Elektrische und magnetische Wechselwirkung

Teil 6

Elektrisches Feld und Stromkreise

ORCID
Connecting Research and Researchers

Ziele

Nach Durchsicht dieser Folien solltest du in der Lage sein,

- elektrischen Felder in den Komponenten eines stationären Stromkreises zu berechnen und diese Felder mit Vektoren (Pfeilen) darzustellen;
- die Rolle der Ladungen auf der Oberfläche eines Stromkreises zu erläutern und die ungefähre Verteilung der Ladungen auf der Oberfläche der Komponenten eines einfachen Stromkreises im stationären Zustand zu skizzieren;
- die Grundsätze der Energieerhaltung und der Ladungserhaltung anzuwenden, um einen Stromkreis quantitativ zu analysieren, indem du mikroskopische Größen wie die Dichte der beweglichen Ladung und die Ladungsmobilität verwendest.

Übersicht

- Ein Stromkreis befindet sich niemals im Gleichgewicht
- Strom in verschiedenen Teilen eines Stromkreises
- Elektrisches Feld und elektrischer Strom
- Welche Ladungen erzeugen das elektrische Feld im Inneren eines Drahtes?
- Verteilungen der Oberflächenladung
- Schließen eines Stromkreises: anfängliche instationäre Reaktion
- Rückkopplung
- Oberflächenladung und Widerstände
- Energie in einem Stromkreis
- Anwendungen der Theorie
- Antworten (zu den „Kontrollpunkten“)
- Nachwort

Ein Stromkreis befindet sich niemals im Gleichgewicht

Wenn ein elektrisches Feld an einen Leiter angelegt wird, erfahren die beweglichen Ladungen im Leiter Kräfte und beginnen, sich in die Richtung dieser Kräfte zu bewegen. Wir haben bereits Situationen untersucht, in denen der Ladungsfluss für eine sehr kurze Zeit anhält, bis der Ladungsaufbau an der Oberfläche des Leiters ein elektrisches Feld erzeugt, das dem angelegten Feld gleich und entgegengesetzt ist, das elektrische Nettofeld im Leiter Null wird und das System ein Gleichgewicht erreicht. Im Gegensatz dazu ist ein elektrischer Stromkreis ein System, das kein Gleichgewicht erreicht. Trotz der Bewegung der Ladungen geht das elektrische Nettofeld im Inneren des Leiters nicht auf Null, und der Ladungsfluss setzt sich in diesem Nicht-Gleichgewichtssystem über einen langen Zeitraum fort.

Unser Ziel in diesem Kapitel ist es, ein mikroskopisches Modell der Vorgänge in einem Stromkreis zu konstruieren, indem wir bekannte physikalische Prinzipien (Energie und Impuls), die Konzepte des elektrischen Feldes und des Potenzials sowie das mikroskopische Modell eines Metalls, das wir in Kapitel 2 entwickelt haben, verwenden. Dies ist eine etwas andere Sicht auf elektrische Schaltkreise als die makroskopische Sicht, die du vielleicht in einem früheren Physikkurs kennengelernt hast. Uns interessieren dabei folgende Fragen: Werden die Ladungen in einem Stromkreis verbraucht? Wie ist es möglich, in einem Draht ein elektrisches Feld ungleich Null zu erzeugen und aufrechtzuerhalten? Welche Rolle spielt die Batterie in einem Stromkreis?

Sobald wir die Bewegung von Ladungen in elektrischen Stromkreisen verstanden haben, können wir uns mit magnetischen Kräften befassen. Im vorigen Kapitel haben wir Magnetfelder untersucht, die von bewegten Ladungen erzeugt werden. Wir haben jedoch nicht die Wirkung dieser Magnetfelder auf andere Ladungen behandelt. Genauso wie bewegte Ladungen Magnetfelder erzeugen, werden nur bewegte Ladungen von Magnetfeldern beeinflusst. Eine Situation, in der wir diese Auswirkungen leicht beobachten können, ist in elektrischen Stromkreisen, in denen Ströme fließen. Bevor wir die magnetischen Kräfte im Detail untersuchen können, müssen wir mehr über die Bewegung von Ladungen in Stromkreisen wissen.

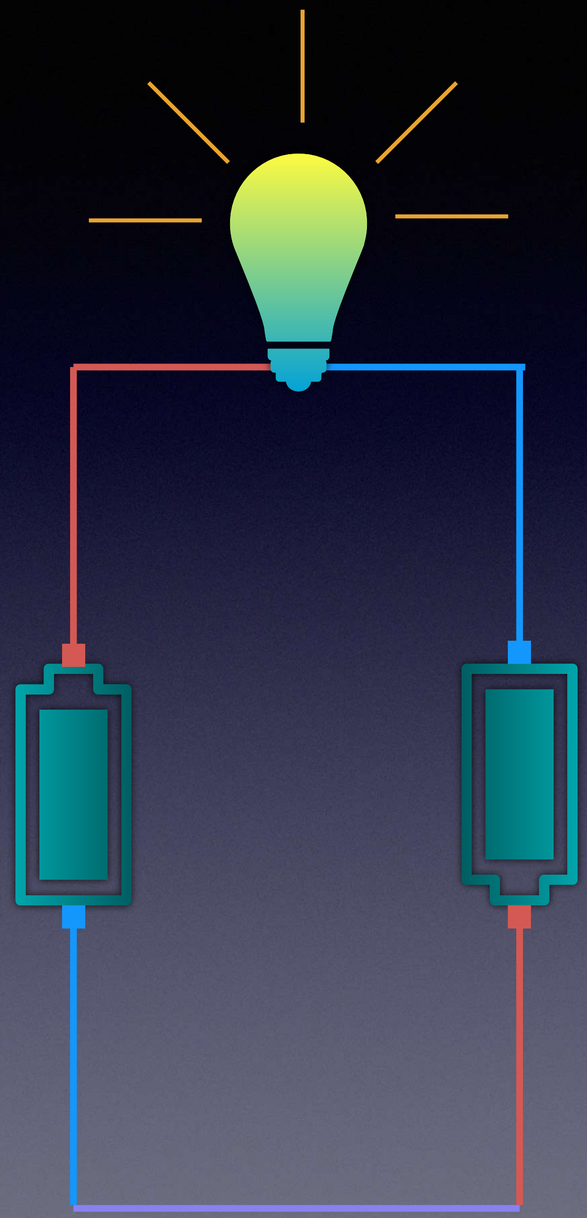
Strom in verschiedenen Teilen eines Stromkreises

Um ein mikroskopisches Modell zur Erklärung des Stromflusses in einem Stromkreis zu erstellen, müssen wir zunächst eine entscheidende Frage beantworten, und zwar sowohl experimentell als auch theoretisch: Was geschieht mit den Ladungen, die durch den Stromkreis fließen? Werden sie verbraucht? Fließt in verschiedenen Teilen eines seriellen Stromkreises, einem Stromkreis mit einem einzigen Pfad, eine unterschiedliche Strommenge?

Wenn ein Stromkreis einmal zusammengebaut ist, fließt der Strom für eine lange Zeit mit etwa der gleichen Geschwindigkeit. Die Helligkeit einer Glühbirne oder der Ausschlag eines Kompasses ändert sich über mehrere Minuten hinweg nicht merklich. Da es eine ganze Weile dauert, bis die Batterien unter diesen Umständen entladen sind, bleibt der Strom sogar mehrere Stunden lang in etwa gleich. Wir sagen, dass sich diese Schaltkreise in einem „eingeschwungenen Zustand“ oder „stationären Zustand“ befinden. Der stationäre Zustand ist nicht gleichbedeutend mit einem Gleichgewichtszustand.

Man kann die Stromstärke, die in verschiedenen Teilen eines Stromkreises fließt, im stationären Zustand messen, indem man zum Beispiel die Ausschläge des Kompasses als Indikator für die Stromstärke verwendet, da das von einem Draht erzeugte Magnetfeld proportional zur Stromstärke im Draht ist.

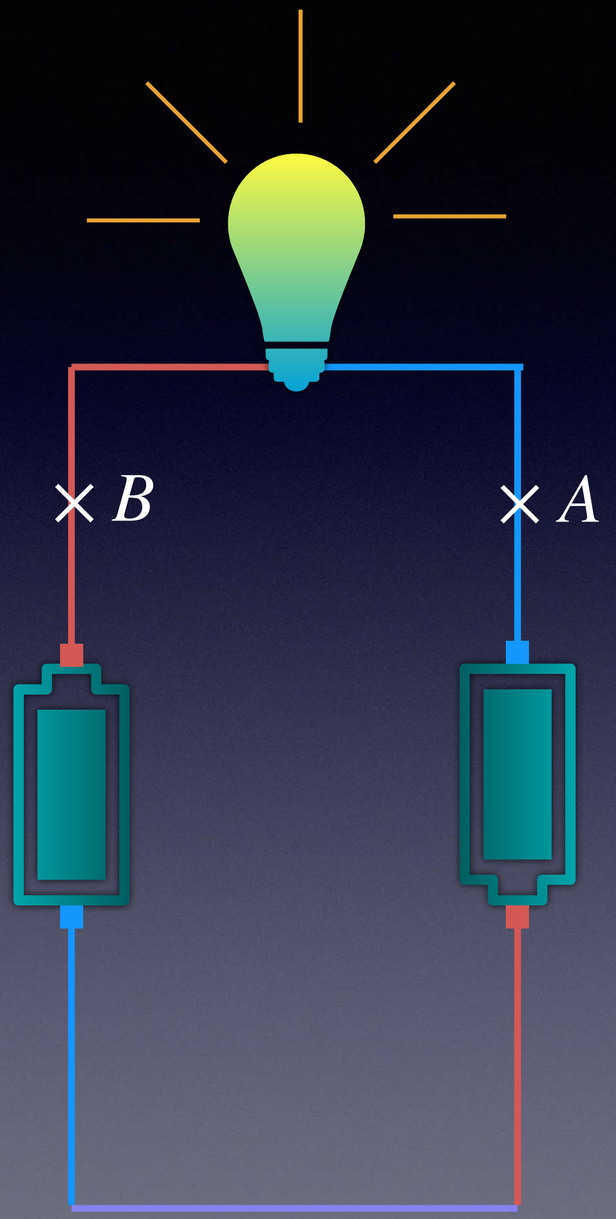
Bevor man eine solche Messung durchführt, sollte man sich überlegen, was man erwartet. Betrachten wir einen Stromkreis, der aus zwei Batterien und einer Glühbirne besteht. Der Elektronenstrom fließt vom Minuspol der Batterie zur Glühbirne.



Was würdest du bei einem Vergleich des Elektronenstroms i an den Positionen A und B als Ergebnis erwarten?

Die meisten entscheiden sich für eine der folgenden Möglichkeiten:

1. Es sollte bei B überhaupt kein Strom fließen, da der gesamte Elektronenstrom, der vom negativen Ende der Batterie kommt, in der Glühbirne verbraucht wird.
2. Der Strom bei B sollte geringer als bei A sein, da ein Teil des Stroms verbraucht wird, damit die Glühbirne Licht und Wärme abgibt.
3. Der Strom sollte bei A und B gleich sein.



Es ist vernünftig zu erwarten, dass in der Glühbirne etwas verbraucht wird, um Wärme und Licht zu erzeugen. Überlegen wir, ob es der elektrische Strom sein kann, was verbraucht wird. Könnten also Elektronen in der Glühbirne „verbraucht“ werden?

Elektronen allein können nicht zerstört werden, da dies gegen den fundamentalen Grundsatz der Ladungserhaltung verstoßen würde. Wenn negative Teilchen zerstört würden, würde das Universum immer positiver geladen werden!

Könnten sich andererseits in der Glühbirne einfach Elektronen ansammeln, so dass der Strom bei B geringer wäre als bei A?

Wenn sich Elektronen in der Glühbirne ansammeln würden, würde die Glühbirne negativ geladen werden. Die negative Ladung der Glühbirne würde rasch groß genug werden, um ankommende Elektronen abzustoßen und den Strom zu stoppen. Da der Strom im stationären Zustand aber weiter fließt, kann dies nicht passieren. (Außerdem würde eine zunehmend negativ geladene Glühbirne Objekte in der Nähe stark anziehen, was man ebenfalls nicht beobachten kann).

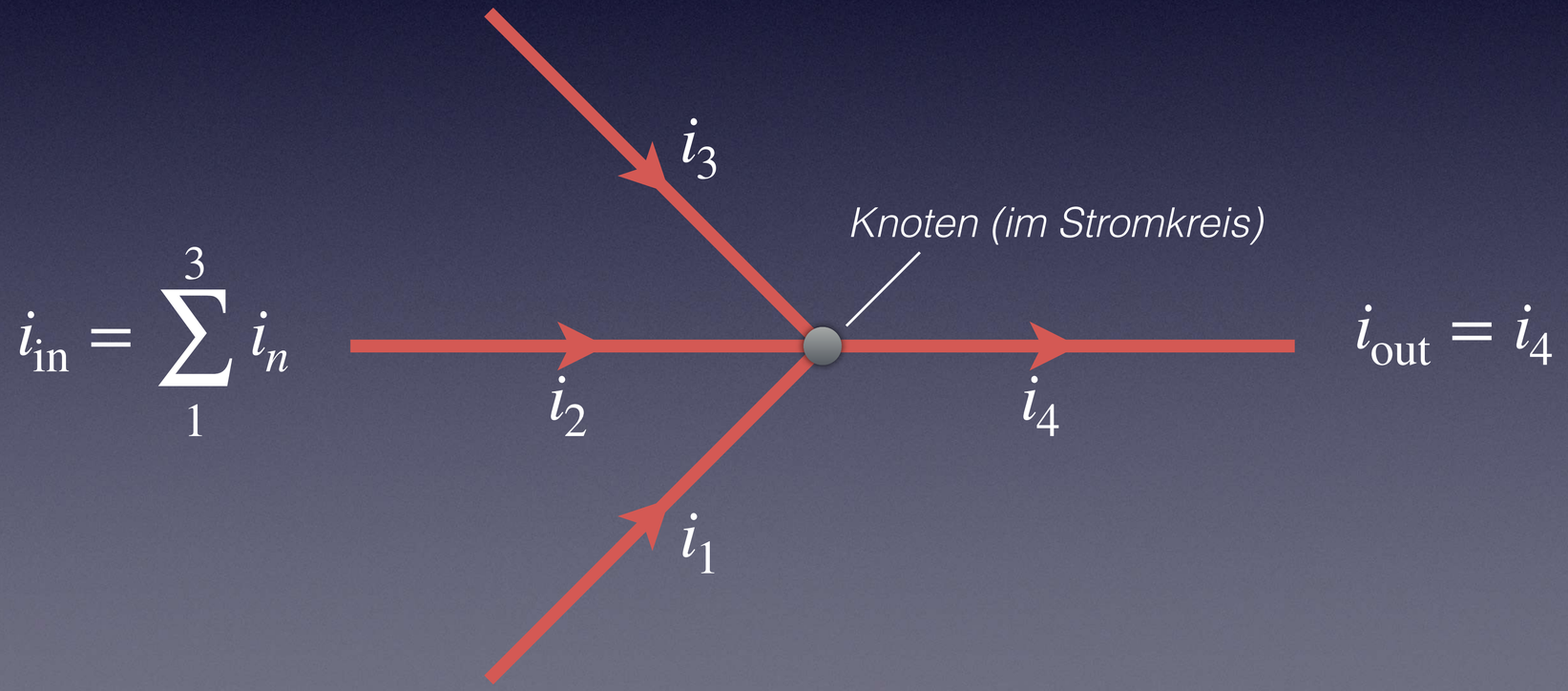
Da wir mit Hilfe eines Beweises durch Widerspruch ausgeschlossen haben, dass Elektronen vernichtet werden oder in der Glühbirne stecken bleiben, müssen wir schlussfolgern, dass der Strom in einer Glühbirne nicht verbraucht werden kann.

Da wir mit diesem Argument die beiden Möglichkeiten (1) und (2) ausgeschlossen haben, erwarten wir, dass Alternative (3) richtig ist: Der Strom sollte bei A und bei B gleich groß sein.

Man könnte nun fragen: „Wenn die Elektronen in der Glühbirne nicht verbraucht werden, woher kommt dann das Licht, das wir sehen? Man kann nicht etwas für nichts bekommen!“

In diesem Fall wird Energie „verbraucht“, d. h. von einer Form gespeicherter Energie in Wärme und Licht umgewandelt. Ein weiterer Teil der in der Batterie gespeicherten chemischen Energie wird „verbraucht“, um die Elektronen durch den Glühfaden zu treiben. Da Energie in Form von Wärme und Licht aus dem System (dem Stromkreis) herausfließt, müssen wir dies berücksichtigen, wenn wir später in diesem Kapitel die Energetik von Stromkreisen untersuchen.

Wir können diese Überlegungen auf kompliziertere Anordnungen von Drähten ausdehnen. Im Allgemeinen gilt das auf der nachfolgenden Folie formulierte wichtige Prinzip, das auf der Ladungserhaltung im stationären Zustand beruht (ein Knotenpunkt ist eine Verbindung von zwei oder mehr Leitern in einem Stromkreis).

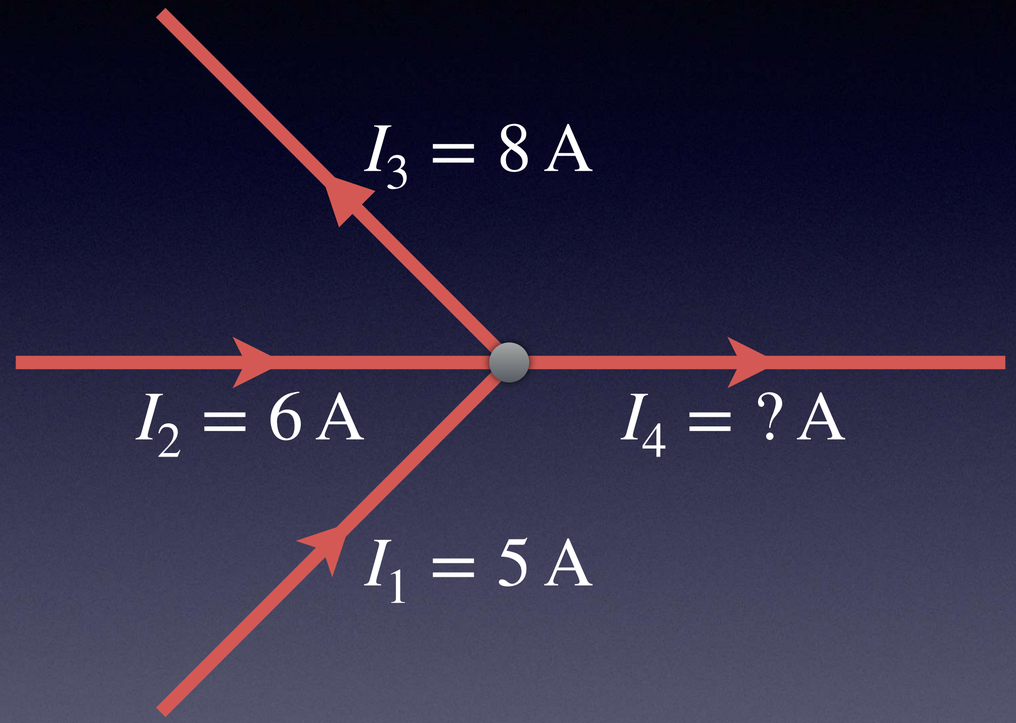


„In jedem Verzweigungspunkt sind hinein- und abfließende (Elektronen-) Ströme im stationären Zustand gleich, es gilt $i_{\text{in}} = i_{\text{out}}$ (oder äquivalent: $I_{\text{in}} = I_{\text{out}}$).“

Erste Kirchhoffsche Regel (Knotenregel)

Kontrollpunkt 1

Die nebenstehende Grafik zeigt einen Teil eines stationären Stromkreises, wobei die Beträge der technischen Ströme in Ampere (A) und die Richtungen durch Pfeile angegeben sind. (1) Schreibe die Knotengleichung für den Stromkreis. Wie hoch ist der Wert des aus dem Knoten abfließenden Stroms I_4? (2) Wie hoch wäre der Wert des abfließenden Stroms I_4, falls I_2 statt $6\ \mathrm{A}$ nur $1\ \mathrm{A}$ betragen würde? (3) Welche Bedeutung hat das Minuszeichen?



Knoten (im Stromkreis)

Elektrisches Feld und elektrischer Strom

In Kapitel 2 haben wir das Drude-Modell für die Driftgeschwindigkeit von (beweglichen) Elektronen in einem Metall und die Beziehung

$$\vec{v}_{\text{drift}} = -b\vec{E}_{\text{net}} \text{ , mit } b = \frac{e}{m_e}\overline{\Delta t}$$

kennengelernt. Die durchschnittliche Driftgeschwindigkeit ist dabei proportional zur Stärke des elektrischen (Netto-) Feldes. Die Proportionalitätskonstante b bezeichnet die Beweglichkeit der Ladungsträger.

Würden die beweglichen Elektronen in einem Metall überhaupt nicht mit dem Gitter der positiv geladenen Atomkerne interagieren, dann könnte ein einmal in Gang gesetzter elektrischer Strom „ewig“ fließen (Supraleitung). Wie wir jedoch beobachtet haben, gibt es eine Wechselwirkung: die beweglichen Elektronen geben Energie an das Gitter ab, wodurch sich die thermische Bewegung der Atome erhöht. Wir stellen dies fest, indem wir beobachten, dass der Draht heiß wird. In einigen Fällen sogar heiß genug, um sichtbare Photonen auszusenden. Wäre kein elektrisches Feld vorhanden, das den Impuls der beweglichen Elektronen nach den Zusammenstößen wiederholt erhöht, würde ihre Energie schnell „verbraucht“ (so wie mechanische Energie durch Reibung „verbraucht“ werden kann), und der Stromfluss hörte auf.

Wie wir bereits festgestellt haben, kann es im Inneren eines Leiters keine überschüssige Ladung geben (dies gilt sowohl für den stationären Zustand als auch für den Gleichgewichts-Zustand). Daher muss die Anzahl der beweglichen Elektronen im Inneren eines Metalldrahtes gleich der Anzahl der positiven Atomkerne sein. Ferner ist dabei die Summe aller abstoßenden Kräfte (andere Elektronen) und die Summe aller anziehenden Kräfte (positive Kerne) stets Null. Das Ergebnis ist, dass sich das „Meer“ der beweglichen Elektronen eher wie ein ideales Gas verhält, in dem keines der Teilchen mit anderen Teilchen wechselwirkt. Die Elektronen können sich nicht ständig gegenseitig durch den Draht schieben, wie Erbsen, die durch ein Rohr geschoben werden. Vielmehr müssen es andere Ladungen „irgendwo“ außerhalb des Drahtes sein, die im gesamten Draht ein elektrisches Feld erzeugen, das den Elektronenstrom kontinuierlich antreibt. An diesem Punkt unserer Analyse ist noch nicht klar, wo genau sich diese Ladungen befinden.

Im stationären Zustand muss der Strom überall in einem seriellen Stromkreis (Reihenschaltung) gleich sein.

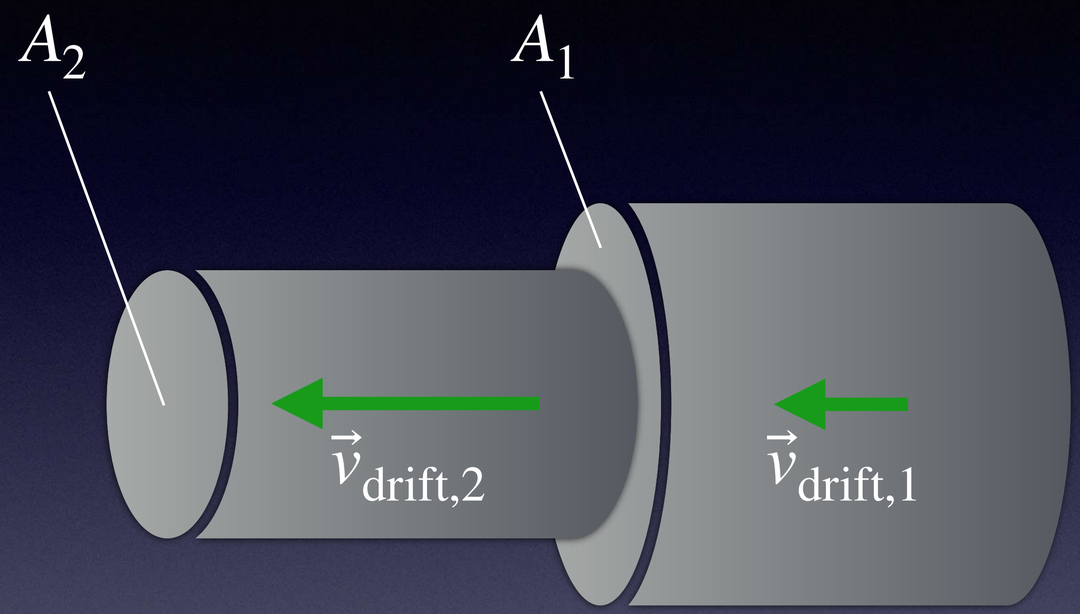
Andererseits gilt $i = nA \left|\vec{v}_{\text{drift}}\right|$.

Zum Beispiel ist die Querschnittsfläche des Wolframfadens einer Glühbirne viel kleiner als die Querschnittsfläche der kupfernen Anschlussdrähte. Da der Strom in den verschieden dicken Drähten gleich sein muss, gilt

$$nA_1 \left|\vec{v}_{\text{drift},1}\right| = nA_2 \left|\vec{v}_{\text{drift},2}\right|$$

und damit

$$\left|\vec{v}_{\text{drift},2}\right| = \frac{A_1}{A_2} \left|\vec{v}_{\text{drift},1}\right|.$$



Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in dünnen und dicken Drähten.

