) Identifiziere und beschrifte die drei Kurven und gib an, welche Art von Energie sie darstellen. (2) Erläutere kurz, wie du festgestellt hast, welche Kurve welche Art von Energie repräsentiert.



Gedämpfter Oszillator. Zeitlicher Verlauf dreier Energieterme.

Antworten
(zu den „Kontrollpunkten“)

K1.1: (1) Die potenzielle Energie ändert sich nicht. Sie variiert periodisch mit der Schwingung. Daher entspricht ihr Wert am Ende einer Periode exakt dem Wert zu Beginn einer Periode.

$$\underline{\text{K1.2}}: (1) U_{s,f} = E_{\text{kin},i} + U_{s,i} \rightarrow A \equiv s_f = \sqrt{\frac{2}{k_s} \left(\frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} k_s s_i^2 \right)},$$

numerischer Wert: $A \approx 0.071 \text{ m}$. (2) $E_{\text{kin},f} = E_{\text{kin},i} + U_{s,i} \rightarrow$

$$v_f = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{1}{2} m v_i^2 + \frac{1}{2} k_s s_i^2 \right)}, \text{ numerischer Wert: } v_f \approx 0.55 \text{ m/s}.$$

K2.1: (1) $U_s(0.2 \text{ m}) = 0.012 \text{ J}$.

K3.1: $E_{Q,f} - E_{Q,i} = W \equiv Cm\Delta T$. (1) $\Delta T = \frac{W}{Cm}$, mit
 $C = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, numerischer Wert: $\Delta T \approx 0.71 \text{ K}$.

K3.2: (1) $E_{Q,f} = E_{Q,i} \rightarrow T_f = \frac{T_{\text{Al},i}C_{\text{Al}}m_{\text{Al}} + T_{\text{Fe},i}C_{\text{Fe}}m_{\text{Fe}}}{C_{\text{Al}}m_{\text{Al}} + C_{\text{Fe}}m_{\text{Fe}}}$,
numerischer Wert: $T_f \approx 428.53 \text{ K}$.

K4.1: $\Delta E_Q \equiv E_{Q,f} - E_{Q,i} = mC\Delta T = Q + W$. (1) $\Delta E_Q = 126 \text{ kJ}$. (2) $Q = 76 \text{ kJ}$.
(3) $\Delta E_{\text{umg}} = -126 \text{ kJ}$.

K5.1: (1) $\Delta E_{\text{Heizgeraet}} = W + Q + \text{Elektroenergie} \equiv 0$. Daraus folgt $Q = -\text{Elektroenergie}$, numerischer Wert: $Q = -5 \text{ kJ}$ (Wärmeabgabe des Heizgeräts). (2) $\Delta E_{\text{Luft}} = W + Q$. Daraus folgt $\Delta E_{\text{Luft}} = Q$, numerischer Wert: $\Delta E_{\text{Luft}} = 5 \text{ kJ}$ (Wärmeaufnahme der Luft).

K5.2: (1) $\Delta E_Q = 0$, da Raumtemperatur konstant bleibt. (2)
 $\Delta E_{\text{Haus}} = W + Q + \text{Gasenergie} + \text{Sonnenenergie} \equiv 0$, daraus folgt $Q = -[\text{Gasenergie} + \text{Sonnenenergie}]$, numerischer Wert: $Q = -11 \text{ kJ}$
(Wärmeabgabe des Hauses an die Umgebung).

K6.1: Bewegung in x -Richtung: Mit $P = F_x v_x$ und $\frac{d(mv_x)}{dt} = ma_x = F_x$ folgt

$$a_x = \frac{P}{mv_x}. \quad (1) v_x = 14 \text{ m/s} : a_x \approx 4.13 \text{ m/s}^2. \quad (2) v_x = 36 \text{ m/s} : a_x \approx 1.61 \text{ m/s}^2.$$

(3) Da die kinetische Energie quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt, ist für dieselbe Veränderung der Geschwindigkeit bei hohen Geschwindigkeiten mehr Arbeit als bei kleinen Geschwindigkeiten erforderlich. Bei gleicher Leistung nimmt deshalb die Beschleunigung zu hohen Geschwindigkeiten hin ab.

$$\text{K7.1: (1) } W = \frac{1}{2}k_s A^2. \quad (2) \Delta E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}k_s A^2. \quad (3) \text{ Masse plus Feder.}$$

$$\text{K8.1: (1) } \vec{F}_w = -\vec{F}_g \text{ und damit } \left| \vec{F}_w \right| \approx mg, \text{ numerischer Wert } \left| \vec{F}_w \right| \approx 882 \text{ N.}$$

K9.1: $E_{\text{kin},f} + U_{g,f} = E_{\text{kin},i} + U_{g,i} + W$, mit $E_{\text{kin},i} = 0$ folgt.