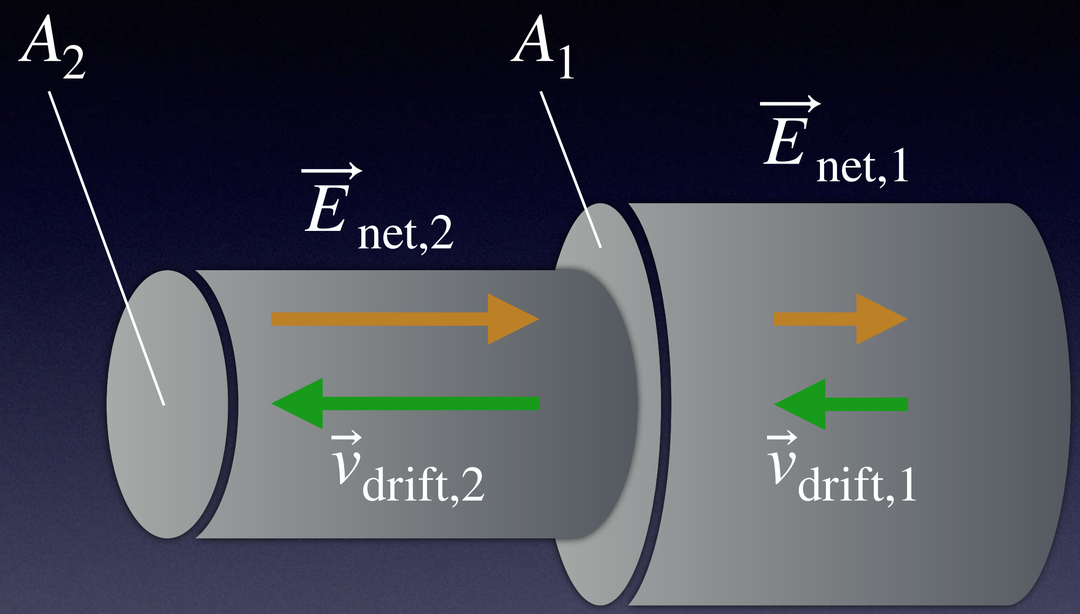
Beachte, dass die auf der vorangehende Folie dargestellte Situation einen großen Unterschied zu „kompressiblen“ Strömen wie zum Beispiel dem Autobahnverkehr darstellt. Auf einer Autobahn kann die „Dichte“ der Fahrzeuge (Abstände der Fahrzeuge) variieren. Wenn sich beispielsweise eine Autobahn von zwei auf eine Spur verengt, fahren die Autos in der Regel langsamer, allerdings verkürzen sich auch i.d.R. die Abstände zwischen ihnen. Da das „Meer“ an Elektronen in einem Metall nahezu inkompressibel ist (seine Dichte kann sich nicht wesentlich ändern), müssen sich die Elektronen im stationären Zustand schneller durch eine „Engstelle“ hindurch bewegen. Bestehen die unterschiedlich dicken Drähte aus demselben Material, so ist in ihnen die Elektronendichte n dieselbe.

Wenn die Driftgeschwindigkeit der Elektronen im dünnen Draht größer ist, wie muss dann das elektrische Feld im dünnen Draht im Vergleich zum Feld im dicken Draht sein?

Da die Driftgeschwindigkeit im dünneren Draht größer sein muss, muss auch das elektrische Feld im dünneren Draht größer sein, da

$$\vec{E}_{\text{net}} = -\frac{1}{b}\vec{v}_{\text{drift}}$$

gilt.



Die Driftgeschwindigkeit der Elektronen sowie das elektrische (Netto-) Feld in dünnen und dicken Drähten.

Kontrollpunkt 2

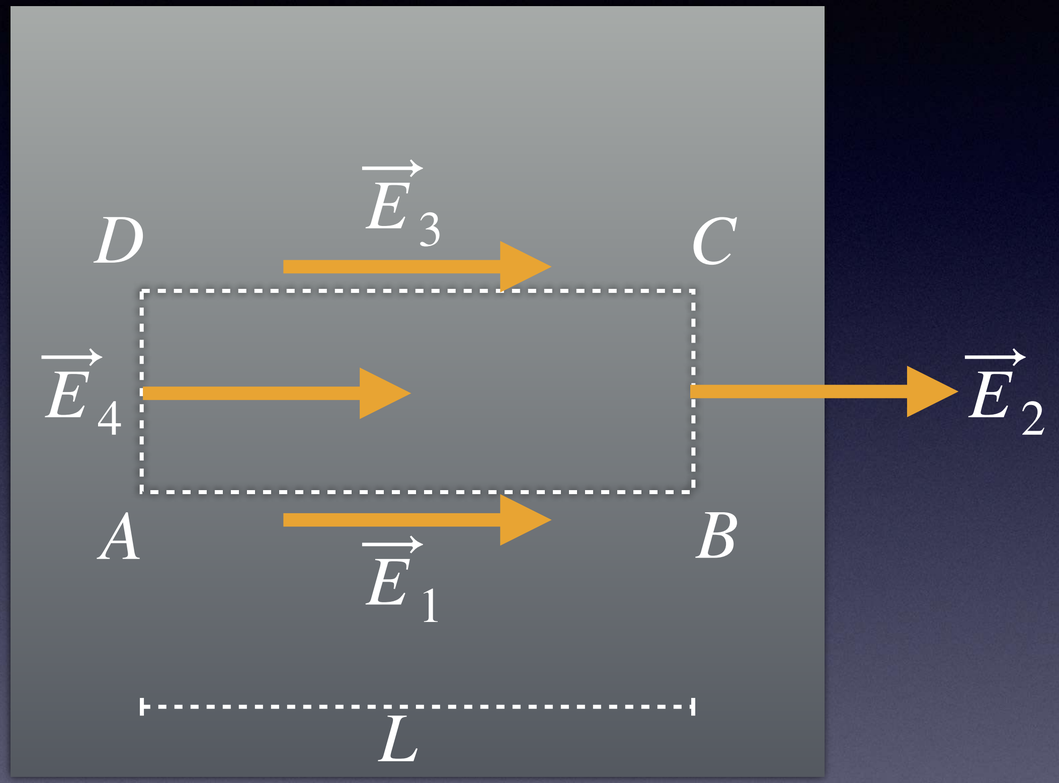
1. Angenommen, ein Draht mündet in einen anderen, dünneren Draht aus demselben Material, der nur die halbe Querschnittsfläche hat. Im „stationären Zustand“ muss die Anzahl der Elektronen pro Sekunde, die durch einen Querschnitt des dicken Drahtes fließen gleich der Anzahl der Elektronen pro Sekunde sein, die durch einen Querschnitt des dünnen Drahtes fließen. (1) Wenn die Driftgeschwindigkeit $\vec{v}_1$ im dicken Draht $4 \times 10^{-5}\,\mathrm{m/s}$ ist, wie hoch ist dann die Driftgeschwindigkeit $\vec{v}_2$ in dem dünneren Draht? (2) Wenn das elektrische Feld $\overrightarrow{E}_1$ in dem dicken Draht gleich $9 \times 10^{-3}\,\mathrm{N/C}$ ist, wie groß ist dann das elektrische Feld $\overrightarrow{E}_2$ in dem dünneren Draht?

Gemäß unseren Messungen des Magnetfelds, das von den beweglichen Ladungen in Stromkreisen erzeugt wird, ist der Strom $\left|\vec{I}\right|$ in jedem Teil eines serielle Stromkreises (Reihenschaltung) gleich groß. Da technischer Strom durch $\left|\vec{I}\right| = |q|\, nAb \left|\vec{E}\right|$ gegeben ist, und da der technische Strom in Richtung des elektrischen Feldes $\vec{E}$ fließt, kann daraus geschlossen werden, dass $\left|\vec{E}\right|$ in jedem Abschnitt eines Drahtes mit einheitlichen Eigenschaften (q, n, A und b) gleich ist, und dass $\vec{E}$ an jeder Stelle parallel zum Draht verlaufen muss, auch wenn der Draht „windungsreich“ ist.

Das elektrische Feld muss nicht nur dem Draht folgen, sondern auch homogen über einen Querschnitt des Drahtes sein. Nehmen wir für einen Moment an, dass dies nicht stimmt, dass stattdessen an verschiedenen Stellen im Querschnitt eines geraden Drahtes die Driftgeschwindigkeit und damit das elektrische Feld unterschiedlich sind.

Betrachten wir dazu die Potenzialdifferenz

$$\Delta V_{\mathrm{ABCDA}} = -\oint_{A}^{A} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} \,.$$



Kann $\vec{E}$ an verschiedenen Stellen in einem homogenen Draht variieren?

Wir können schreiben:

$$\Delta V_{ABCDA} = \Delta V_{AB} + \Delta V_{BC} + \Delta V_{CD} + \Delta V_{DA}$$

.

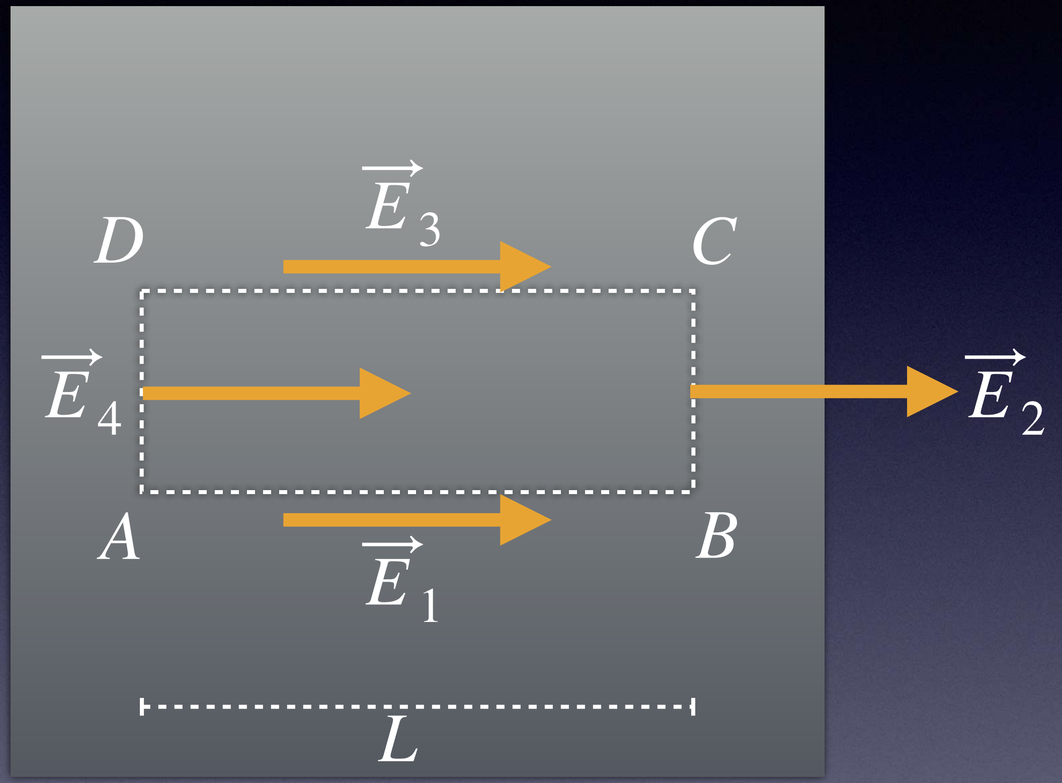
Wir wissen, dass $\Delta V_{BC} = \Delta V_{DA} = 0$ ist.

Daher muss $\Delta V_{AB} = -\Delta V_{CD}$ sein.

Woraus unmittelbar folgt, dass

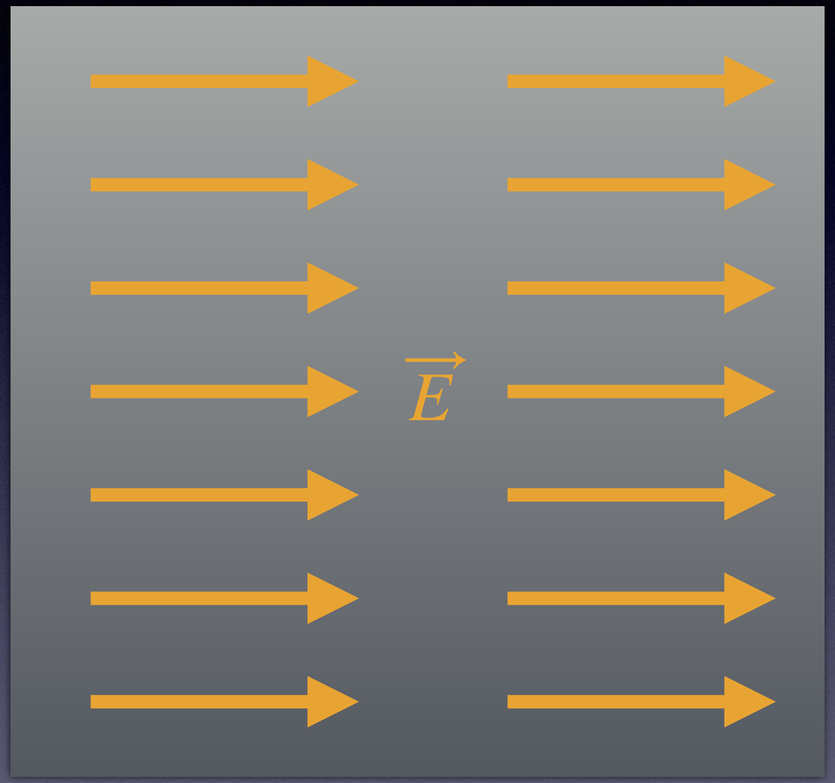
$$\vec{E}_1 = \vec{E}_3$$

sein muss.



Kann $\vec{E}$ an verschiedenen Stellen in einem homogenen Draht variieren?

Somit muss das elektrische Feld sowohl entlang des Drahtes als auch über dessen Querschnitt gleichmäßig sein. Da die Driftgeschwindigkeit proportional zu $\left|\vec{E}\right|$ ist, folgt daraus, dass der Strom tatsächlich gleichmäßig über den Querschnitt verteilt ist. Dieses Ergebnis gilt nur für einen einheitlichen Querschnitt und ein homogenes Material im stationären Zustand. Bei hochfrequenten (nicht stationären) Wechselströmen ist der Strom nicht gleichmäßig über den Querschnitt verteilt, da zeitlich veränderliche Ströme Nicht-Coulomb-Kräfte erzeugen können, wie wir in einem späteren Kapitel über das Faradaysche Gesetz sehen werden.



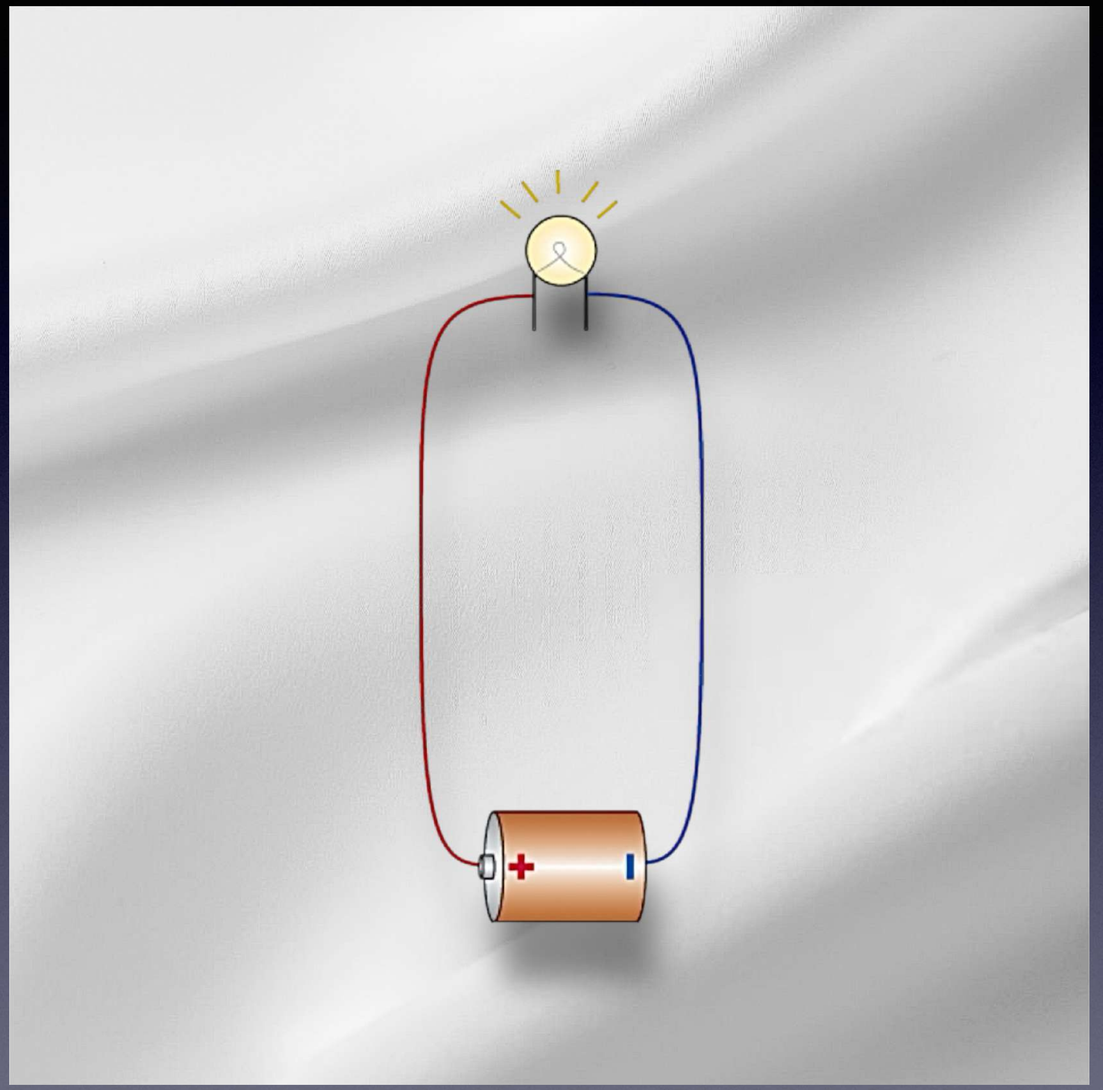
Das elektrische Feld in einem Draht in einem stationären Stromkreis muss sowohl entlang des Drahtes als auch über dessen Querschnitt homogen sein.

Welche Ladungen erzeugen das elektrische Feld im Inneren eines Drahtes?

Bis hierher sind wir zu dem Schluss gekommen, dass in einem stationären Stromkreis folgendes gilt:

- In den Drähten muss ein elektrisches Feld vorhanden sein, das nicht Null ist;
- Die elektrische Feldstärke $\left|\vec{E}\right|$ muss in einem Draht mit einheitlichem Querschnitt und Material gleich groß sein;
- Die Richtung des elektrischen Feldes muss an jedem Ort parallel zum Draht verlaufen, da der Stromfluss dem Draht folgt.

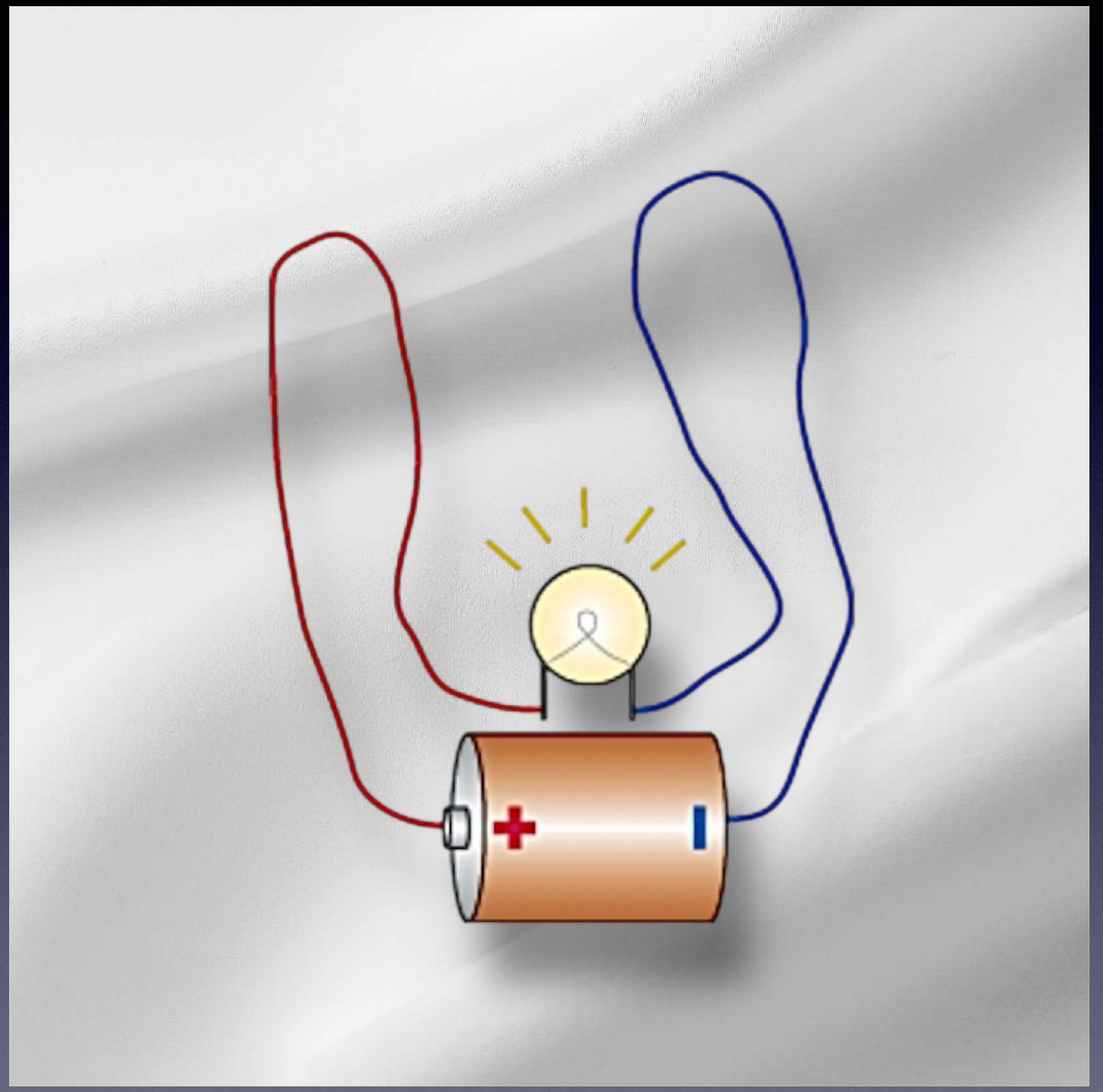
Betrachten wir einen sehr einfachen Stromkreis, der aus einer Glühbirne besteht, die über lange Drähte mit einer Batterie verbunden ist. Wir sind zu dem Schluss gekommen, dass im Inneren des Metallglühfadens der Glühbirne ein elektrisches Feld vorhanden sein muss, das Elektronen durch den Glühfaden treibt und ihn so stark erhitzt, dass er leuchtet. Da elektrische Felder durch Ladungen erzeugt werden, muss es irgendwo überschüssige Ladungen geben, um das elektrische Feld in einem Draht in einem Stromkreis zu erzeugen. Wo könnten diese Ladungen sein? Welche Verteilung der Ladungen könnte ein Muster des elektrischen Feldes des Drahtes erzeugen, welches überall dem Draht folgt?



Im Glühfaden der Glühbirne gibt es ein elektrisches Feld. Wird dieses Feld durch Ladungen in und an der Batterie erzeugt?

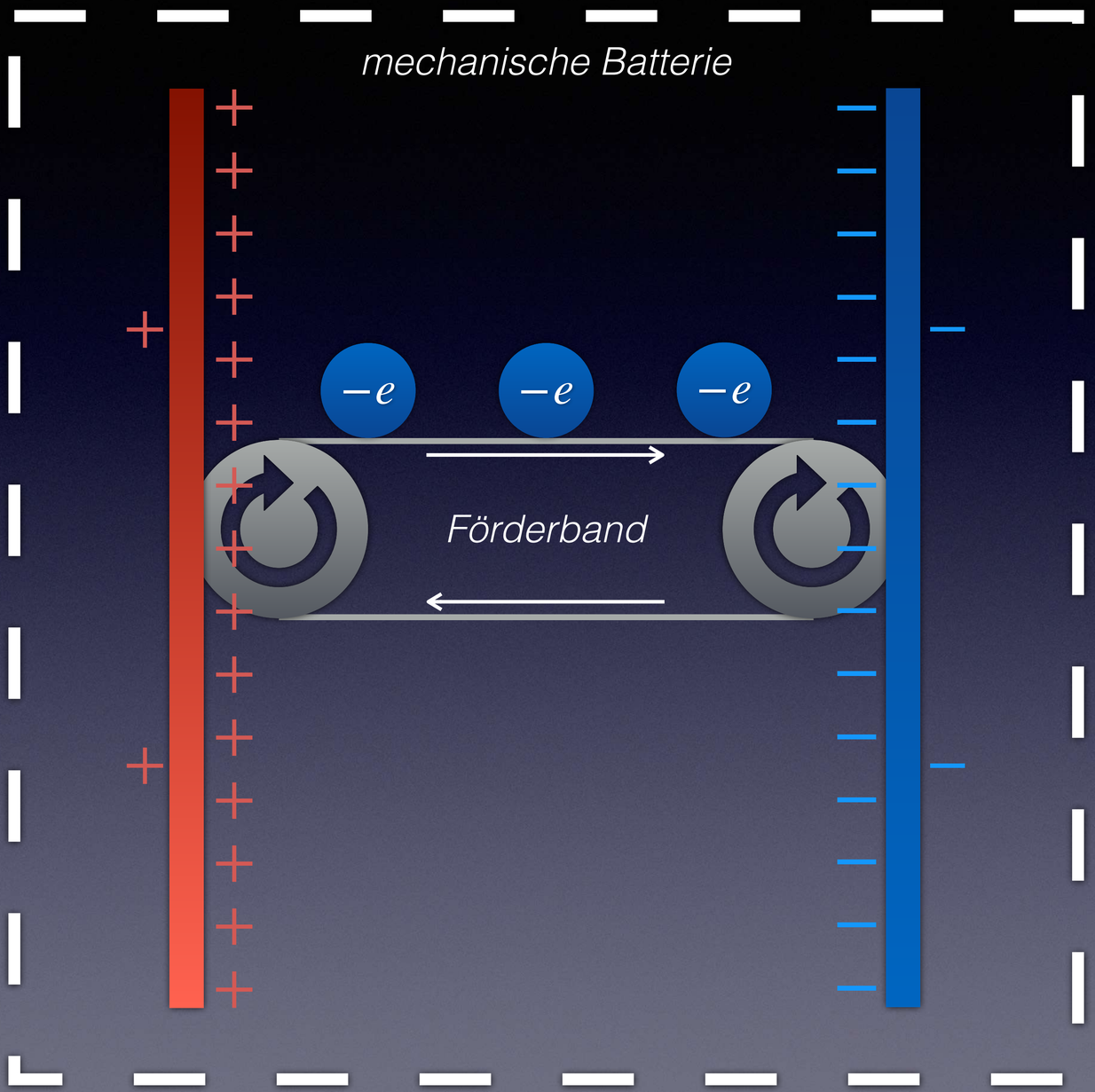
Obwohl sich die Glühbirne nun sehr nahe an der Batterie befindet, das Feld der Batterie dipolartig, also $\propto 1/\left|\vec{r}\right|^3$ sein sollte, und damit das elektrische Feld um den Faktor 1000 größer als zuvor sein könnte, leuchtet die Glühbirne nicht stärker als zuvor auf. Probier es selbst aus!

Wie du anhand dieser einfachen Schaltung sehen kannst, hat das Bewegen der Glühbirne keinerlei Auswirkungen auf die Helligkeit der Glühbirne oder auf die von einem Kompass angezeigte Stromstärke.

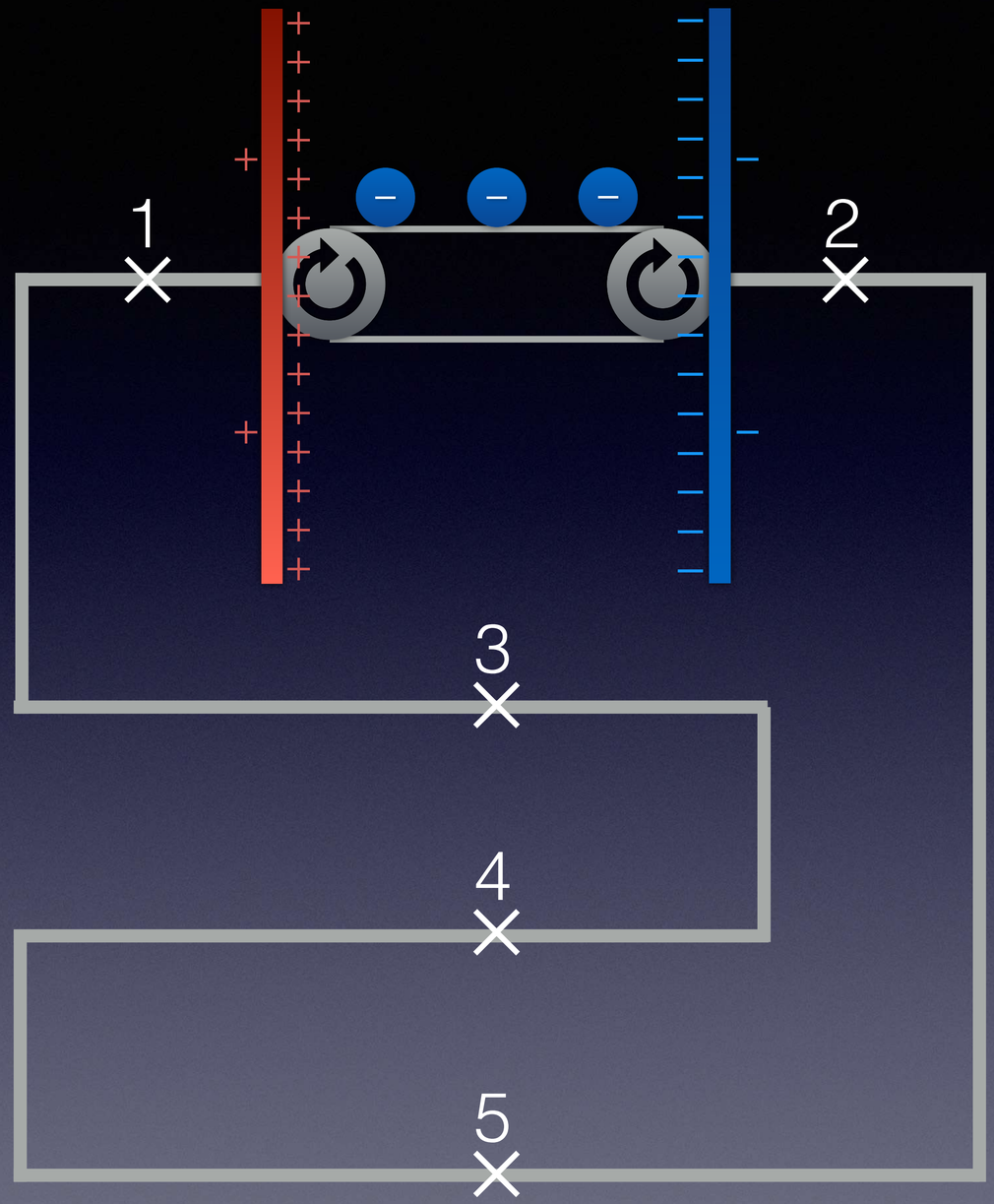


Biege die Drähte so, dass die Glühbirne viel näher an der Batterie liegt. Vermutlich sollte das elektrische Feld in der Glühbirne viel größer werden, aber wird es das?

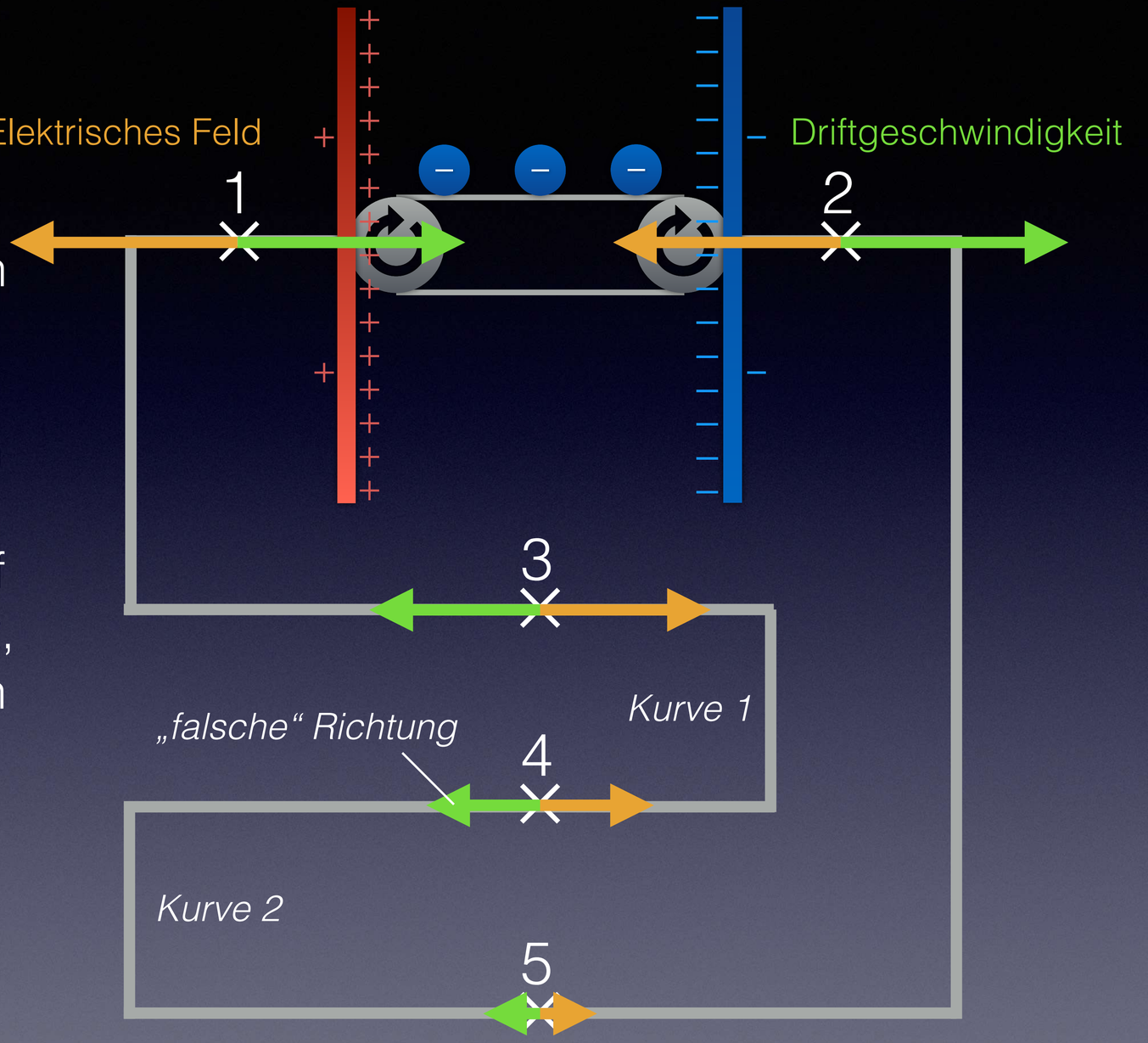
Um unsere weitere Analyse von Schaltkreisen zu vereinfachen, insbesondere unsere Suche nach dem Ort der Ladungen, die für die Erzeugung des elektrischen Feldes in einem Leiter verantwortlich sind, führen wir das vereinfachte Modell einer „mechanischen Batterie“ ein. Unsere mechanische Batterie verfügt über ein geeignet angetriebenes Förderband, das Elektronen aus einer Platte entfernt (positiv) und sie auf die andere Platte transportiert (negativ). Solange der Motor in der Lage ist, die Ladungstrennung zwischen den beiden Platten aufrechtzuerhalten, kann ein gleichmäßiger Strom durch einen angeschlossenen Draht fließen.



Wir werden nun einen einfachen Stromkreis betrachten, der aus einer mechanischen Batterie und einem Leiter mit (großem elektrischen) Widerstand besteht, der einige Windungen aufweist. Aus deiner eigenen Erfahrung mit einem einfachen Stromkreis weißt du, dass Verdrehungen und Windungen keinen Einfluss auf die Größe des elektrischen Stroms (Gleichstrom) zu haben scheint, was vielleicht merkwürdig erscheint. An den Positionen 1 bis 5 werden wir in einem ersten Schrit das ungefähre elektrische Feld darstellen, das allein durch die Ladungen auf den Metallplatten der mechanischen Batterie entsteht. Dabei vergessen wir das Vorhandensein des Drahtes für den Moment.



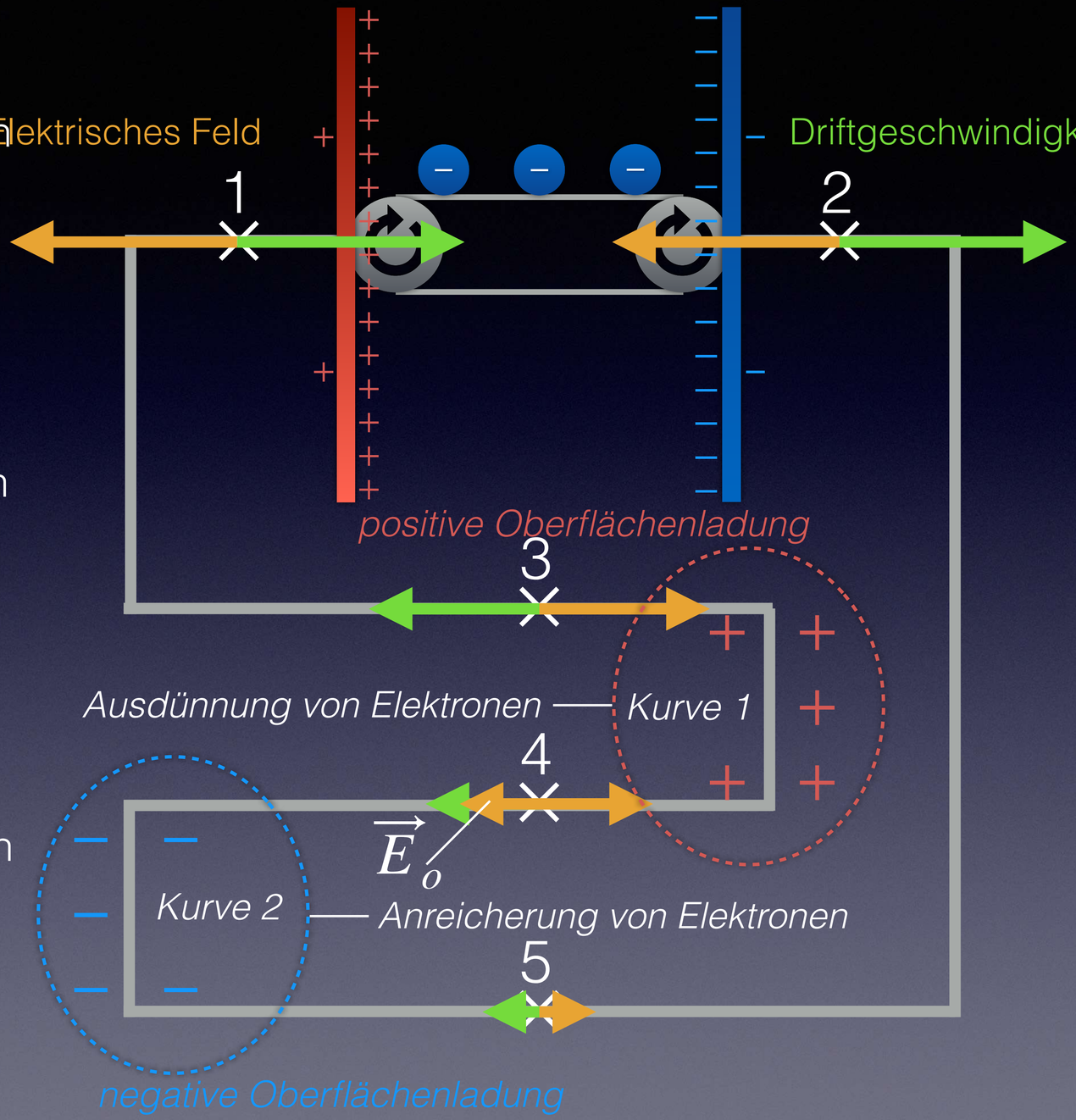
Wir skizzieren zunächst das elektrische Feld, welches von der mechanischen Batterie im Außenbereich erzeugt wird. Danach, in Grün, die Driftgeschwindigkeit des „Meeres“ aus beweglichen Elektronen an denselben Stellen, wobei wir davon ausgehen, dass die Driftgeschwindigkeit ausschließlich auf das elektrische Feld zurückzuführen ist, das von den Ladungen auf den Platten der mechanischen Batterie erzeugt wird. Dabei erkennen wir, dass der Elektronenstrom bei Position 4 in die „falsche“ Richtung, also zum Minuspol der Batterie hin, fließt! Das kann im stationären Zustand nicht korrekt sein.



Du erinnerst dich, dass die Elektronen im „Meer“ der beweglichen Elektronen im Inneren des Metalls nicht miteinander interagieren, weil ihre gegenseitige Abstoßung im Durchschnitt durch die Anziehung zu den positiven Atomkernen aufgehoben wird, so dass sie sich nicht gegenseitig durch den Draht schieben können. Deshalb müssen andere Ladungen zu dem elektrischen Feld beitragen, das die Elektronen durch den Draht treibt.

Wenn Elektronen von beiden Seiten in einen Abschnitt des Drahtes fließen, erhält dieser Abschnitt eine negative Nettoladung. Da der Draht aus Metall besteht, können sich die Elektronen frei bewegen, und alle überschüssige Ladung wandert zur Oberfläche des Drahtes. Diese Behauptung ist plausibel, denn überschüssige Ladungen im Inneren eines Metalls stoßen sich gegenseitig zur Oberfläche hin ab.

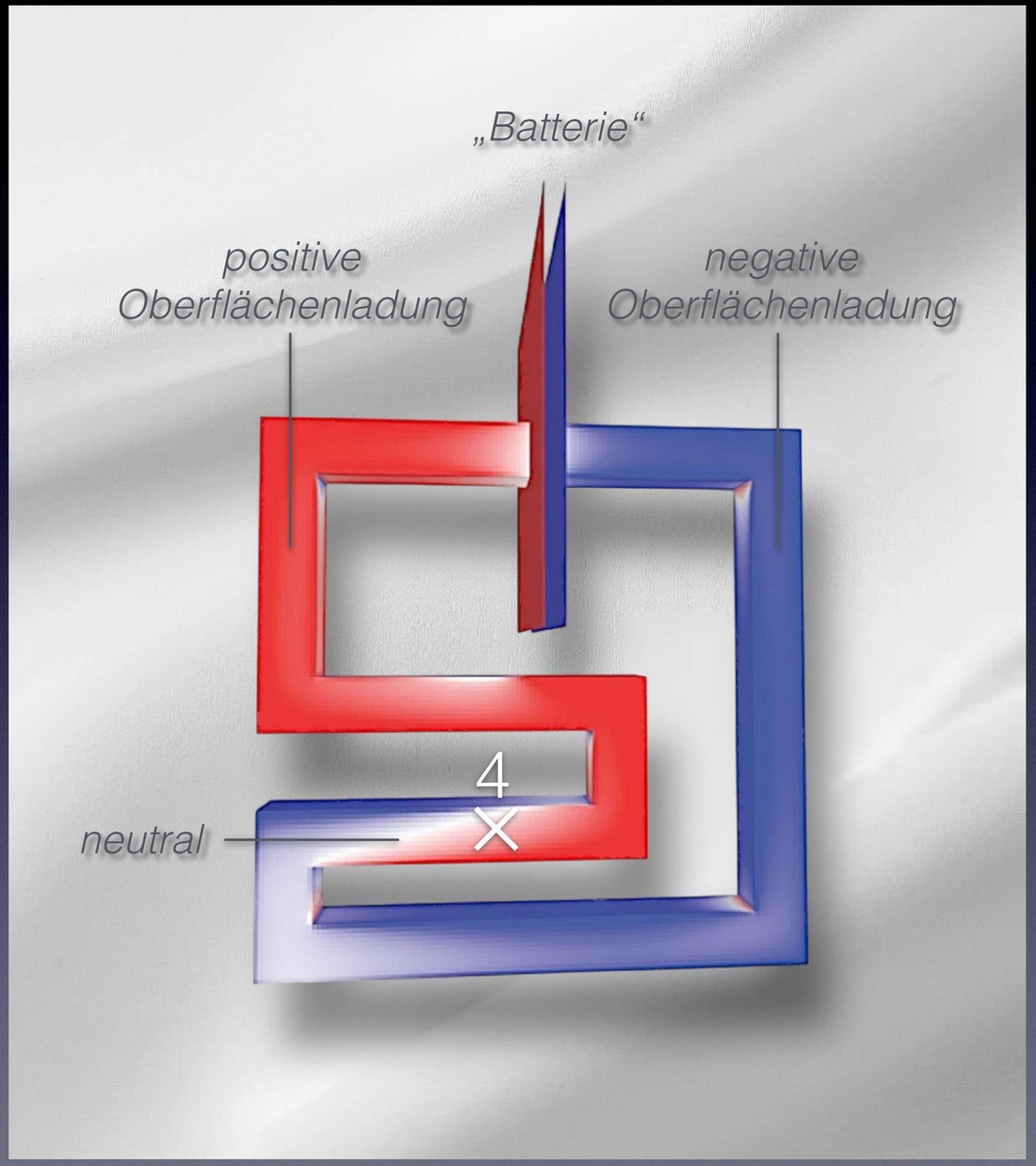
Genauer gesagt, „dehnt“ ein Überschuss an negativer Ladung das „Meer“ der beweglichen Elektronen aus, so dass ein Teil davon an der Oberfläche erscheint und eine negative Oberflächenladung entsteht. Überschüssige positive Ladung „zieht“ das Elektronenmeer zusammen, so dass positive Kerne an der Oberfläche erscheinen. Die Oberflächenladungen in den Kurven erzeugen an Position 4 ein nach links gerichtetes elektrisches Feld $\vec{E}_o$, das dem Feld der Batterie entgegengesetzt ist. Das „falsch“ ausgerichtete elektrische Nettofeld wird in seiner Größe reduziert. Solange jedoch das Nettofeld an Position 4 immer noch nach rechts (in die „falsche“ Richtung) zeigt, werden sich immer mehr überschüssige Ladungen in den Kurven ansammeln, und das von diesen Ladungen erzeugte elektrische Feld wird weiter anwachsen.



Die Anhäufung von Oberflächenladung wird sich so lange fortsetzen, bis so viel Ladung vorhanden ist, dass das Nettofeld in die richtige Richtung zeigt. An den Oberflächen der Drähte müssen an verschiedenen Stellen weitere Ladungen auftauchen, so dass schließlich die Größen der Netto-Felder an den Stellen 1 bis 5 alle gleich sind. Nur dann wird die Größe des Elektronenstroms überall dieselbe sein.

Dies ist ein Beispiel für eine „positive Rückkopplung“. Wenn das anfängliche Feld so beschaffen ist, dass es zu einem Strom führt, der in Betrag oder Richtung vom stationären Strom abweicht, baut sich automatisch eine Oberflächenladung auf, die den Strom so verändert, dass er eher dem stationären Strom entspricht. Sobald der stationäre Zustand erreicht ist, gibt es eine „negative Rückkopplung“: Jede Abweichung vom stationären Zustand führt zu einer Veränderung der Oberflächenladung, die den stationären Zustand tendenziell wiederherstellt.

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine detaillierte Visualisierung der Verteilung der Oberflächenladung, wobei ein geladener Kondensator die Rolle der Batterie spielt (wir füllen den Ladungsvorrat auf den Kondensatorplatten ständig auf). Auf der rechten Seite des unteren mittleren Drahtes kommt es zu einer Anhäufung positiver Ladung und auf der linken Seite zu einer negativen Ladung. Es ist auch offensichtlich, dass in diesem geometrisch komplizierten Schaltkreis die Verteilung der Oberflächenladung ziemlich komplex ist, weil einige Teile des Schaltkreises andere Teile polarisieren. Man beachte zum Beispiel, wie der Draht, der die von uns betrachtete Position 4 enthält, durch den positiven Draht direkt darüber und den negativen Draht direkt darunter stark polarisiert wird. Es gibt jedoch eine allgemeine Tendenz der Oberflächenladung, die von positiv nach negativ durch den Stromkreis verläuft.



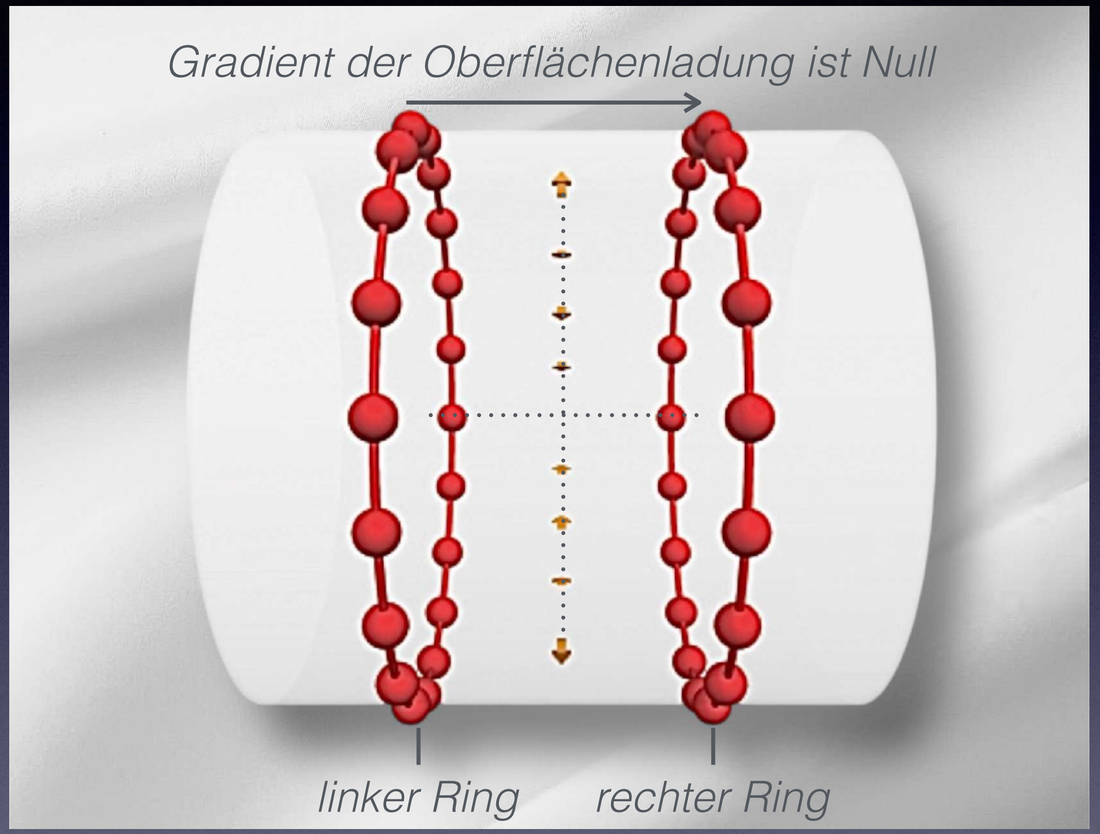
Verteilungen der Oberflächenladung

Trotz der komplexen Details des Ladungsmusters auf dem im vorigen Abschnitt besprochenen „verdrillten“ Stromkreis sticht eines deutlich hervor: Die Menge und das Vorzeichen der Ladung auf der Oberfläche des Drahtes variieren. Die allgemeine Tendenz ist klar: Der Draht links vom Kondensator ist stark positiv, der Draht rechts davon ist stark negativ, und in der Mitte des Stromkreises ist nur eine geringe Ladung an der Oberfläche vorhanden. Diese Variation kann als „Gradient der Oberflächenladung“ beschrieben werden. Mathematisch gesehen ist ein Gradient eine Ableitung, die die Veränderung einer bestimmten Größe im Raum beschreibt. Wenn wir uns einen Stromkreis als einen eindimensionalen Pfad vorstellen, können wir den Gradienten der Oberflächenladung ermitteln, wenn wir entlang des Drahtes von einem Ende zum anderen reisen.