$W = E_{\text{kin},f} + U_{g,f} - U_{g,i}$. (1) $W \approx -2.7 \times 10^{-2}$ J. Damit gewinnen die Luftmoleküle ungefähr $+2.7 \times 10^{-2}$ J an kinetischer Energie hinzu.

K10.1: (1) Je größer die Auslenkung eines Pendels, desto größer ist seine Geschwindigkeit. Da der Luftwiderstand proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit ist, nimmt am Anfang die Amplitude rasch, und im späteren Verlauf nur noch langsam ab.

K11.1: $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$. (1) 4J. (2) 4J. (3) 8J.

K12: (1) Für $\omega_D = \omega_0$ wird der Nenner minimal und daher die Amplitude A maximal. (2) Für $\omega_D \ll \omega_0$: $\cos \phi \approx 1$, $\phi \approx 0^\circ$. Für $\omega_D \gg \omega_0$, $\cos \phi \approx -1$, $\phi = \pm 180^\circ$. Für $\omega_D = \omega_0$: $\cos \phi \approx 0$, $\phi = 90^\circ$. (3) Mit

$$\left| (\omega_D^2 - \omega_0^2) \right| \simeq \frac{c}{m} \omega_D \text{ erhalten wir für den Nenner } \sqrt{2 \left(\frac{c}{m} \omega_D \right)^2}, \text{ was}$$

für $\omega_D \simeq \omega_0$ die Amplitude auf ungefähr das $1/\sqrt{2}$ -fache der Amplitude bei Resonanz abnehmen lässt. (4) Für größeres c nimmt die maximale Amplitude ab und $\left| (\omega_D^2 - \omega_0^2) \right|$ wird für $A = A_0/\sqrt{2}$ größer, d.h. der Unterschied zwischen ω_D und ω_0 wächst an und die Resonanzkurve wird breiter. (5) Die maximale Amplitude wächst und die Resonanzkurve wird enger.

K13.1: Die y-Achse weise nach unten und ihr Ursprung stimme mit dem Ende der entspannten Feder überein. $s = y - y_0$ sei die Auslenkung aus der Gleichgewichtslage y_0 mit ruhender, angehängter Masse. Als System verwenden wir „Feder plus Masse plus Erde“. Zu zeigen: ΔE_{sys} wie bei horizontalem

Oszillator. (1) $E_{\text{sys}} = E_{\text{kin}} + U_g + U_s$, mit $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv_y^2$, $U_g = -mgs$ und $U_s = \frac{1}{2}k_s y^2$. Mit $y = y_0 + s$

folgt $U_s = \frac{1}{2}k_s s^2 + \frac{1}{2}k_s y_0^2 + k_s y_0 s$. In der Gleichgewichtslage herrscht Kräftegleichgewicht, also

$k_s y_0 = mg \rightarrow y_0 = \frac{mg}{k_s}$. Eingesetzt in den Ausdruck für U_s ergibt $U_s = \frac{1}{2}k_s s^2 + \frac{1}{2}k_s \left(\frac{mg}{k_s}\right)^2 + mgs$.

Damit erhalten wir für die Energie des Systems $E_{\text{sys}} = \frac{1}{2}mv_y^2 - mgs + \frac{1}{2}k_s s^2 + \frac{1}{2}k_s \left(\frac{mg}{k_s}\right)^2 + mgs$.

Der zweite und fünfte Term heben sich gegenseitig auf. Der vierte Term ist eine Konstante, die für das Wechselspiel zwischen kinetischer und potenzieller (Feder-) Energie keine Rolle spielt.

K14.1: (1) Blau = $E_{\text{kin}} + U_s$. Grün = U_s . Rot = E_{kin} . (2) Blau ist gut als Summenkurve zu erkennen. Dass Rot E_{kin} ist, ist daran zu erkennen, dass Blau im Bereich der Maxima von Rot besonders stark abnimmt. Dann ist der Luftwiderstand auch besonders groß.

Nachwort

Die Folien versuchen eine Einführung in die Physik aus der Perspektive des 20. Jahrhunderts zu geben. Physiker erstellen Modelle der natürlichen Welt, die auf einer kleinen Anzahl grundlegender physikalischer Prinzipien und auf einem Verständnis der mikroskopischen Struktur der Materie beruhen, und sie wenden diese Modelle an, um ein sehr breites Spektrum physikalischer Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

Abfolge und Inhalt dieser Folien lehnen sich ganz eng an das Buch *Matter and Interactions* von Ruth W. Chabay und Bruce E. Sherwood an (4. Auflage, November 2017, 1040 Seiten, eText, Wiley & Sons Ltd, ISBN: 978-1-119-02908-3). Abbildungen, soweit nicht anders erwähnt, entstammen ebenfalls diesem Buch.

Ende

Folien zusammengestellt von Günther Lang

Es folgt: Teil 8 - Quantisierung der Energie