Um zu sehen, wie ein Gradient der Oberflächenladung erforderlich ist, um ein gleichmäßiges Feld innerhalb eines Drahtes in einem stationären Stromkreis zu erzeugen, beginnen wir mit einem einfachen Fall. Wir betrachten einen langen geraden Draht in einem Stromkreis und schauen uns einen Abschnitt in der Mitte des Drahtes an, der weit von der Batterie entfernt ist. Wir stellen uns die Oberfläche des Drahtes als eine Reihe von Ladungsringen vor. In unserem einfachen Modell-Stromkreis soll jeder Ring gleichmäßig geladen sein. Um das elektrische Feld im Inneren des Drahtes zu berechnen, modellieren wir jeden Ring als eine Ansammlung von Punktladungen.

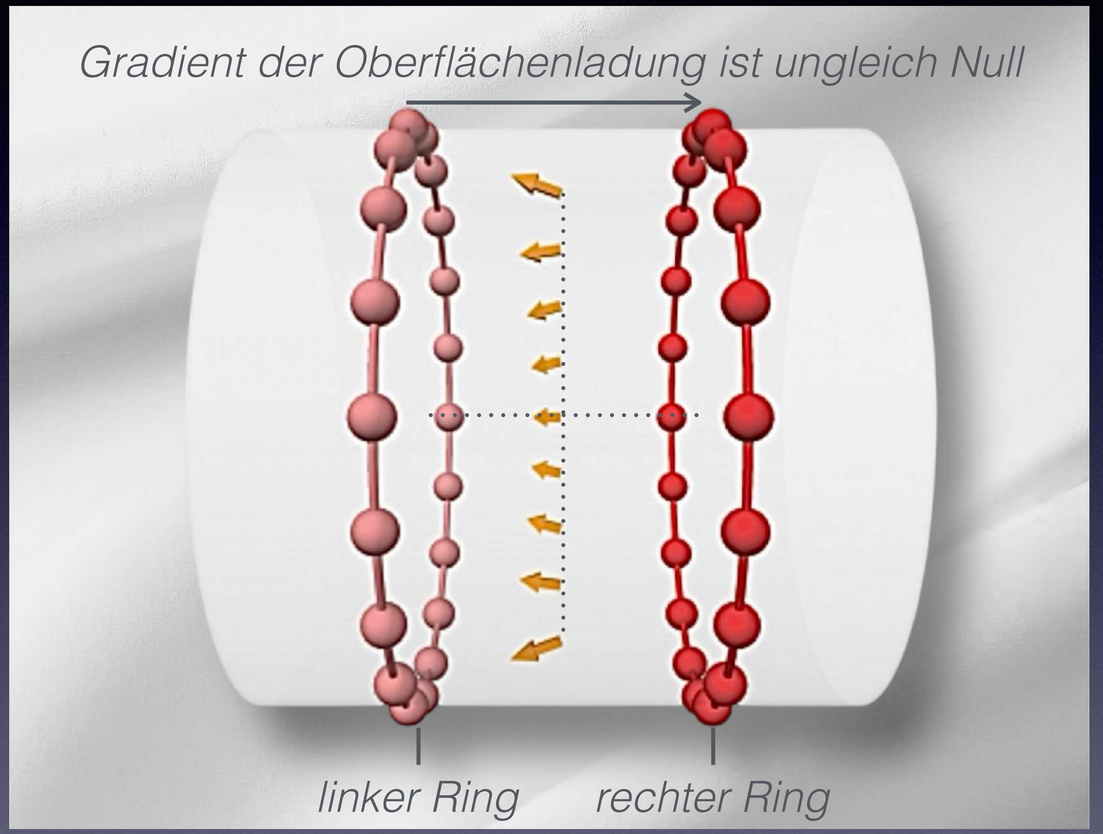
Ein Modell der Ladung auf der Oberfläche eines zylindrischen Drahtes als eine Reihe von geladenen Ringen, die jeweils durch eine Ansammlung von Punktladungen angenähert werden. Rot ist positiv und weiß ist ungeladen. Die Sättigung der Farbe zeigt die Menge der Ladung an. Die Oberflächenladung dieses Drahtes ändert sich linear, von neutral am linken Ende, zu stark positiv am rechten Ende.

Wir betrachten zunächst zwei Ringe mit gleichen Ladungen (siehe nebenstehende Abbildung). An einer Position auf der Achse, in der Mitte zwischen den Ringen, ist das elektrische Nettofeld gleich Null. An Stellen, die nicht auf der Achse liegen, ist das Feld ungleich Null, aber sehr klein, und es zeigt nicht entlang des Drahtes. Egal wie groß die Ladungen auf diesen Ringen sind, sie können kein elektrisches Feld erzeugen, das mit dem Draht ausgerichtet ist. In diesem Fall variiert die Ladung von Ring zu Ring nicht. Also ist der Gradient der Oberflächenladung in diesem Fall gleich Null. Aus diesem Beispiel wird deutlich, dass das einfache Hinzufügen weiterer gleichmäßig geladener Ringe kein gleichmäßiges elektrisches Feld erzeugt, das entlang des Drahtes verläuft.



Zwei gleichmäßig geladene Ringe auf der Oberfläche eines Drahtes und ihr Beitrag zum elektrischen Feld (orangefarbene Pfeile) im Inneren eines Drahtes in einem Stromkreis.

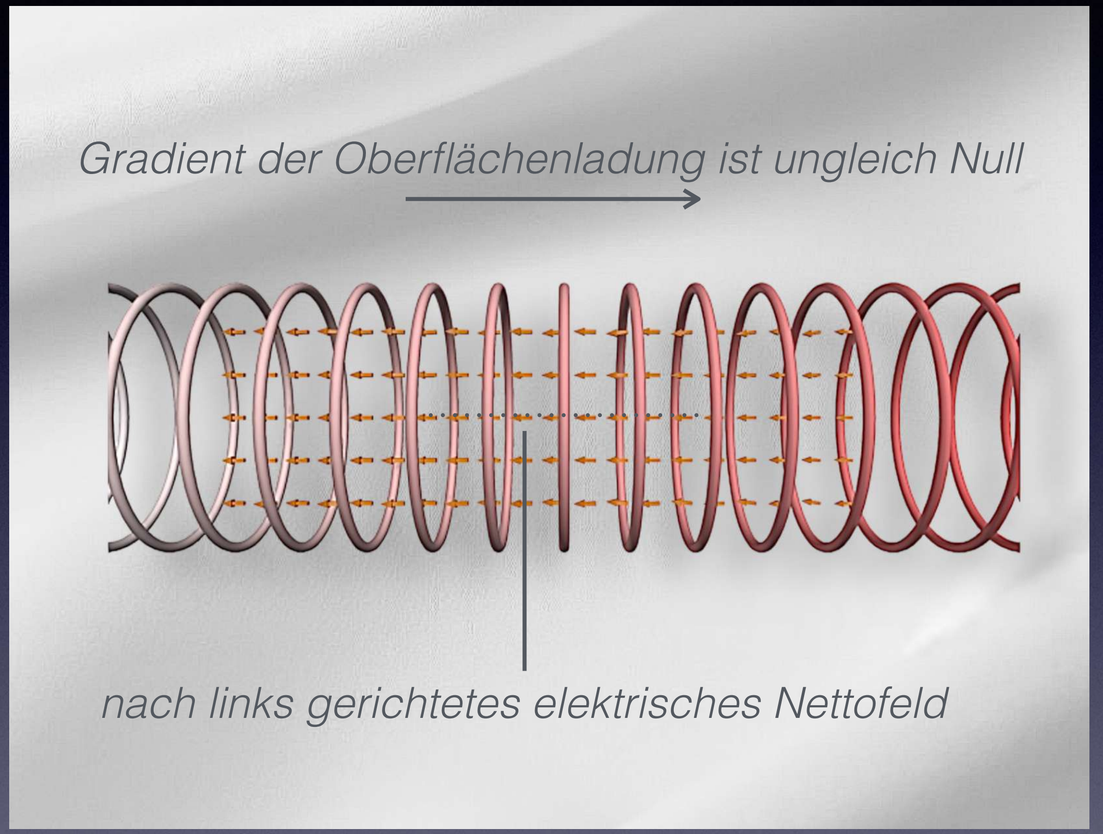
Die einfachste Konfiguration geladener Ringe mit einem Ladungsgradienten ungleich Null sind zwei Ringe mit unterschiedlichen Ladungsmengen (siehe die nebenstehende Abbildung). Dies sieht vielversprechend aus. Obwohl beide Ringe positiv sind, ist das elektrische Feld zwischen den Ringen ungleich Null und verläuft ungefähr entlang der Achse, da ein Ring mehr Ladung hat als der andere. Der Ladungsgradient entlang des Drahtes ist in diesem Fall nicht Null.



Das (hier nach links gerichtete) elektrische Feld zwischen zwei Ringen mit unterschiedlichen Mengen an positiver Ladung.

Erweitern wir unser Modell der Ladungen auf der Oberfläche des Drahtes, indem wir den Ladungsgradienten konstant halten und ihn in beiden Richtungen weiter entlang des Drahtes ausdehnen.
Das Ergebnis ist erstaunlich gut: obwohl die geladenen Ringe weit auseinander liegen und damit eine „klumpige“ statt einer gleichmäßigen Ladungsverteilung erzeugen, ist das elektrische Feld im gesamten Inneren des Drahtes bemerkenswert gleichmäßig, sowohl in Längs- als auch in Querrichtung, sogar in der Nähe der Drahtoberfläche. Offensichtlich erzeugt ein konstanter Gradient der Ladungsdichte an der Oberfläche eines Drahts ein elektrisches Feld im Inneren des Drahts, das entlang und quer zum Draht von annähernd gleicher Größe ist.

Elektrisches Feld geladener Ringe
by Web VPython



Nahaufnahme des elektrischen Feldes in der Nähe der Mitte einer Reihe geladener Ringe. Um die orangefarbenen Pfeile, die das elektrische Feld darstellen, besser erkennen zu können, sind die Punktladungen, aus denen die Ringe bestehen, nicht dargestellt.

Selbst der einfachste Stromkreis ist komplexer als ein sehr langer gerader Draht. Wir müssen erwarten, dass die Verteilung der Oberflächenladung in einem Stromkreis deutlich variabler ist, als ein einfacher konstanter Ladungsgradient:

- Auf langen geraden Abschnitten, die weit von anderen Schaltungselementen entfernt sind, kann ein nahezu konstanter Gradient der Oberflächenladung auftreten.

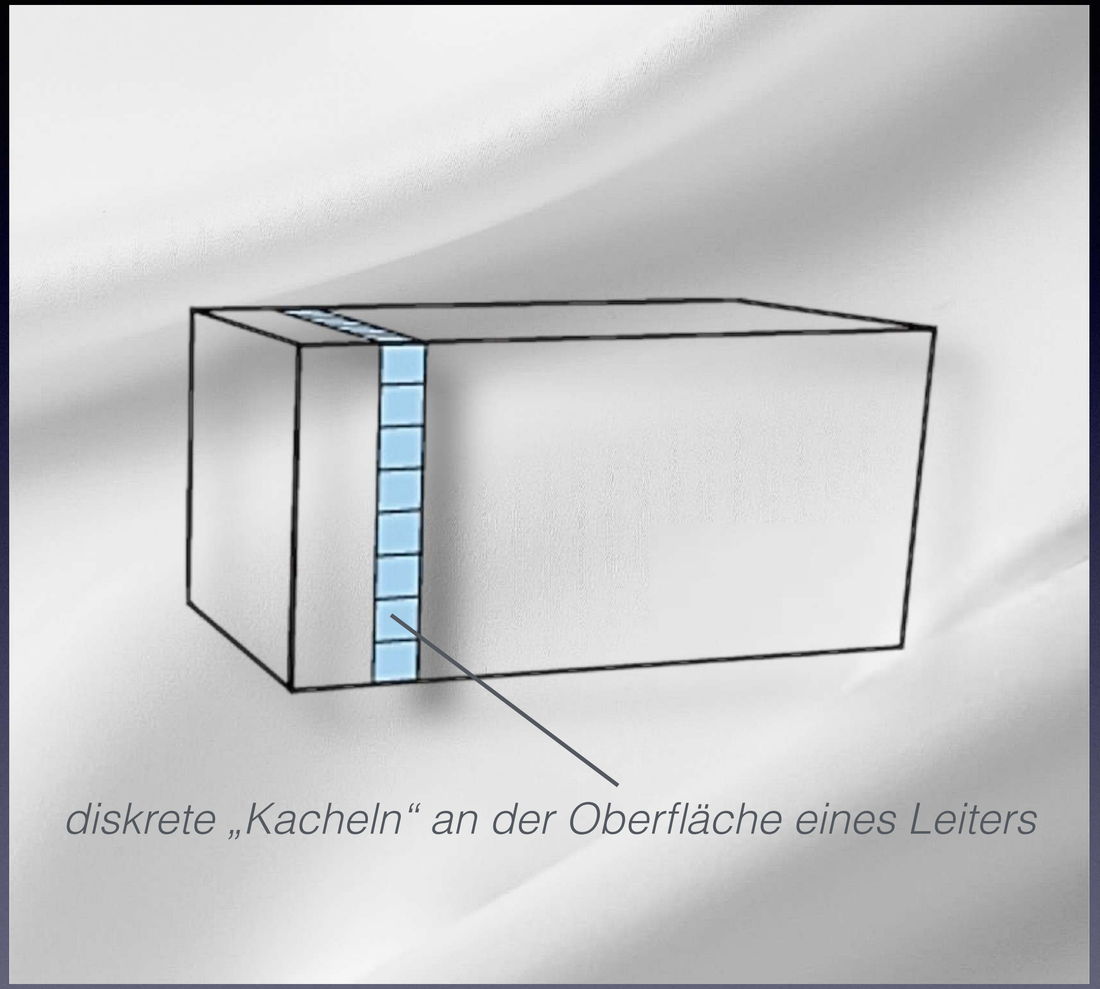
- Der Oberflächenladungsgradient ist in den Bereichen des Stromkreises am größten, in denen das elektrische Feld am größten ist.

- In Bereichen wie scharfen Biegungen und an Stellen, an denen zwei verschiedene Elemente (Drähte mit unterschiedlichem Durchmesser, Draht und Batterie, …) verbunden sind, kann die Verteilung der Oberflächenladung sehr komplex sein.

Die Oberflächenladung ist i.d.R. nur schwer zu messen. Ein numerisches Modell, das zu deren Berechnung verwendet wird, beruht im Wesentlichen auf folgenden Überlegungen:

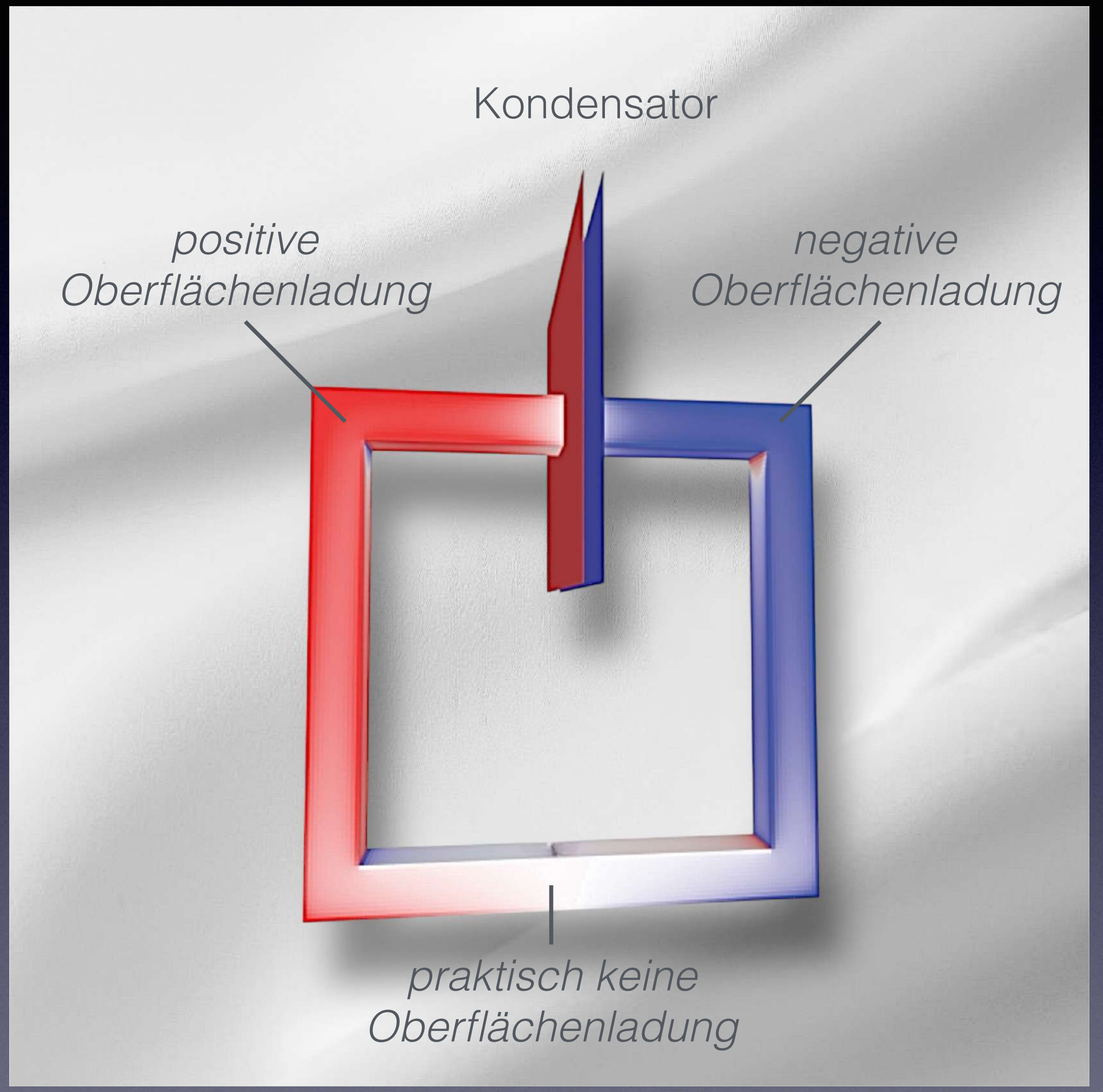
- Zu Beginn ist nur die Batterie geladen (als Kondensator, dessen Ladung ständig nachgeladen wird).
- Verwende quadratische Drähte, um die Berechnungen zu vereinfachen. Unterteile die Oberfläche der Drähte in viele kleine „Kacheln“.
- (1) Berechne das elektrische Feld an der Stelle jeder „Kachel“, das durch alle anderen Ladungen im Stromkreis verursacht wird. (2) Verwende dieses Feld, um den Fluss der Ladung auf oder von jeder „Kachel“ im nächsten Zeitschritt zu berechnen. (3) Wiederhole den Vorgang, bis sich die Ladungsverteilung nicht mehr ändert.

Die numerischen Methoden zur Umsetzung des Modells sind komplex und gehen über das hinaus, was in diesen Folien vermittelt wird.



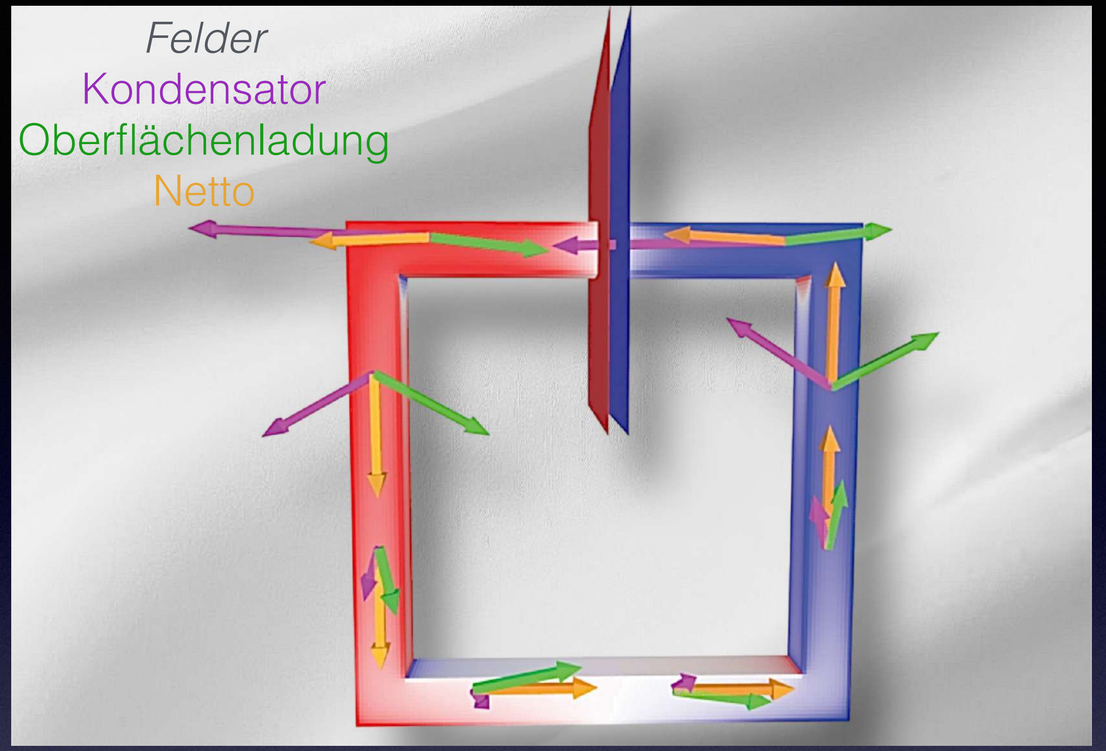
Ein (quadratischer) Ring aus geladenen „Kacheln“ auf der Oberfläche eines leitfähigen Drahtes.

Die nebenstehende Abbildung zeigt die numerisch berechnete Verteilung der Oberflächenladung in einem sehr einfachen Stromkreis: ein Widerstandsdraht und eine „Batterie“ (Kondensator). Beginnt man an der positiven linken Platte des Kondensators und folgt dem Stromkreis gegen den Uhrzeigersinn bis zur negativen Kondensatorplatte, so stellt man fest, dass die Oberflächenladung zunächst stark positiv ist, dann immer weniger positiv wird und in der Mitte des unteren Drahtes Null erreicht, um dann im weiteren Verlauf des Stromkreises zunehmend negativ zu werden.



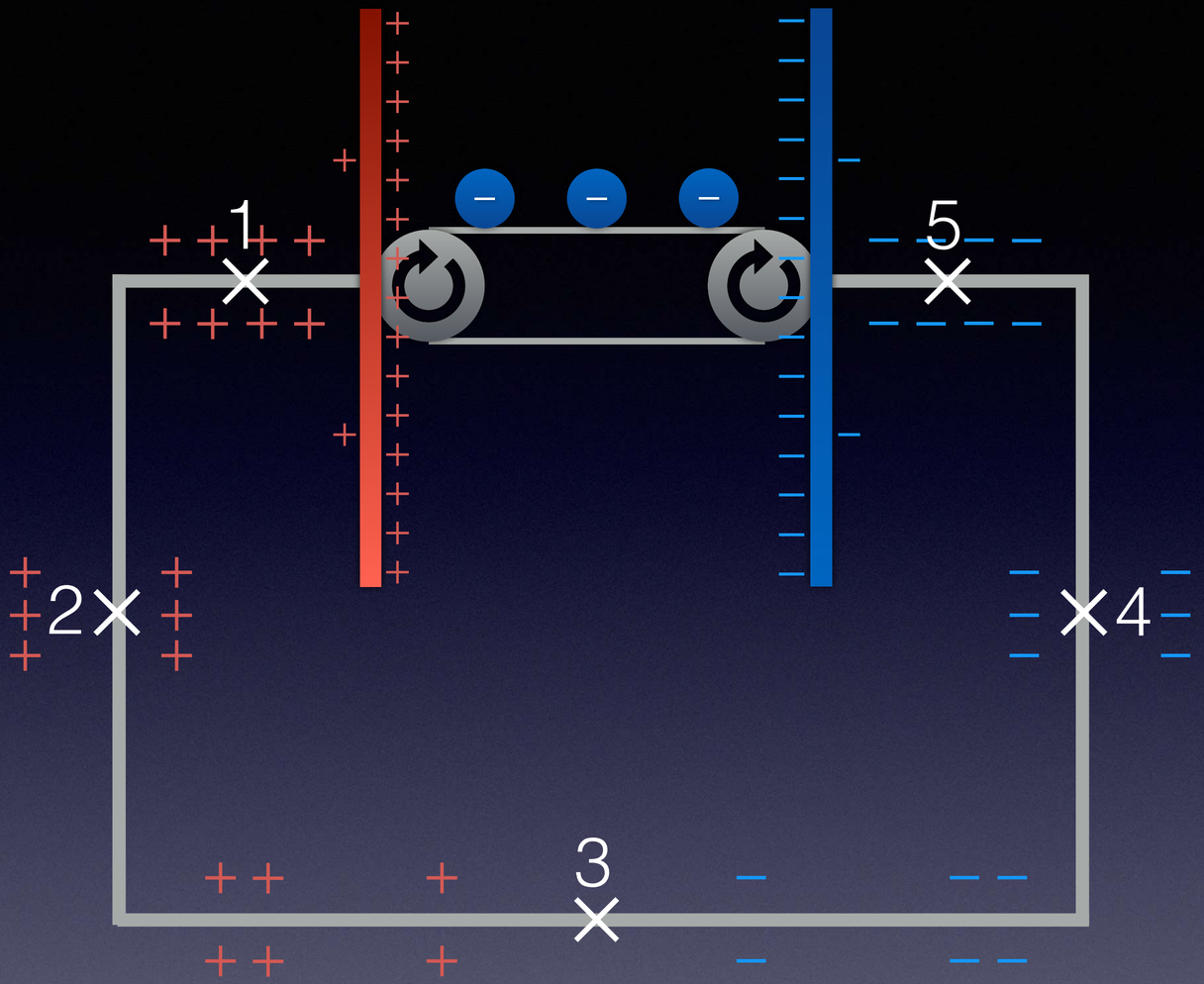
Das Modell eines einfachen Stromkreises.

Wie in der nebenstehenden Abbildung zu sehen ist, ist das durch den Kondensator und die Oberflächenladungen erzeugte elektrische Nettofeld im Inneren des Drahtes recht gleichmäßig, was die Gültigkeit des Berechnungsmodells bestätigt. Die Darstellung zeigt auch die Beiträge der Batterie und der Ladungen auf der Oberfläche der Drähte zum Nettofeld. Im unteren Abschnitt des Drahtes, der am weitesten von der Batterie entfernt ist, ist fast das gesamte elektrische Feld auf den Oberflächenladungsgradienten zurückzuführen.



Das elektrische Feld an einer Reihe von Positionen im Stromkreis. Dargestellt sind das elektrische Nettofeld (orange), das Feld aufgrund des Kondensators (magenta) und das Feld aufgrund aller Oberflächenladungen (grün). Die Felder werden entlang der Mittellinie des Drahtes berechnet. Man beachte, dass links vom Kondensator das Feld aufgrund der Oberflächenladungen tatsächlich entgegengesetzt zum Nettofeld ist. An dieser Stelle steht dem großen Feld aufgrund des Kondensators das Feld aufgrund der angehäuften positiven Oberflächenladung nahe der oberen linken Ecke gegenüber.

In Folgenden werden wir oft ungefähre Oberflächenverteilungen darstellen. An ausgewählten Stellen zeigen wir die Oberflächenladungsdichte mit Plus- oder Minuszeichen an. Wir betonen, dass diese Ladungsverteilungen, wie wir gerade gesehen haben, nicht detailgetreu sind. Unser Ziel ist es, einen groben Hinweis auf die Oberflächenladungsverteilung zu geben, und zwar auf eine Weise, die leicht zu zeichnen und zu verstehen ist. Rückkopplungen werden in der Realität dazu führen, dass zusätzliche Ladung auf die Biegungen übertragen wird, z.B. indem die Ladungen bei Position 2 den unteren Draht polarisieren werden usw. Wir ignorieren diese Effekte. Entscheidend ist, dass die Oberflächenladung in der Nähe von Position 1 positiv sein muss und die Oberflächenladung in der Nähe von Position 5 negativ. Wenn wir einen Draht von einem Ende der Batterie zum anderen verbinden, wird es entlang des Drahtes eine Art Übergang von positiver zu negativer Oberflächenladung geben.

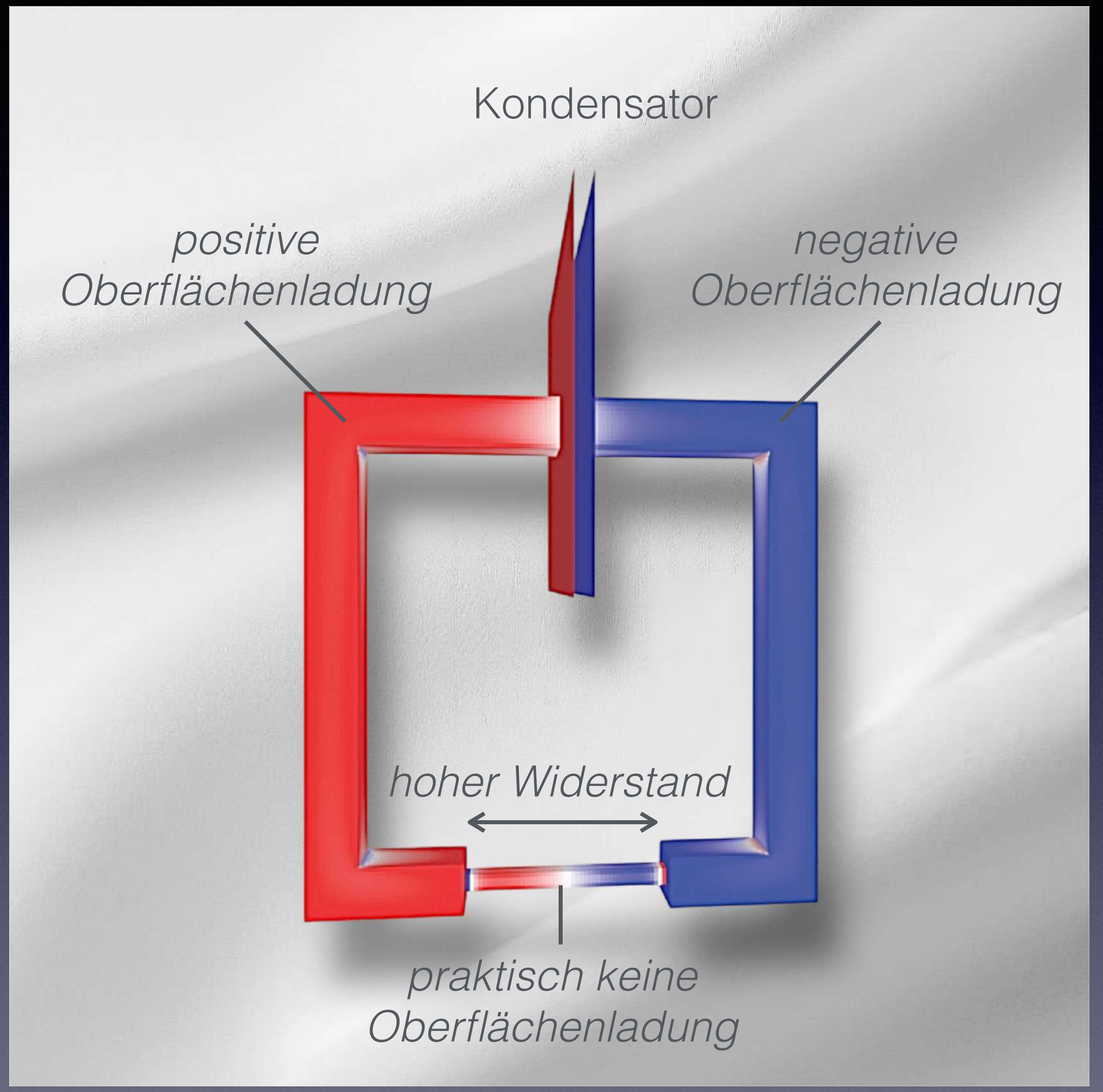


Geometrisch einfacher Stromkreis mit ungefährer Oberflächenladung. Die Anzahl der Plus- oder Minuszeichen zeigt schematisch die Dichte der Oberflächenladung an dieser Stelle an. Die Ladungen sind nur an wenigen Stellen eingezeichnet, um Unterschiede in der Ladungsmenge anzuzeigen.

Kontrollpunkt 3

1. Zeichne das elektrische Feld an den Positionen 1, 2, 3, 4 und 5 ein (in einem Diagramm wie auf der vorangehenden Folie). Zeichne auch die resultierende Driftgeschwindigkeit der Elektronen ein. Achte dabei insbesondere auf die korrekte Richtung und die relativen Beträge.

Eine etwas komplexere Schaltung mit einem Abschnitt hohen elektrischen Widerstands. Da die Stromstärke im gesamten Stromkreis konstant sein muss, muss die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in in dem dünnen Abschnitt größer als in den dicken Abschnitten sein. Deshalb muss in dem dünnen Abschnitt sowohl die elektrische Feldstärke als auch der Gradient der Oberflächenladung größer als im Rest des Stromkreises sein. Wir erkennen erneut komplexe Ladungsmuster in der Nähe von Übergängen: An jedem Ende des dünnen Abschnitts existiert ein „falscher“ Gradient der Ladungsdichte, der auf die Polarisierung durch die benachbarten größeren, stark geladenen dicken Drähte zurückzuführen ist, die ein elektrisches Feld mit großen vertikalen Komponenten an den Enden des dünnen Abschnitts erzeugen.

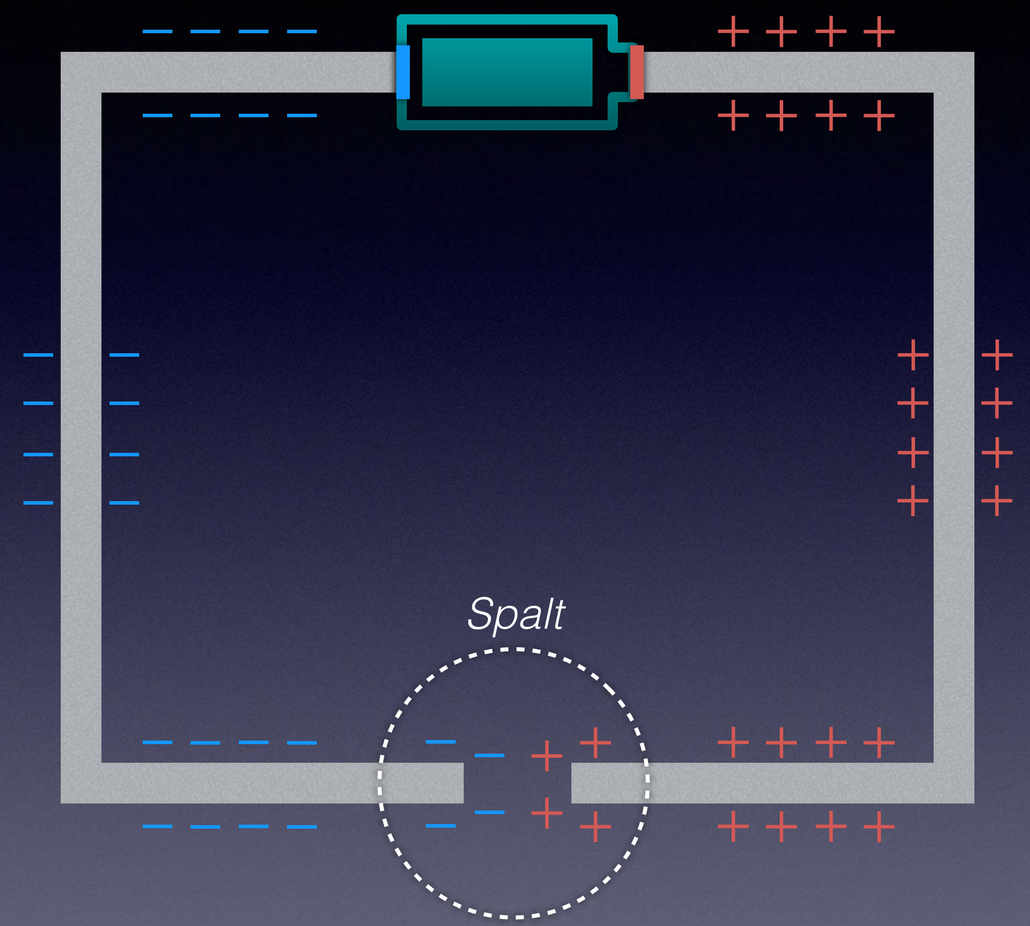


Numerisch berechnete Oberflächenladung in einem Stromkreis mit abschnittsweise hohem Widerstand.

Trotz der großen Anzahl von Elektronen, die sich in einem Stromkreis bewegen, wirst du feststellen, dass die Drähte eines Stromkreises praktisch nicht mit einem hängenden geladenen Klebeband wechselwirken. (Das geladene Klebeband wird natürlich von neutraler Materie angezogen, wodurch die winzige Interaktion aufgrund von Oberflächenladungen verdeckt wird.) Die große Anzahl von Elektronen, die sich im Inneren der Drähte bewegen, wird durch eine ebenso große Anzahl von positiv geladenen Atomkernen ausgeglichen, so dass die Nettoladung im Inneren des Drahtes gleich Null ist und keine externen Ladungen durch elektrische Wechselwirkung beeinflussen kann. Dies gilt für kleine Spannungen, z.B. $1.5\,\mathrm{V}$. Für größere Spannungen, z.B. $10000\,\mathrm{V}$, treten dagegen Wechselwirkungen auf.

Schließen eines Stromkreises: anfängliche instationäre Reaktion

Wenn du einen Stromkreis schließt, indem du die letzte Verbindung herstellst, erzwingt die Rückkopplung eine rasche Umverteilung der Oberflächenladungen, die zum stationären Zustand führt. Diese Anpassungsphase vor der Herstellung des stationären Zustands wird als anfänglicher Einschwingvorgang bezeichnet. Betrachte dazu nebenstehenden Stromkreis, der eine chemische Batterie und zwei Widerstands-Drähte mit einer Lücke zwischen ihnen enthält. Das System befindet sich im Gleichgewicht. Skizziert ist eine ungefähre Verteilung der Oberflächenladungen - tatsächlich gibt es in der Nähe des Spalts größere Konzentrationen von Oberflächenladungen, was auf die starke gegenseitige Polarisierung im Spaltbereich zurückzuführen ist.



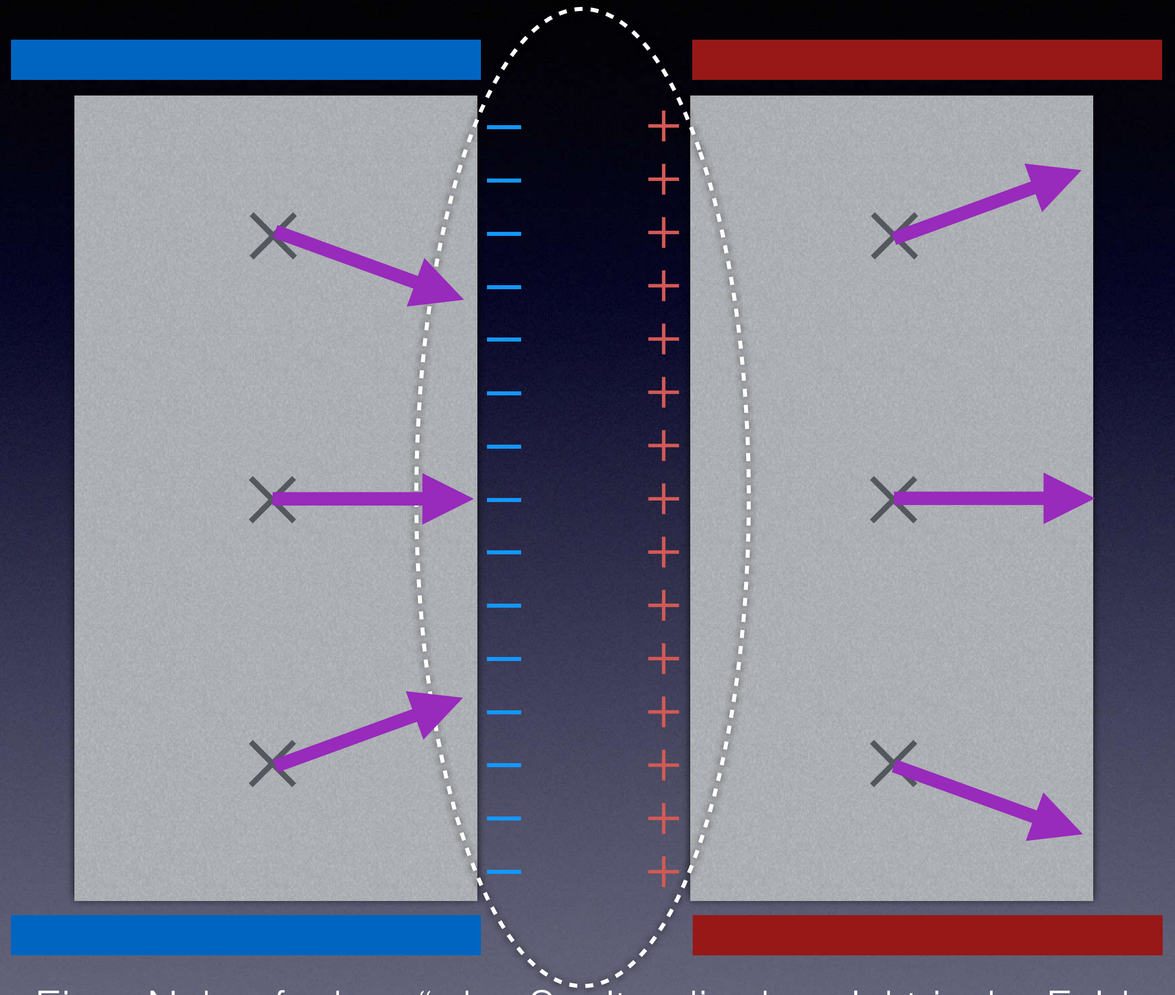
Ein nicht geschlossener Stromkreis mit einem Spalt. Die ungefähre Verteilung der Oberflächenladung ist dargestellt.

Sehen wir uns die Umgebung des Spalts genauer an.

In der nebenstehenden Abbildung sehen wir den Teil $\vec{E}_s$ des elektrischen Feldes $\vec{E}_{\text{net}}$ im Inneren des Drahtes, der ausschließlich von den Ladungen auf den Flächen des Spaltes verursacht wird.

Ladungen der Spalt-Oberfläche: $\vec{E}_s$

alle anderen Oberflächenladungen: $\vec{E}_o$



Eine „Nahaufnahme“ des Spalts, die das elektrische Feld zeigt, das ausschließlich von den Ladungen auf den Seiten des Spalts verursacht wird (andere Ladungen sind hier nur schematisch angedeutet).

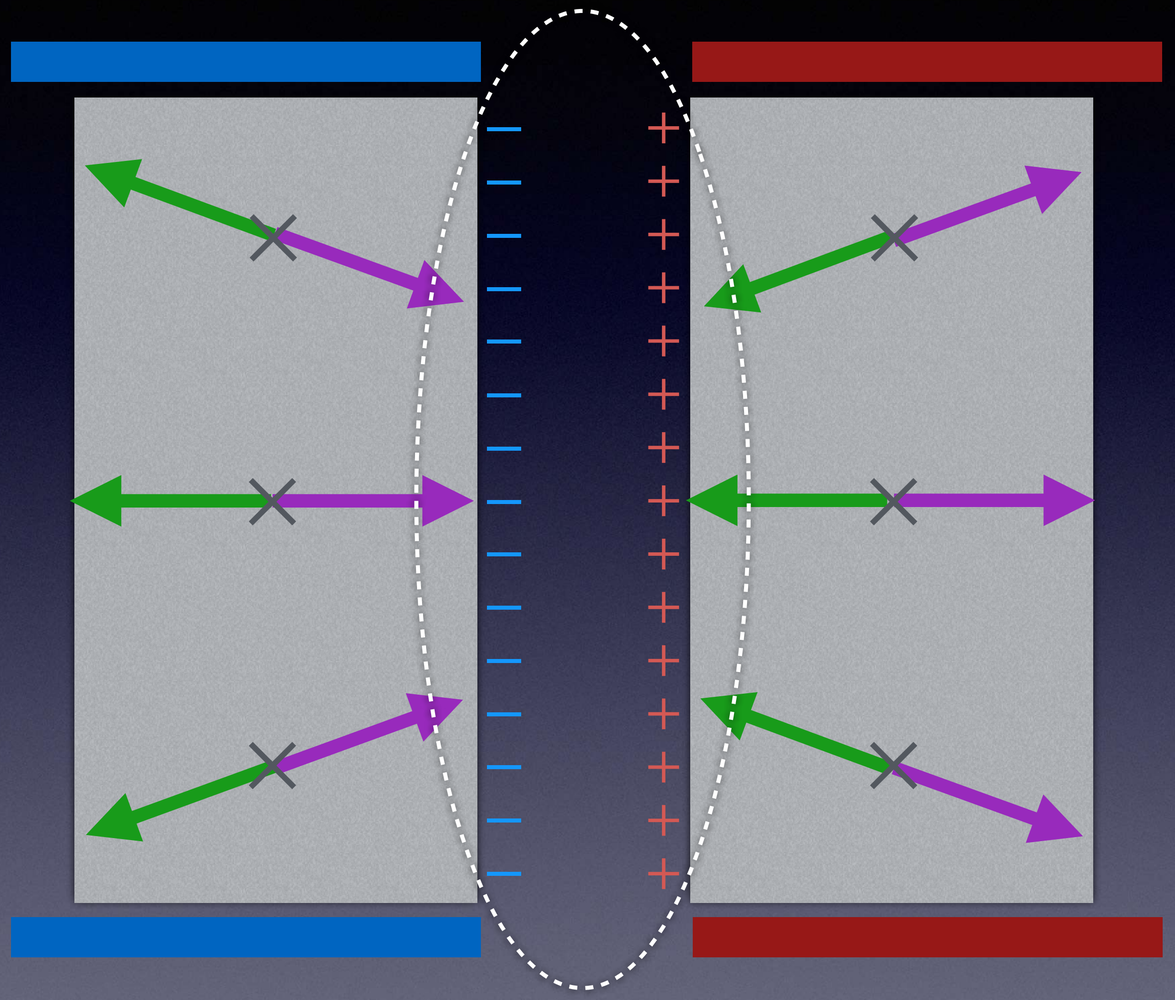
Da das Nettofeld $\vec{E}_{\text{net}}$ im Inneren des Drahtes Null sein muss, weil sich das System zu diesem Zeitpunkt im Gleichgewicht befindet, muss das Feld $\vec{E}_o$, das von allen anderen Oberflächen-Ladungen verursacht wird, genau gleich groß und entgegengesetzt zu dem Feld sein, das von den Ladungen auf den Flächen des Spalts erzeugt wird.

$$\vec{E}_{\text{net}} = \vec{E}_s + \vec{E}_o = \vec{0}$$

Felder

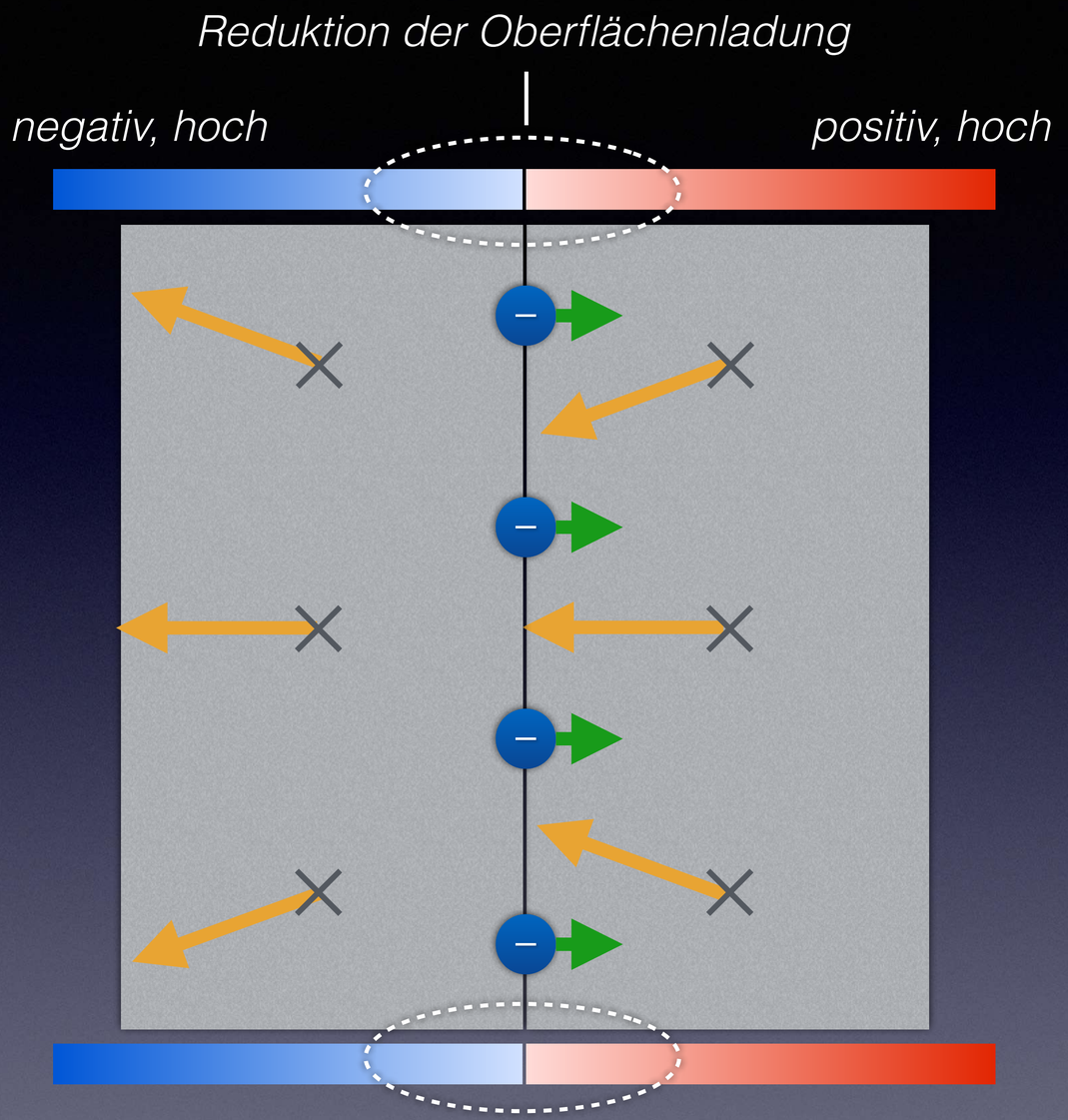
Ladungen der Spalt-Oberfläche: $\vec{E}_s$

alle anderen Oberflächenladungen: $\vec{E}_o$



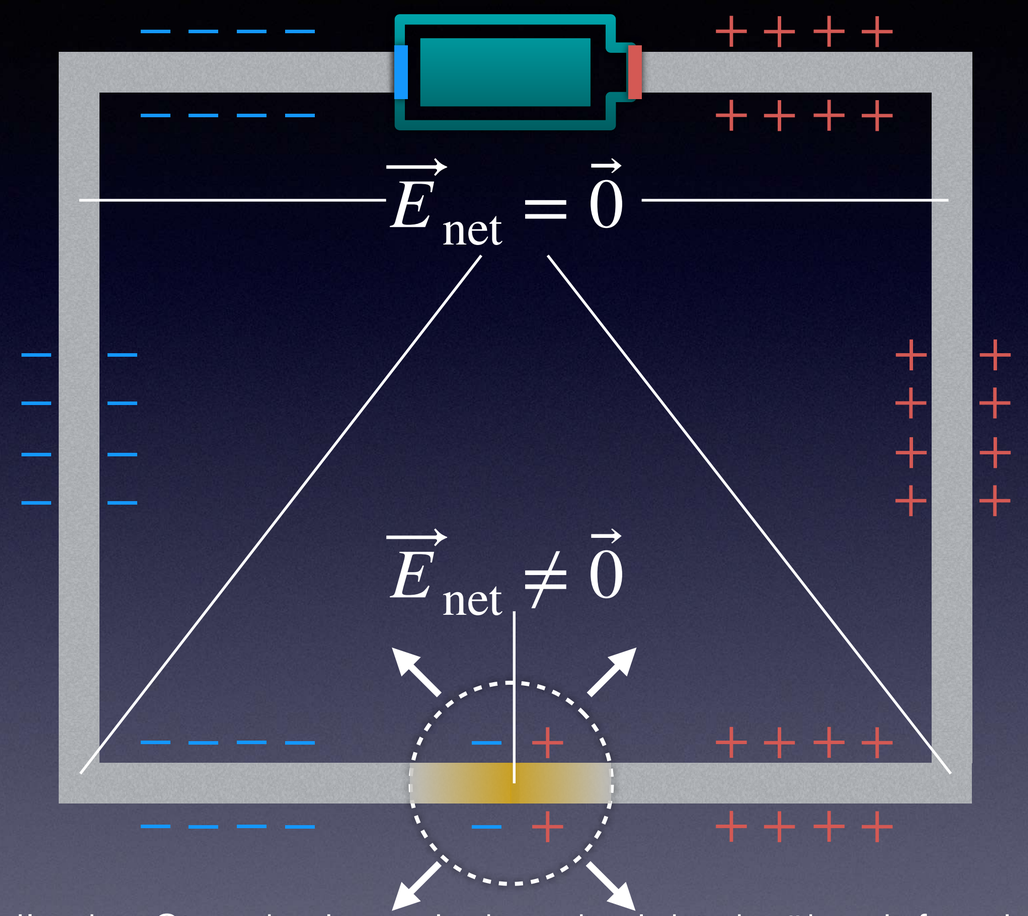
Eine „Nahaufnahme“ des Spalts, die die elektrischen Felder zeigt, die von den Ladungen im Spalt sowie allen anderen Oberflächen-Ladungen verursacht werden.

Unmittelbar nach dem Schließen des Spalts haben wir den Beitrag der Ladungen auf den Seiten den Spalts zum Nettofeld verloren. Daher wird das Nettofeld wie das Feld der „anderen“ Ladungen aussehen, das wir zuvor skizziert haben. Die beweglichen Elektronen im Inneren des Metalls werden sich aufgrund dieser Felder bewegen. Stelle dir vor, du könntest einen Schnappschuss der Oberflächenladung machen, nachdem sich die Elektronen im Inneren des Drahtes nur ein wenig bewegt haben: Elektronen, die sich in Richtung eines positiven Bereichs der Oberfläche bewegen, machen die Oberflächenladung in diesem Bereich weniger positiv, während Elektronen, die sich von einem negativen Bereich der Oberfläche entfernen, die Oberflächenladung in diesem Bereich weniger negativ machen.



Eine „Nahaufnahme“, sehr kurze Zeit (Bruchteil einer Nanosekunde) nach dem Schließen des Spalts. Elektronen bewegen sich von links nach rechts.

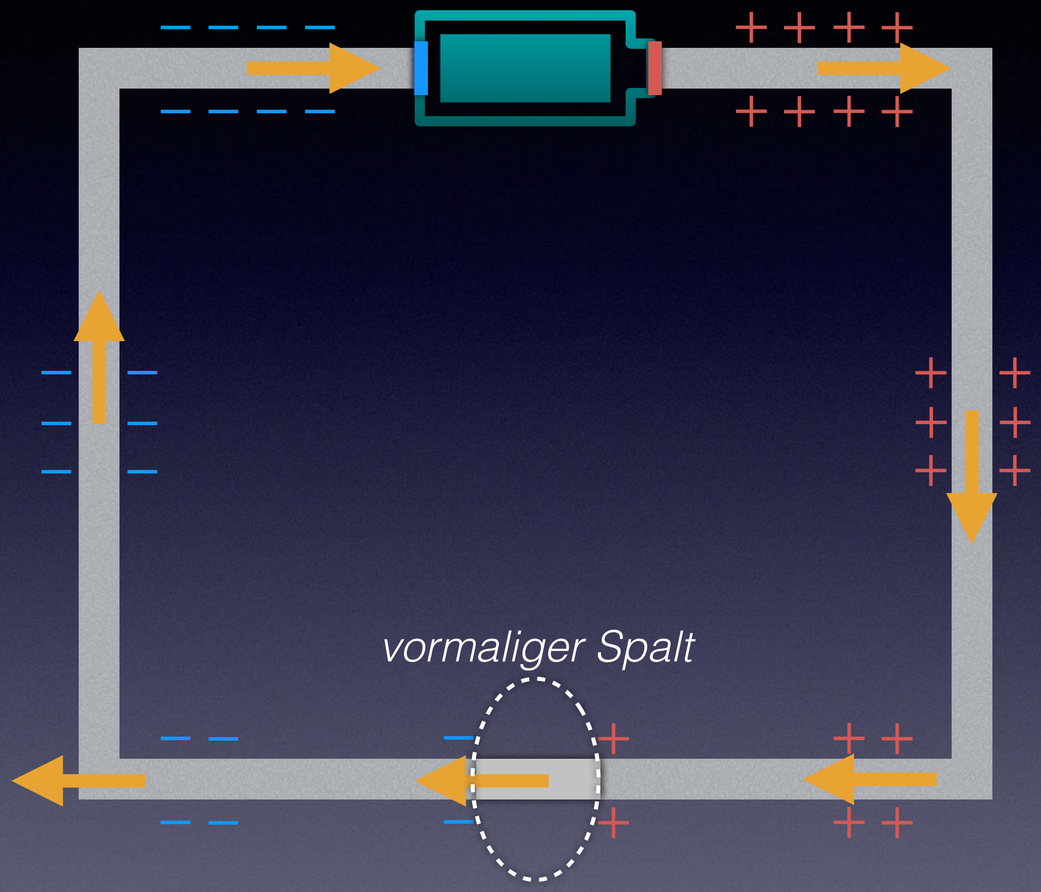
In der nebenstehenden Abbildung sehen wir, dass der betroffene Bereich, in dem eine Umverteilung der Oberflächenladungen stattgefunden hat, von der Stelle des Spaltes aus schnell nach außen wächst, und zwar mit annähernd Lichtgeschwindigkeit, d. h. mit der Geschwindigkeit, mit der die Veränderung der Ladungsverteilung an weit entfernten Stellen wahrgenommen wird. Zu dem hier skizzierten Zeitpunkt sind die Oberflächenladungen und das elektrische Feld an entfernten Orten noch nicht beeinflusst worden, weil diese Regionen noch nicht die Information erhalten haben, dass der Spalt geschlossen wurde! Das elektrische Feld ist im Inneren der Drähte immer noch Null, außer in der Nähe des vormaligen Spalts.



Teile des Stromkreises sind noch nicht darüber informiert, dass der Spalt geschlossen wurde! Die Kugel, die den Bereich des veränderten elektrischen Feldes umschließt, dehnt sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

Die Lichtgeschwindigkeit bestimmt die Mindestzeit, die erforderlich ist, um den stationären Zustand herzustellen. Licht bewegt sich ca. $30\,\mathrm{cm}$ in einer Nanosekunde. Die Zeit, die erforderlich ist, um die Elektronen auf die Oberfläche zu oder von ihr weg zu bewegen, ist vernachlässigbar, da die Elektronen sich nur eine winzige Strecke bewegen müssen, um durch eine geringfügige Ausdehnung oder Kontraktion des „Meers“ der beweglichen Elektronen eine signifikante Oberflächenladung zu erzeugen (kleiner als der Radius eines einzelnen Protons).

In nur wenigen Nanosekunden wird sich die Umordnung der Oberflächenladungen über den gesamten Stromkreis erstrecken. Es kommt zu einem wellenförmigen „Hin- und Herschwappen“ der Oberflächenladungsverteilung, das sich aufgrund der Dissipation schließlich zu einem „stabilen stationären Zustand“ einpendelt, in dem die Oberflächenladung und der Strom nicht mehr mit der Zeit variieren. Im eingeschwungenen Zustand variiert die Oberflächenladung entlang des Stromkreises, und das elektrische Feld hat im gesamten Inneren des Drahtes eine konstante Größe



Im stationären Zustand hat das elektrische Feld überall im Draht die gleiche Größe.

Wie bereits erwähnt, beträgt die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in einem typischen Stromkreis nur etwa $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m/s}$. Eine Änderung im Stromkreis, wie z. B. das Herstellen oder Unterbrechen einer Verbindung, breitet sich jedoch sehr schnell durch den Stromkreis aus, etwa mit Lichtgeschwindigkeit.

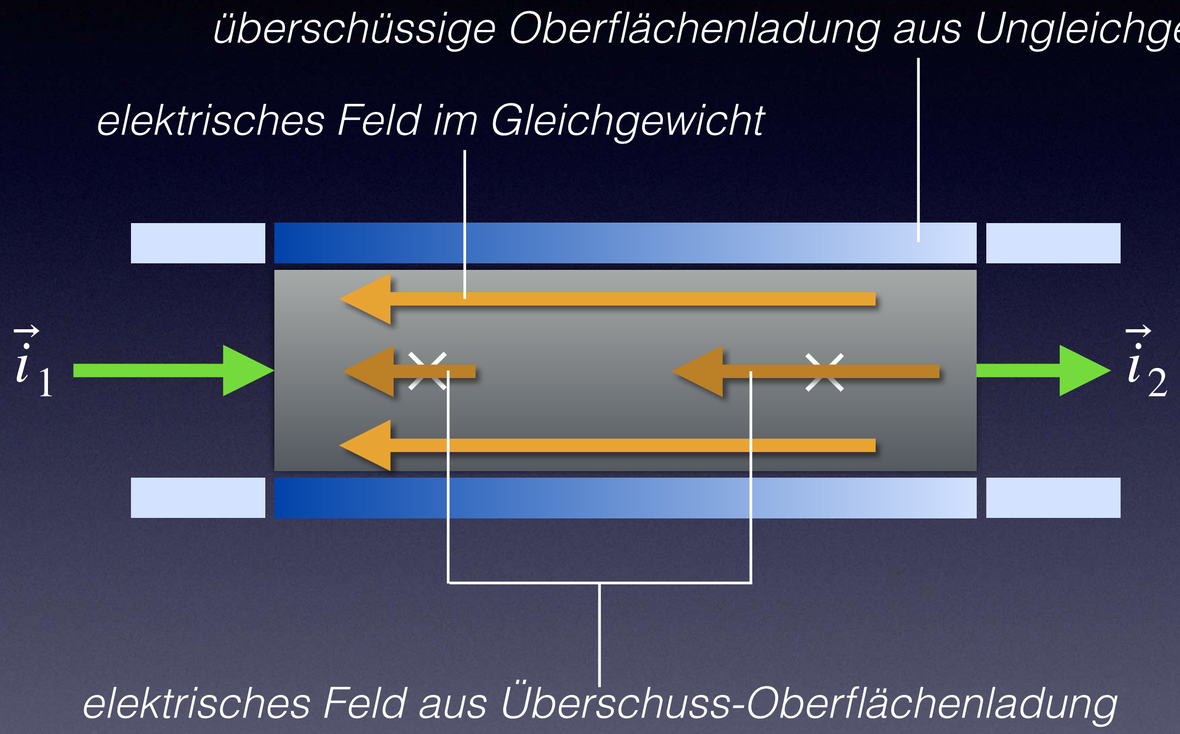
Es ist daher nicht notwendig, dass sich die Ladungen physisch an einen entfernten Ort bewegen, um dort eine Veränderung zu bewirken: Eine Umordnung der Ladungen aufgrund winziger Bewegungen bewirkt eine Veränderung des elektrischen Feldes, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Somit ist zu beachten, dass die Ausbreitung der Effekte eine Zeitspanne ungleich Null benötigt (Nanosekunden). Die Ausbreitung erfolgt also nicht instantan, aber sie ist extrem schnell.

Rückkopplung

Die Rückkopplung während des anfänglichen Einschwingvorgangs erzeugt eine Oberflächenladung in der richtigen Menge, um das entsprechende stationäre elektrische Feld zu erzeugen. Sie sorgt auch für die Aufrechterhaltung dieser stationären Bedingungen, wie wir im Folgenden zeigen werden.

Man betrachte einen geraden Drahtabschnitt, bei dem zu einem bestimmten Zeitpunkt mehr Elektronenstrom $\vec{i}_1$ ankommt als abfließt $\vec{i}_2$, was zu einer Anhäufung überschüssiger negativer Ladung auf der Oberfläche dieses Drahtabschnitts führt. Diese führt dazu, dass sich die ein- und ausgehenden Elektronenströme angleichen. Die äußere Oberfläche dieses Drahtabschnitts wird negativer, und diese negative Oberflächenladung neigt dazu, die ankommenden Elektronen zu behindern und die abgehenden Elektronen zu beschleunigen, so dass die ankommenden und abgehenden Elektronenströme einander annähernd angleichen. Dieser Rückkopplungsprozess wird so lange fortgesetzt, bis die beiden Ströme genau gleich groß sind. Ab diesem Punkt gibt es keine weitere Veränderung der Oberflächenladung.

$$\left|\vec{i}_1\right| > \left|\vec{i}_2\right|$$



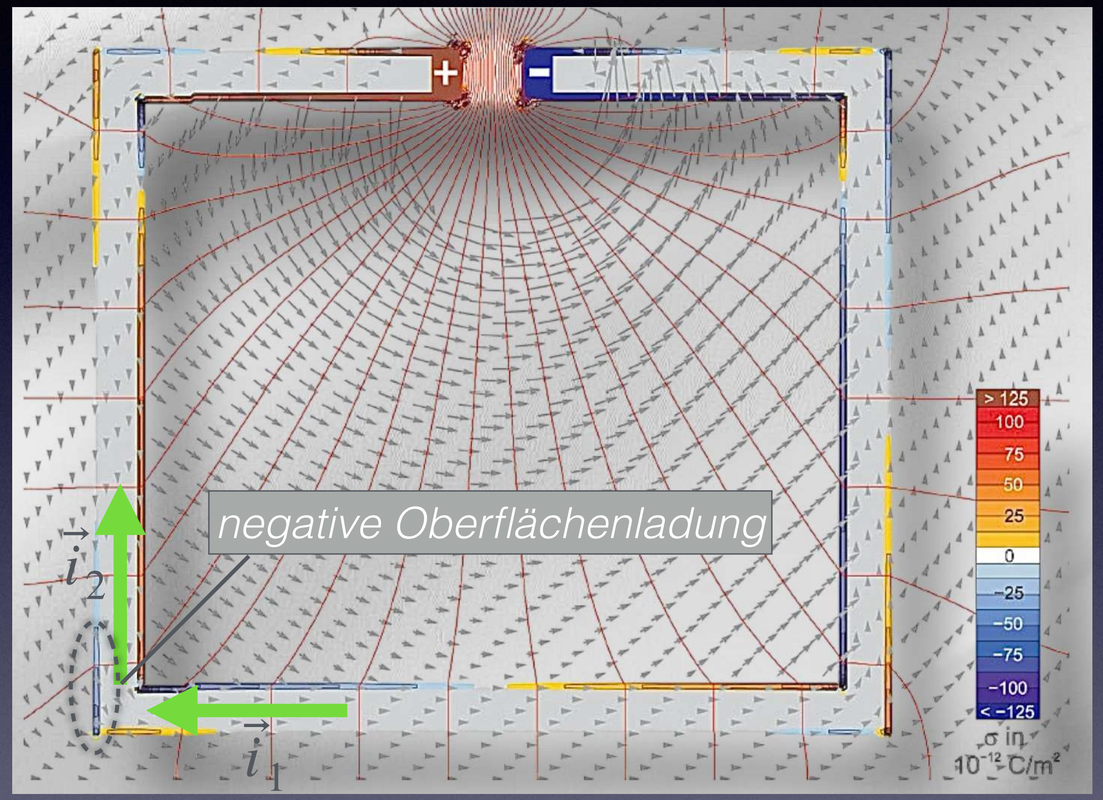
Für den Fall $\left|\vec{i}_1\right| < \left|\vec{i}_2\right|$ erhält der Drahtabschnitt eine zusätzliche positive Oberflächenladung, was die eintretenden Elektronen beschleunigt und die austretenden Elektronen verlangsamt, so dass der eintretende Elektronenstrom zunimmt und der austretende Elektronenstrom abnimmt. Auch hier bewirkt der Mechanismus der Rückkopplung, dass sich der Strom in einen Drahtabschnitt hinein und aus einem Drahtabschnitt heraus angleicht.

Unabhängig davon, in welcher Richtung ein Ungleichgewicht zwischen ein- und ausgehendem Strom besteht, gleichen sich die beiden Ströme aufgrund des automatischen Rückkopplungsmechanismus der Änderungen der Oberflächenladung schnell aneinander an. Wir erkennen, wie dieser Mechanismus den stationären Zustand herbeiführt und aufrechterhält.

Es ist instruktiv zu sehen, was passiert, wenn man einen geraden Draht biegt, während der Strom fließt.

Die ankommenden Elektronen „wissen“ nicht sofort, was passiert ist, und setzen ihre Bewegung in der ursprünglichen Richtung fort, aber wenn sie in die Biegung hineinlaufen, stauen sich die Elektronen an der Außenseite der Biegung, was dazu führt, dass die ankommenden Elektronen aus ihrer ursprünglichen Bahn abgelenkt werden und schließlich der Biegung folgen.

$$\left|\vec{i}_1\right| = \left|\vec{i}_2\right|$$



Elektrisches Feld, Äquipotenziallinien und Oberflächenladungen in einem (Gleich-) Stromkreis.

Wir haben gelernt, dass es auf der Außenseite des Drahtes eine überschüssige Ladung geben muss, und zwar entlang des gesamten Drahtes. Durch den Rückkopplungsmechanismus wird sich diese Oberflächenladung automatisch so anordnen (oder umordnen), dass das elektrische Feld überall im Inneren des Drahts entlang des Drahts zeigt und die „richtige“ Größe hat, um die entsprechende Menge an Elektronenstrom zu erzeugen. (Die Größe dieses Stroms wird letztlich durch die Spannung der Batterie und durch die Elektronenbeweglichkeit des Materials, aus dem der Draht besteht, bestimmt).

Dies ist sehr ähnlich zu der Rückkopplung, die wir bei der statischen Elektrizität gesehen haben. Wenn ein äußeres Feld an einen isolierten Metallblock angelegt wird, ordnen sich die Ladungen auf der Oberfläche des Metallblocks automatisch so an, dass das elektrische Feld im Inneren des Metallblocks im (statischen) Gleichgewicht gleich Null wird. Kurz zusammengefasst:

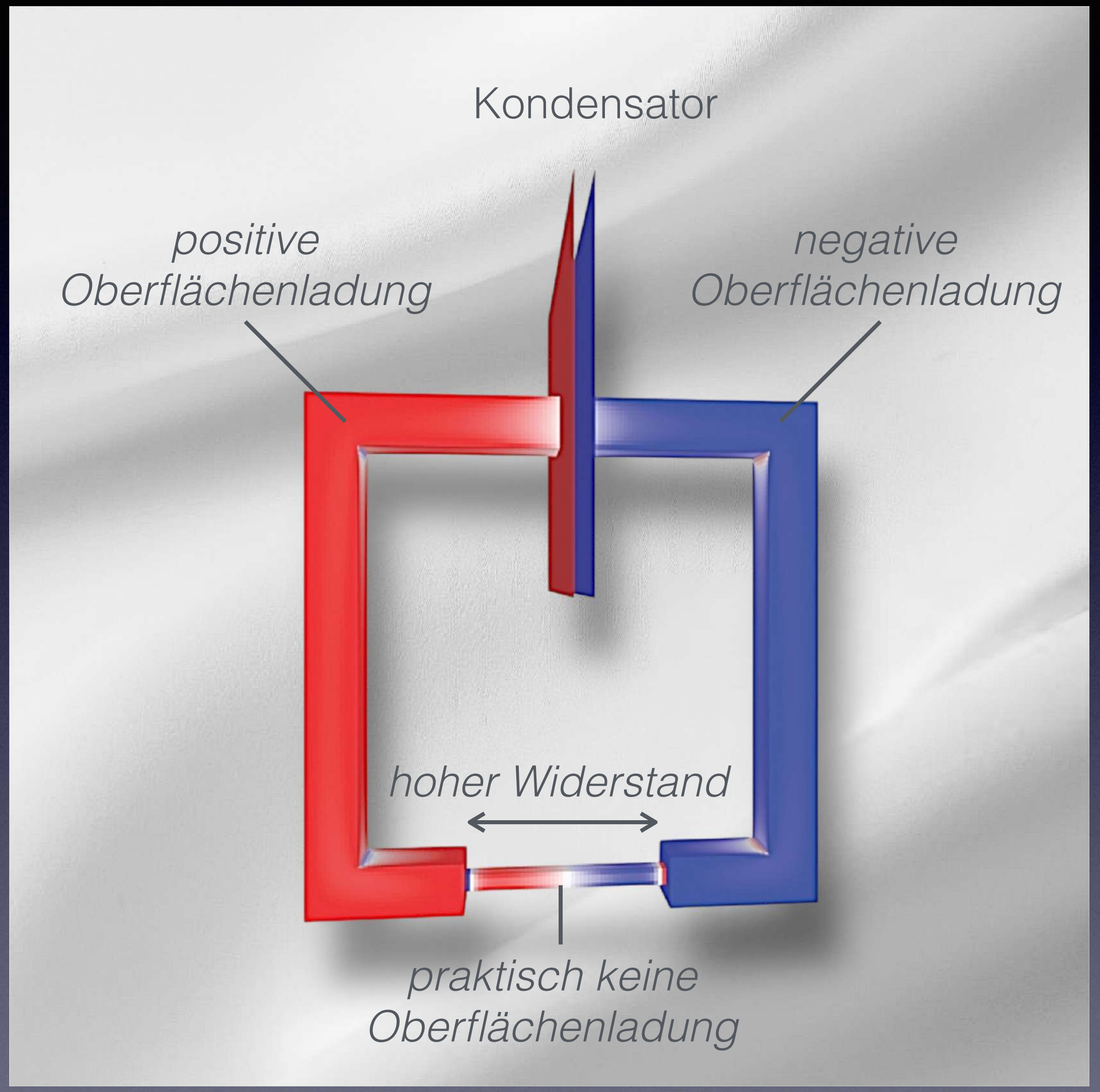
- Die Rückkopplung in einem Stromkreis führt zu Ladungen an seiner Oberfläche und zu einem stationären Elektronenstrom: $\vec{E}_{\text{net}} \neq \vec{0}$ im Inneren eines Metalls.

- Die Rückkopplung in Situationen statischer Elektrizität führt zum Gleichgewicht: $\vec{E}_{\text{net}} = \vec{0}$ im Inneren eines Metalls.

Oberflächenladung und Widerstände

Im stationären Zustand schwankt die Oberflächenladung entlang der dicken Drähte nur wenig, woraus ein kleines elektrisches Feld und eine geringe Driftgeschwindigkeit resultiert. Entlang des Gebiets mit großem Widerstand sind große Veränderungen der Oberflächenladungen zu sehen, was mit einem großen elektrischen Feld im Inneren des dünnen Widerstands einhergeht. Dies führt zu einer großen Driftgeschwindigkeit (mit demselben Elektronenstrom wie in den dicken Drähten).

In der nebenstehenden Abbildung übernimmt ein geladener Kondensator die Rolle der Batterie.



Numerisch berechnete Oberflächenladung in einem Stromkreis mit abschnittsweise hohem Widerstand.

Die vorangehende Schaltung mit einem großen Widerstand ist ein weiteres Beispiel für die Rückkopplung in einem Stromkreis - eine automatische Anpassung führt zur Erzeugung exakt derjenigen elektrischen Felder, die im stationären Zustand benötigt werden.

Wenn sich die Driftgeschwindigkeit in den dicken Drähten aus irgendeinem Grund vorübergehend erhöhen würde, würde sich am Widerstand zusätzliche Ladung ansammeln, die die Driftgeschwindigkeit in den dicken Drähten tendenziell verringern würde. Falls andererseits die Driftgeschwindigkeit in den dicken Drähten vorübergehend abnimmt, würde die Ladung durch den Widerstand abfließen, so dass sich die Ladungsansammlung an den Enden des Widerstands verringert, was die Driftgeschwindigkeit in den dicken Drähten tendenziell erhöhen würde.

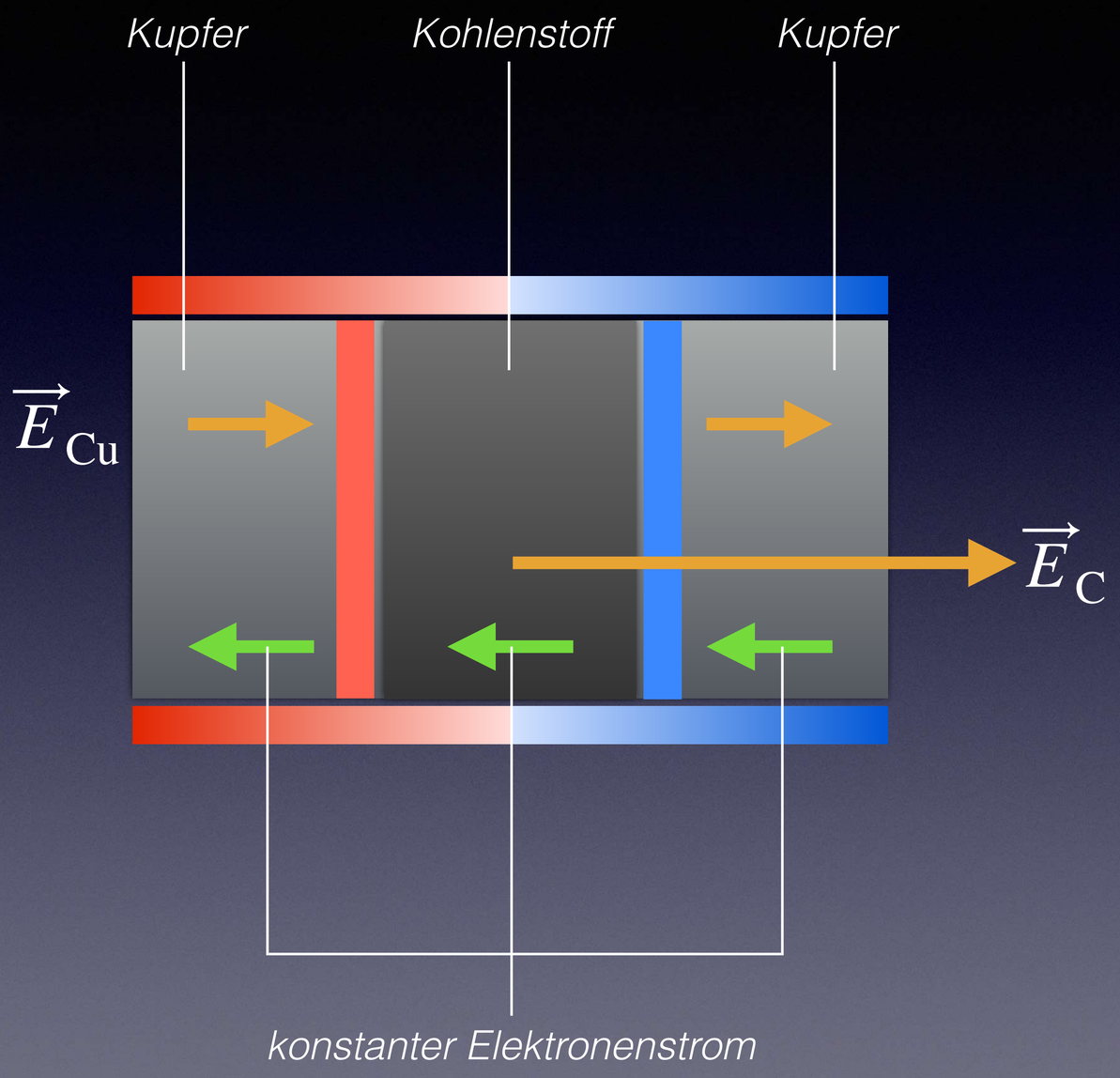
Die Analyse im vorangegangenen Abschnitt ist ein Beispiel für eine allgemeine Strategie zum Verständnis des Verhältnisses von Ladung und elektrischem Feld in einem (stationären) Stromkreis. Hier ist eine Zusammenfassung dieser Strategie:

- Skizziere anhand von $\vec{i} = -nAb\vec{E}$ die Verteilung des elektrischen Feldes in den Drähten.

- Skizziere anschließend eine ungefähre Ladungsverteilung, die mit der Verteilung des elektrischen Feldes übereinstimmt.

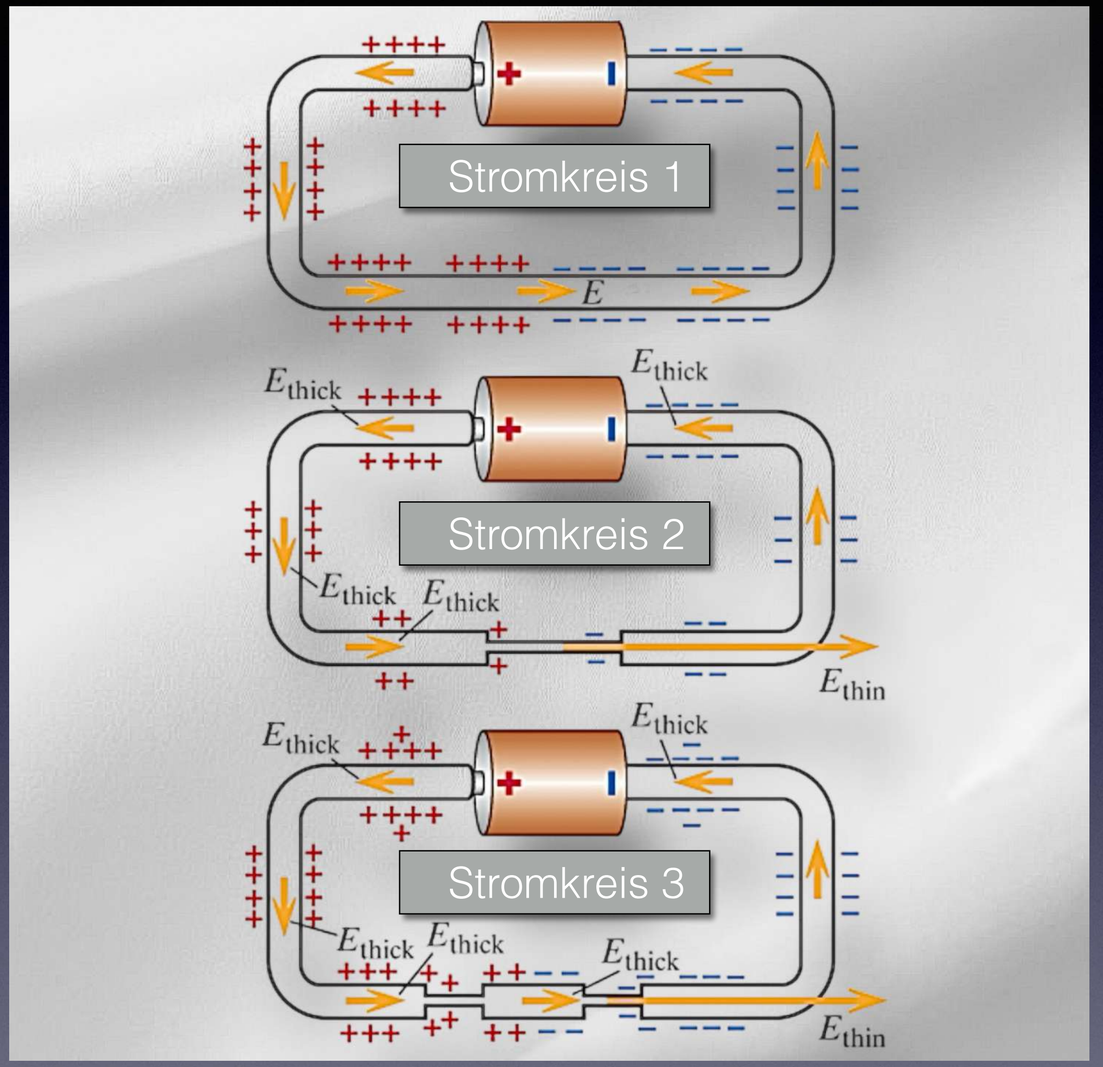
Der Grund für die Durchführung der Analyse in dieser Reihenfolge liegt darin, dass die Verteilung des elektrischen Feldes relativ einfach ist und ziemlich genau analysiert werden kann, während die Verteilung der Oberflächenladung recht kompliziert sein kann.

Eine andere Art von Widerstand ist eher breit als schmal, weist aber eine geringe Beweglichkeit der Elektronen auf. Betrachte die Kupferdrähte, die zu einem kurzen Stück Kohlenstoff mit demselben Querschnitt führen. Kohlenstoff hat eine viel geringere Elektronenbeweglichkeit als Kupfer, so dass das stationäre elektrische Feld im Kohlenstoff viel größer sein muss als im Kupfer, um in beiden Materialien den gleichen Elektronenstrom zu erzeugen. In der Einschwingphase sammeln sich die Elektronen nicht nur auf den Außenflächen des Kupfers und des Kohlenstoffs, sondern auch auf den Grenzflächen zwischen dem Kupfer und dem Kohlenstoff. Unsere Behauptung, dass sich „überschüssige Ladung immer auf der Oberfläche eines Leiters befindet“, gilt auch im Fall eines Kontakts zu einem anderen leitenden Material.



Kontrollpunkt 4

Die Stromkreise 1 bis 3 in der nebenstehenden Abbildung wurden falsch analysiert. Die Verteilung der Oberflächenladung stimmt nicht mit der Verteilung des elektrischen Feldes überein. Beschreibe kurz, was in den drei gezeigten Situationen widersprüchlich ist.



Falsch analysierte Stromkreise: Die Verteilung der Oberflächenladung stimmt nicht mit dem Muster des elektrischen Feldes überein.

Energie in einem Stromkreis

Das Prinzip von der Erhaltung der elektrischen Ladung in Kombination mit der Definition des stationären Zustands führten zu einer Regel, die besagt, dass der Elektronenstrom in einem einfachen Stromkreis ohne Verzweigungen überall im Stromkreis gleich groß sein muss. Aber wie viele Ampere Strom fließen? Wodurch wird die Höhe des Stroms bestimmt? Das Prinzip Energie und die Eigenschaften von Batterien können hier die Antwort liefern.

Betrachten wir einen Stromkreis mit verschiedenen Elementen wie Widerständen und Batterien. Wir könnten die Energieerhaltung im Stromkreis diskutieren, indem wir ein Elektron betrachten, das eine komplette „Reise“ durch den Stromkreis macht. Die Energie, die das Elektron auf seinem Weg durch die Batterie gewinnt, wird durch Zusammenstöße mit den Atomkernen auf seinem Weg durch den Draht dissipiert (in Wärme umgewandelt).

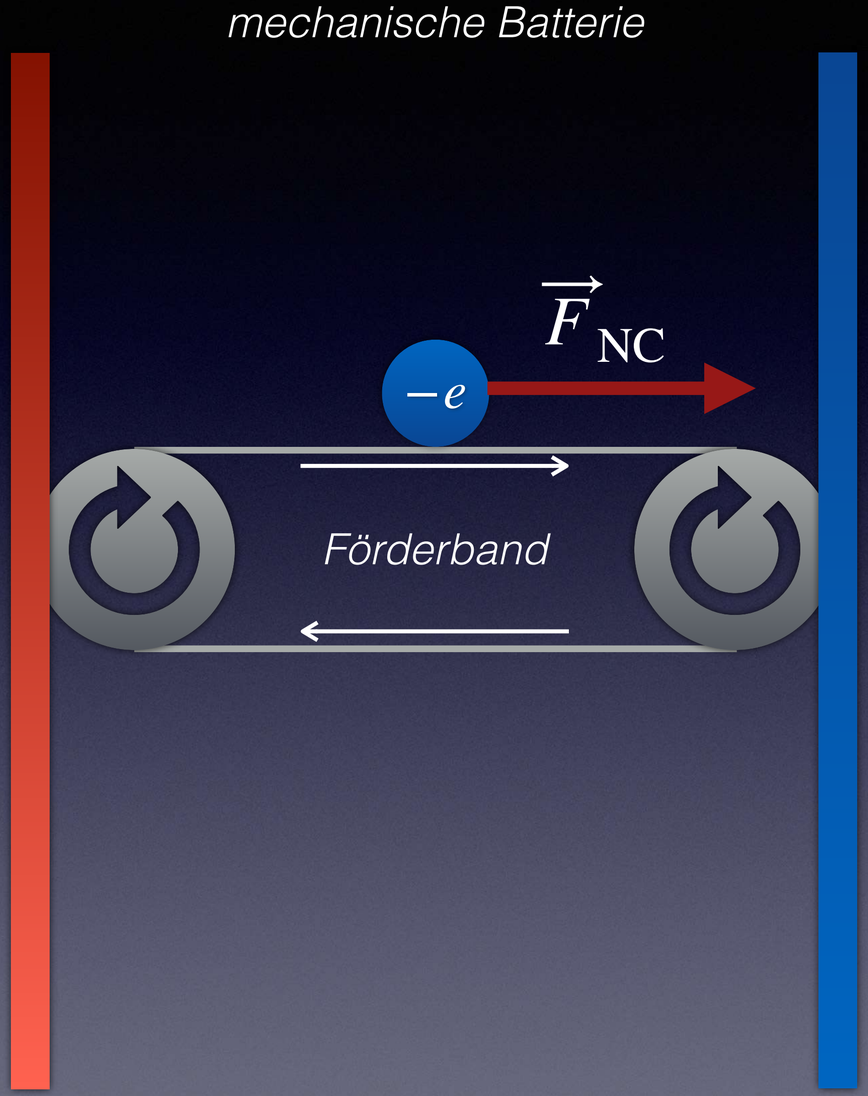
Alternativ können wir auch die Energie pro Ladungseinheit analysieren, die auf einer Reise durch den Stromkreis gewonnen und verloren geht. Wir wissen, dass das Integral des elektrischen Feldes über jeden beliebigen Weg gleich Null sein muss, solange die Größe des Stroms konstant oder nahezu konstant ist.

Verfolgt man einen Rundweg durch einen Stromkreis, also durch verschiedene Elemente $1,2,3\ldots n,$ so summieren sich die Potenzialdifferenzen zu Null. Somit gilt:

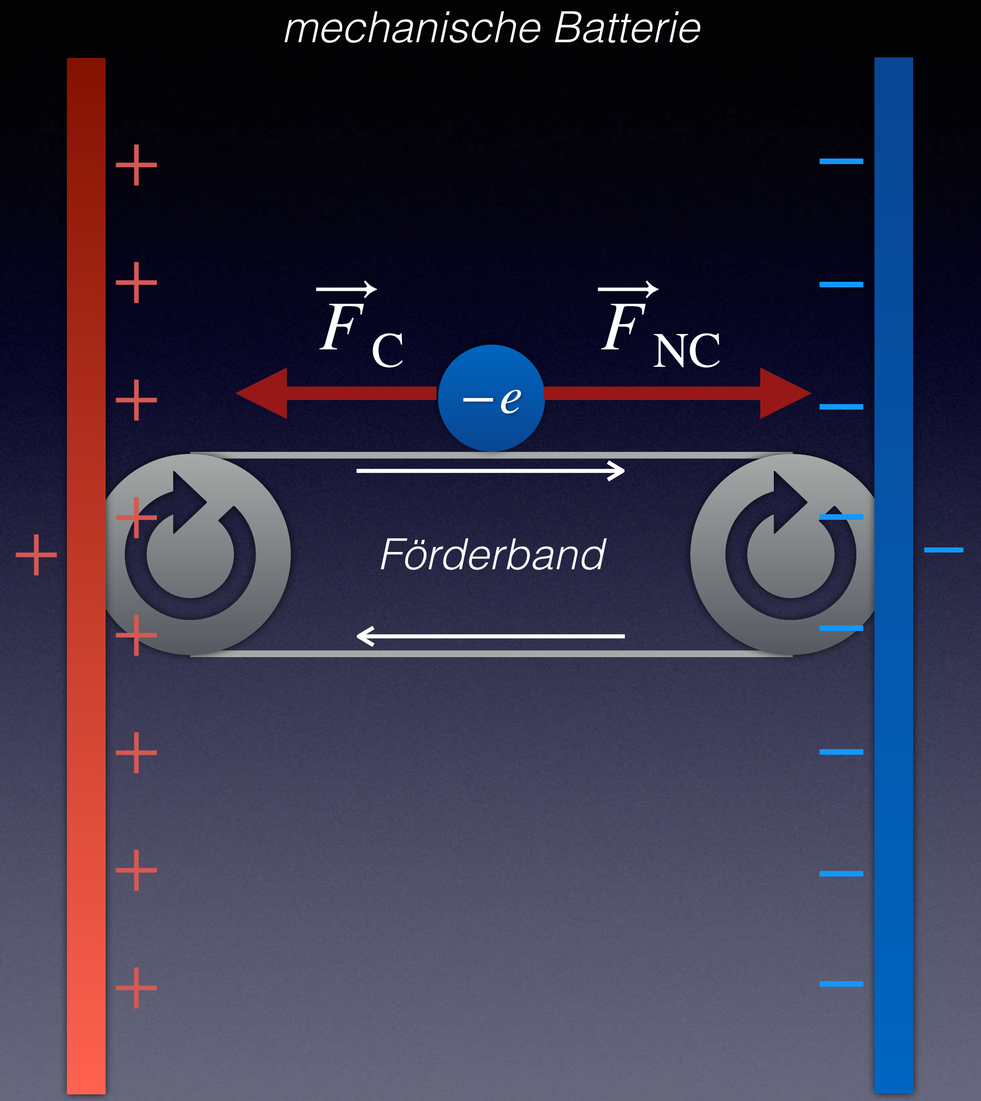
$$\sum_{i=1}^{n} \Delta V_i = 0 \; .$$

Dies entspricht im Wesentlichen dem Prinzip Energie, allerdings mit Bezug auf ein Coulomb. Denke daran, dass die elektrische Potenzialdifferenz ΔV_i als Differenz $\Delta U_i / q$ der potenziellen Energie pro Ladungseinheit definiert ist.

Entlang eines Drahtes oder eines Widerstandes der Länge L, in dem ein konstantes elektrisches Feld der Größe $\left|\vec{E}\right|$ existiert, beläuft sich die Potentialdifferenz auf $\left|\vec{E}\right| L$. Wovon hängt es ab, welche Potenzialdifferenz eine mechanische Batterie Batterie aufrechterhalten kann? Nehmen wir an, du beginnst mit ungeladenen Platten und schaltest den Motor ein, der Elektronen von der linken Platte entnimmt und sie zur rechten Platte transportiert. Das Förderband, das vom Motor angetrieben wird, übt auf jedes Elektron eine Kraft $\vec{F}_{\mathrm{NC}}$ aus, die wir als „Nicht-Coulomb“-Kraft bezeichnen. Da dies die einzige Kraft ist, wird das Elektron beschleunigt.

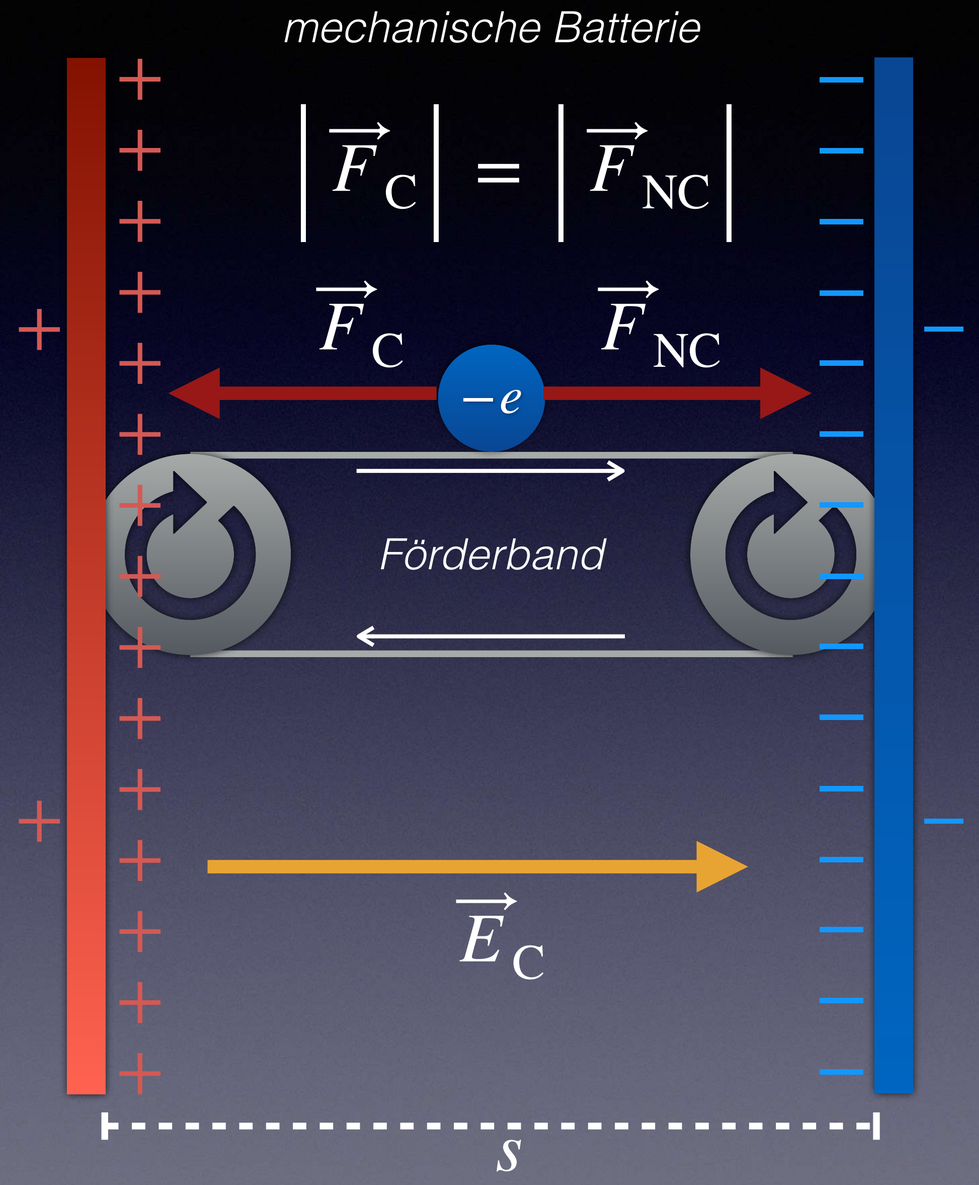


Da der Motor weiterhin Elektronen von links nach rechts transportiert, sammeln sich Ladungen auf den Platten an. Die Ladungen auf den Platten üben eine „Coulomb“-Kraft auf die transportierten Elektronen aus, die der Nicht-Coulomb-Kraft, die das Förderband ausübt, entgegengesetzt ist. Die Beschleunigung der Elektronen ist nun geringer als unmittelbar nach dem Einschalten des Motors.



Schließlich befindet sich genügend Ladung auf den Platten, damit $\vec{F}_{\mathrm{C}} + \vec{F}_{\mathrm{NC}} = \vec{0}$, bzw. $-e\vec{E}_{\mathrm{C}} + \vec{F}_{\mathrm{NC}} = \vec{0}$ gilt.

An diesem Punkt kann der Motor keine weitere Ladung mehr transportieren, und die Platten sind dann so stark wie möglich aufgeladen. Wir sehen, dass die Funktion einer mechanischen Batterie (oder einer chemischen Batterie) darin besteht, eine Potenzialdifferenz zu erzeugen und aufrechtzuerhalten, indem Elektronen aus der positiven Platte herausgezogen und auf die negative Platte gedrückt werden. Die Höhe der Potenzialdifferenz wird durch die Stärke des Motors in einer mechanischen Batterie (oder durch die Art der chemischen Reaktionen in einer chemischen Batterie) begrenzt oder bestimmt.



Wenn der Abstand zwischen den (großen) Platten einer mechanischen Batterie gleich s und das elektrische Feld $\vec{E}_{\mathrm{C}}$ der geladenen Platten zwischen den Platten homogen ist, dann ist die Potenzialdifferenz ΔV_{Batt} zwischen den Polen der Batterie durch

$$\left|\Delta V_{\mathrm{Batt}}\right| = \left|\vec{E}_{\mathrm{C}}\right| s = \frac{\left|\vec{F}_{\mathrm{NC}}\right| s}{e}$$

gegeben. Die Größe auf der rechten Seite, die Energiezufuhr pro Ladungseinheit, ist eine Eigenschaft der Batterie und wird als Elektromotorische Kraft „EMK“ (en: *electromotive force* „EMF“) der Batterie bezeichnet. Eigentlich unglücklich, da es sich bei dieser Größe nicht um eine Kraft handelt.

Es ist wichtig, sich zu vergegenwärtigen, dass, obwohl die Einheit der EMK Volt ist, die EMK keine Potentialdifferenz ist. Die Potenzialdifferenz ist ein Wegintegral des elektrischen Feldes, das von realen Ladungen erzeugt wird. Die EMK ist dagegen der Energieaufwand pro Ladungseinheit und kann im Prinzip gravitativen oder nuklearen Ursprungs sein. Unsere mechanische Batterie könnte zum Beispiel durch ein fallendes Gewicht betrieben werden.

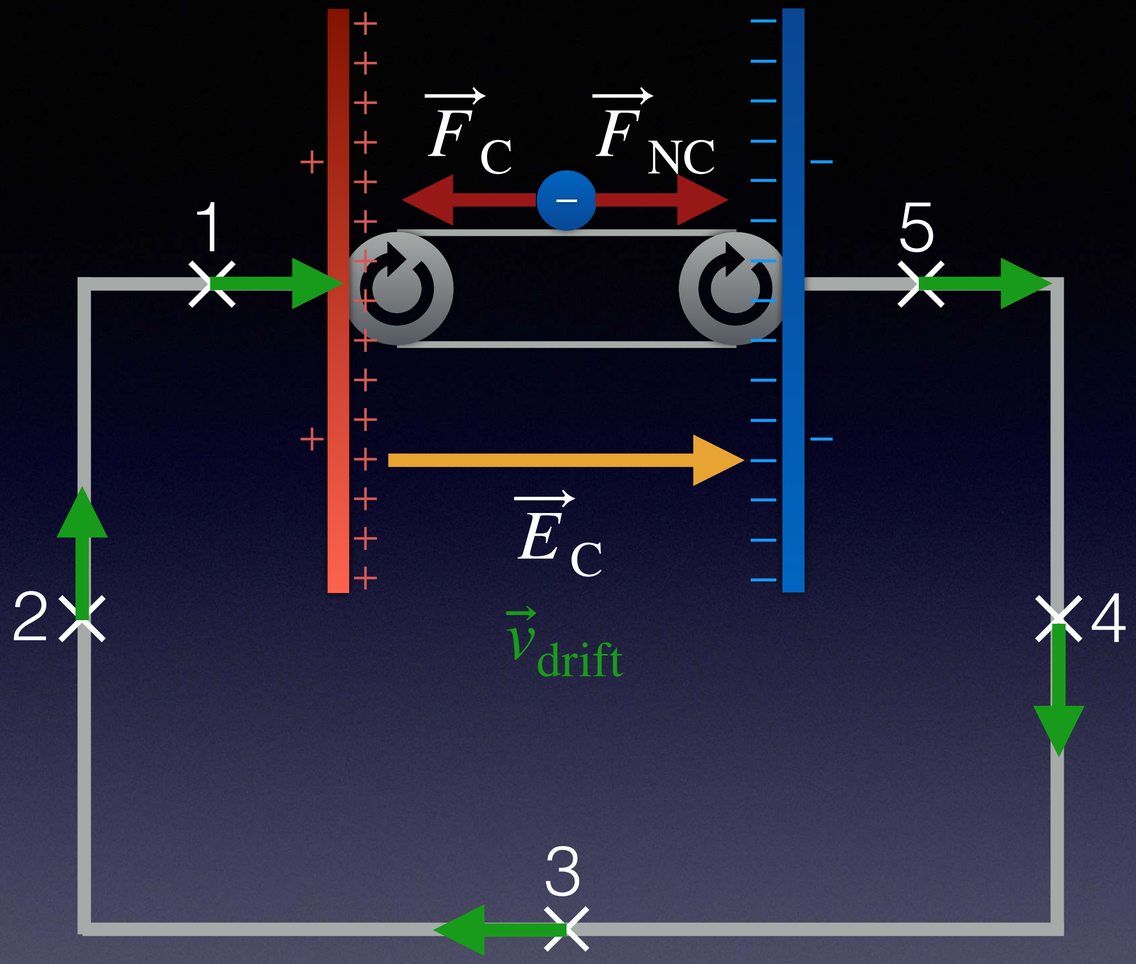
Eine Batterie hält eine Potentialdifferenz über der Batterie aufrecht. Diese Potenzialdifferenz ist bei Batterien, die eine geringe Stromstärke liefern, numerisch gleich ihrer EMK. Später werden wir erörtern, wie die Potenzialdifferenz abnimmt, falls der Strom groß wird.

Kontrollpunkt 5

1. Wenn die (Kondensator-) Platten einer mechanischen Batterie im Vergleich zum Abstand s zwischen den Platten sehr groß sind und die Fläche einer Platte gleich A ist. (1) Zeige, dass die Ladungsmenge Q auf einer der Platten einer isolierten Batterie durch die EMK der Batterie bestimmt wird: $Q = \epsilon_0 A/s \times (\mathrm{EMK})$. (2) Für eine gewöhnliche Taschenlampenbatterie ist die $\mathrm{EMK} = 1.5\,\mathrm{V}$. Schätze die Ladungsmenge Q für eine der (Kondensator-) Platten der Batterie, deren Länge $s = 5\,\mathrm{cm}$ und Radius $R = 1\,\mathrm{cm}$ beträgt. Anmerkung: Dies ist eine sehr grobe Schätzung, da s nicht klein im Vergleich zu R ist. (3) Wie verhält sich dies im Vergleich zur Ladung auf einem Klebeband? (4) Sollte man erwarten, dass ein Klebeband von einem Ende einer Batterie abgestoßen wird?

Wenn wir nun einen widerstandsbehafteten Draht von einer (Kondensator-) Platte der mechanischen Batterie zur anderen verbinden, können wir einen stationären Zustand erreichen, wenn der Motor so viele Elektronen pro Sekunde von der positiv geladenen Platte zur negativ geladenen Platte transportiert, wie durch den Draht fließen. Je größer der Strom ist, desto mehr Elektronen pro Sekunde muss der Motor transportieren, um die Platten mit Energie zu versorgen. Falls dem Ladungsfluss im Inneren der Batterie kein Widerstand entgegensteht, gilt:

$$\vec{F}_{\mathrm{C}} = -e\vec{E}_{\mathrm{C}} = -\vec{F}_{\mathrm{NC}} .$$



Bei kleinem inneren Widerstand der Batterie gilt

$$\left|\vec{F}_{\mathrm{C}}\right| = \left|\vec{F}_{\mathrm{NC}}\right| .$$

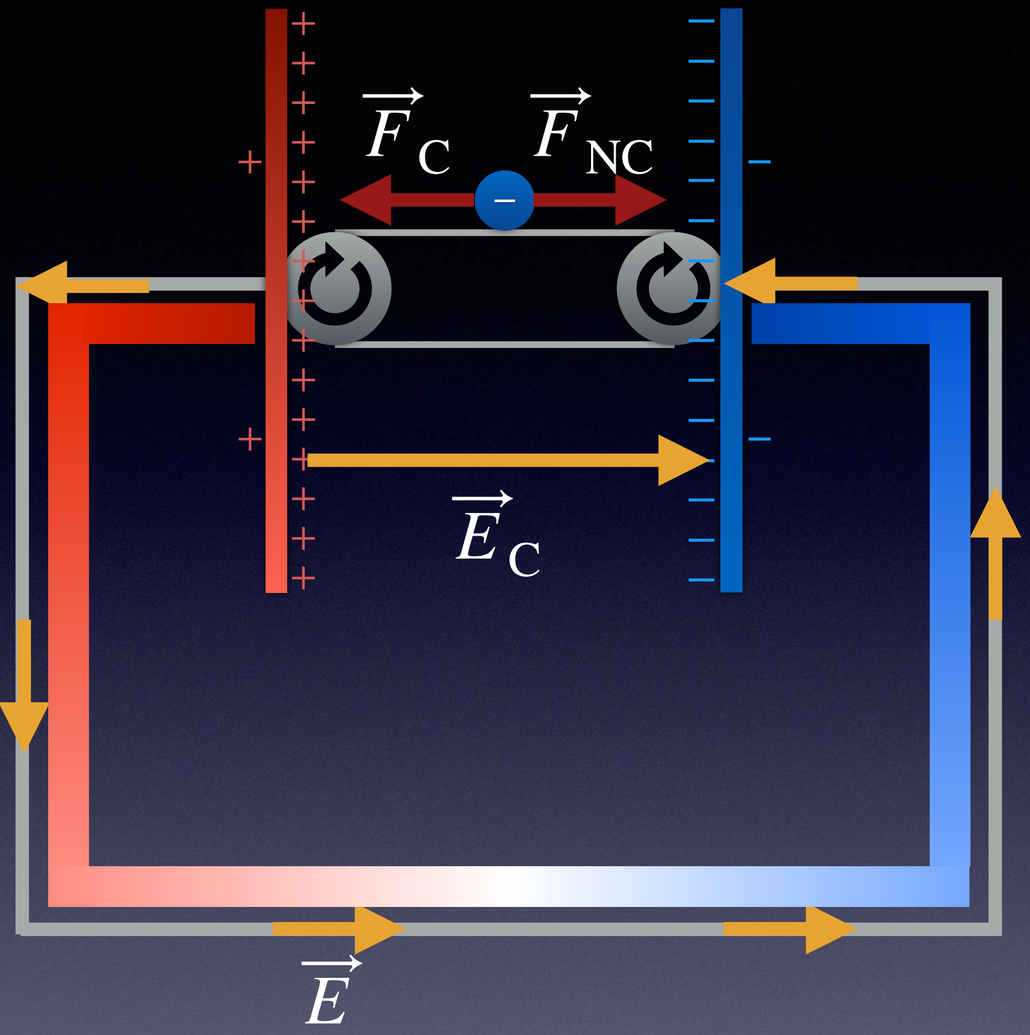
In jeder realen Batterie gibt es einen gewissen Widerstand gegen den Fluss der Ladung durch die Batterie, und dieser Widerstand wird als „Innenwiderstand“ der Batterie bezeichnet. Wenn die Mobilität eines Ions der Ladung e durch die Batterie gleich b ist, ist die Driftgeschwindigkeit $\vec{\bar{v}}$ durch die Batterie proportional zur Nettokraft pro Ladungseinheit, die auf das Ion wirkt

$$\vec{\bar{v}} = b\left(\vec{F}_{\mathrm{NC}}/e - \vec{E}_{\mathrm{C}}\right).$$

Da die Kraft $\overrightarrow{F}_{\mathrm{NC}}$ des Motors fest vorgegeben ist, wird die maximale Driftgeschwindigkeit dann erreicht, falls $\overrightarrow{E}_{\mathrm{C}} = \vec{0}$ ist, was bedeutet, dass an den Enden der Batterie keinerlei Ladung vorhanden ist. In diesem Fall ist $\Delta V_{\mathrm{Batt}} = 0$.

Wir werden die meiste Zeit die vereinfachende Annahme machen, dass die Beweglichkeit b der Ionen in der Batterie sehr hoch ist (geringer Innenwiderstand), so dass wir selbst dann eine beträchtliche Driftgeschwindigkeit erhalten, falls $\left|\overrightarrow{F}_{\mathrm{C}}\right|$ fast so groß ist wie $\left|\overrightarrow{F}_{\mathrm{NC}}\right|$. Dementsprechend nehmen wir an, dass $\Delta V_{\mathrm{Batt}} \approx \mathrm{EMK}$ ist.

In der nebenstehenden Abbildung ist zu erkennen, dass das elektrische Feld $\vec{E}_C$ im Inneren der mechanischen Batterie vom Plus-Pol zum Minus-Pol zeigt, also in die entgegengesetzte Richtung zum elektrischen Feld $\vec{E}$ in den benachbarten widerstandsbehafteten Drähten. Der Plus-Pol der Batterie liegt auf einem höheren Potenzial als der Minus-Pol.



Das elektrische Feld im Inneren der mechanischen Batterie ist dem elektrischen Feld in den benachbarten Drähten entgegengesetzt. Der Verlauf der Oberflächenladung wird schematisch angedeutet.

Wenn wir in der Abbildung auf der vorangehenden Folie an der negativen Platte der Batterie beginnen und gegen den Uhrzeigersinn gehen, ergibt sich ein Potentialanstieg von EMK über der Batterie und ein Potentialabfall von $-\left|\vec{E}\right| L$ entlang der Leitung der Länge L. Die Potentialdifferenz auf dem geschlossenen Weg ist Null:

$$\Delta V_{\text{Batt}} + \Delta V_{\text{Draht}} = 0 \,,$$

$$\text{EMK} - \left|\vec{E}\right| L = 0 \,, \text{ und damit}$$

$$\left|\vec{E}\right| = \text{EMK}/L \,.$$

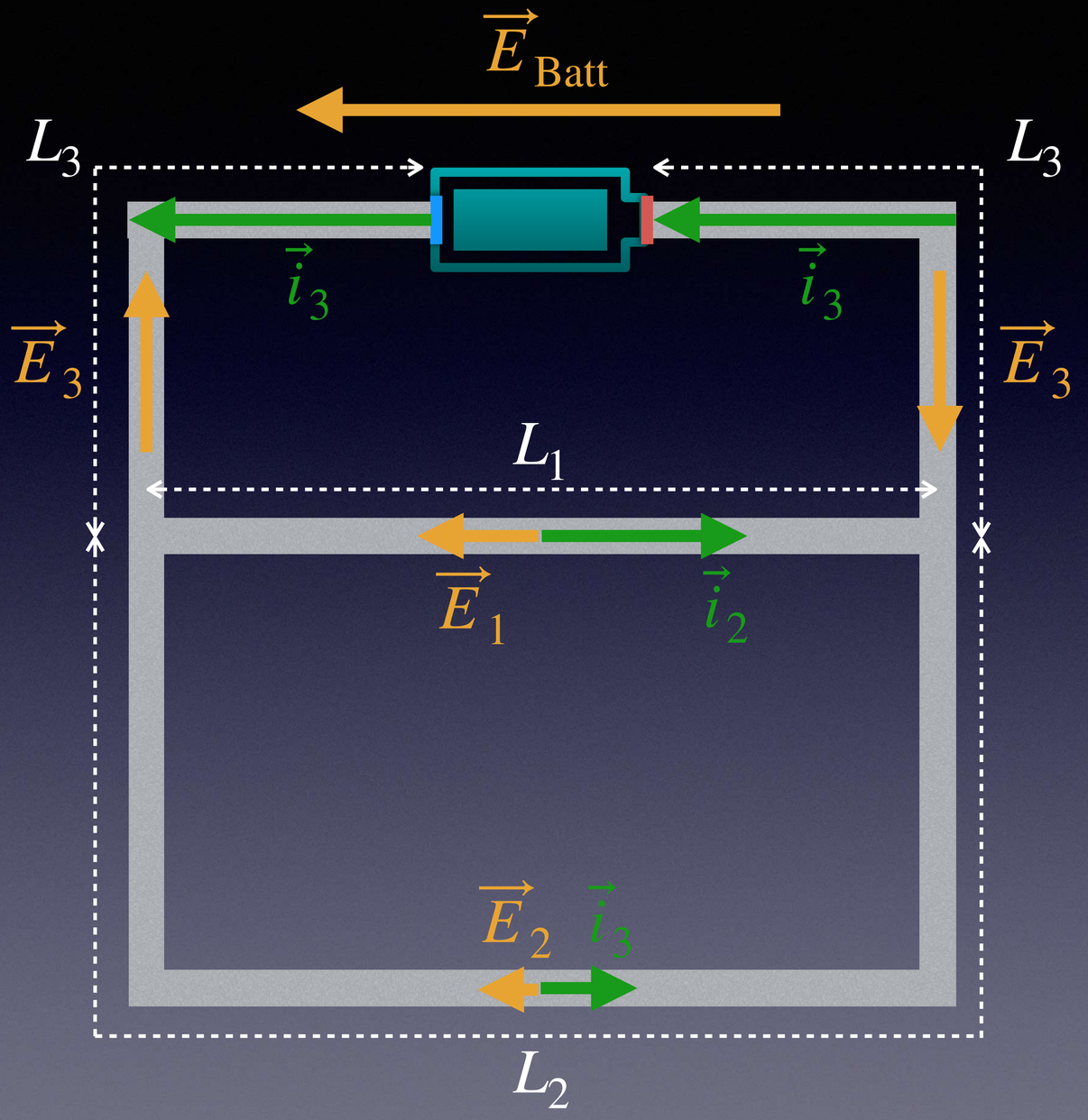
Mit Hilfe des Prinzips Energie (die Potentialdifferenz ist gleich Null) haben wir die Größe des elektrischen Feldes im Draht bestimmt. Wenn wir die Eigenschaften des Drahtes kennen (Querschnittsfläche A, Elektronendichte n und Elektronenbeweglichkeit b), können wir nun die Größe des technischen Stroms bestimmen:

$$\left|\vec{I}\right| = enbA \left|\vec{E}\right| \equiv enbA\frac{\mathrm{EMK}}{L} .$$

Die nebenstehende Abbildung zeigt eine Parallelschaltung mit mehr als einem Pfad des elektrischen Stroms. Beginne am negativen Ende der Batterie und dem Pfad unter Einschluss von L_1 entgegen dem Uhrzeigersinn und schließlich durch die Batterie zur Ausgangsstelle. Mache dasselbe unter Einschluss von L_2. Wir erhalten:

$$2L_3\left|\vec{E}_3\right| + L_1\left|\vec{E}_1\right| - \text{EMK} = 0$$

$$2L_3\left|\vec{E}_3\right| + L_2\left|\vec{E}_2\right| - \text{EMK} = 0$$



Die beiden Gleichungen auf der vorangehenden Folie implizieren (korrekterweise), dass $L_1 \left| \vec{E}_1 \right| = L_2 \left| \vec{E}_2 \right|$ ist, was stimmig ist: Da die beiden Abschnitte L_1 und L_2 der Drähte die gleichen Anfangs- und Endpunkte haben, weise sie dieselben Potenzialdifferenzen auf.

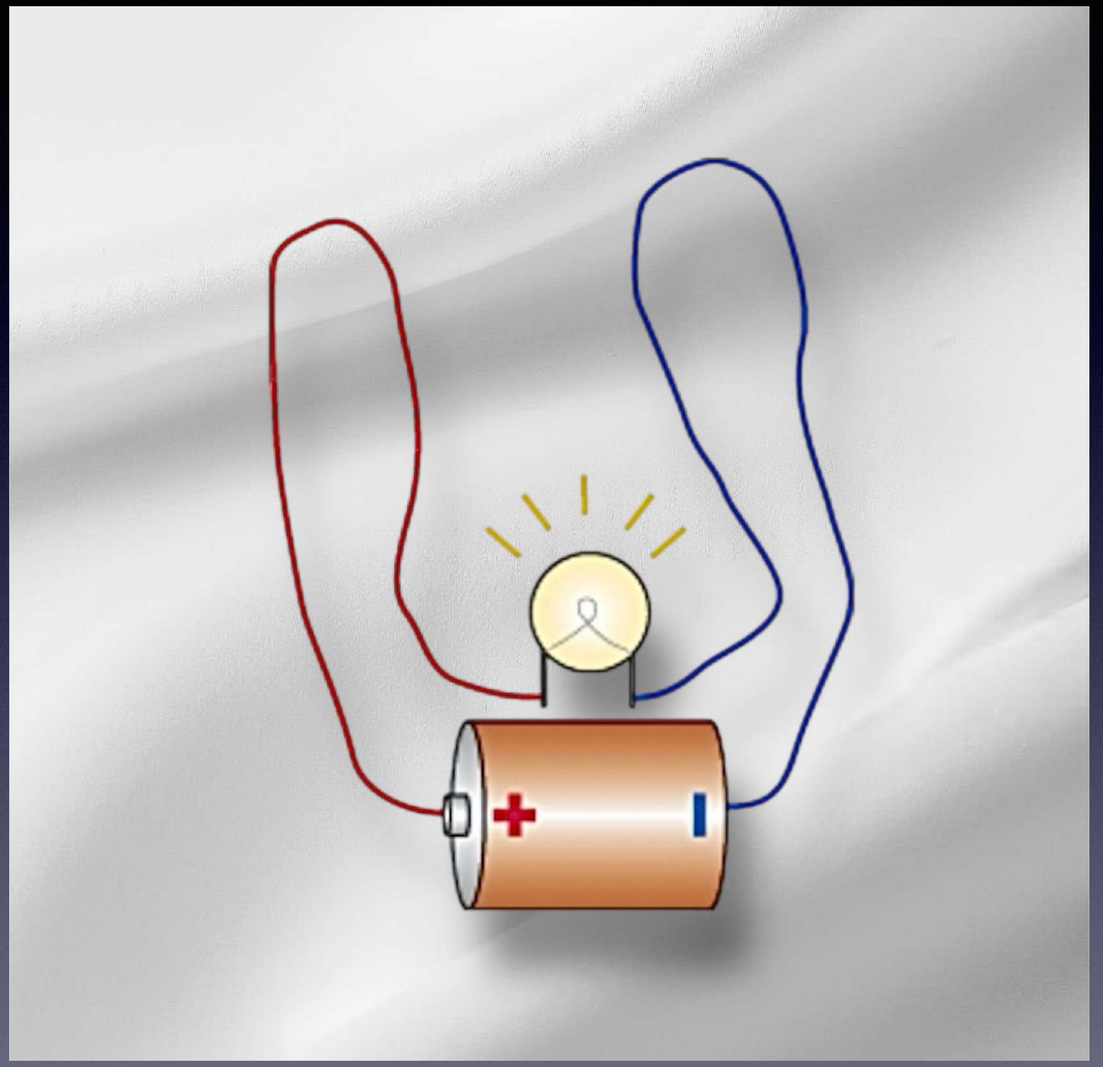
Beachte außerdem, dass aufgrund des Prinzips der Erhaltung der Ladung im stationären Zustand

$$\left| \vec{i}_3 \right| = \left| \vec{i}_1 \right| + \left| \vec{i}_2 \right|$$

gelten muss.

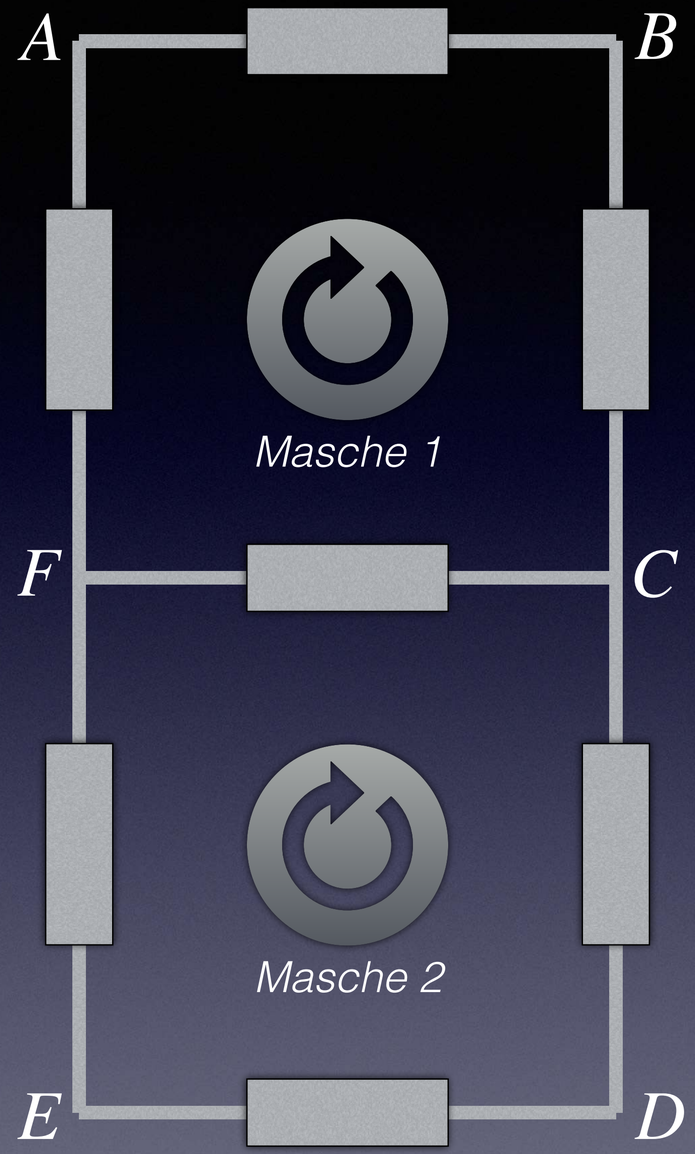
Kontrollpunkt 6

Erkläre kurz, weshalb sich die Helligkeit einer Glühbirne nicht merklich ändert, wenn man längere Kupferdrähte zum Anschluss an die Batterie verwendet.



Prinzip-Bild „Stromkreis mit Glühbirne“.

Die Maschen-Regel kann entlang eines beliebigen Pfades durch eine beliebig komplizierte Schaltung angewendet werden. Betrachten wir eine Schaltung, die aus sieben Komponenten besteht, die durch dicke Kupferdrähte mit hoher Elektronenbeweglichkeit miteinander verbunden sind. Die Komponenten könnten Widerstände, Batterien, Kondensatoren oder sogar komplexere Geräte wie Halbleiterdioden sein!



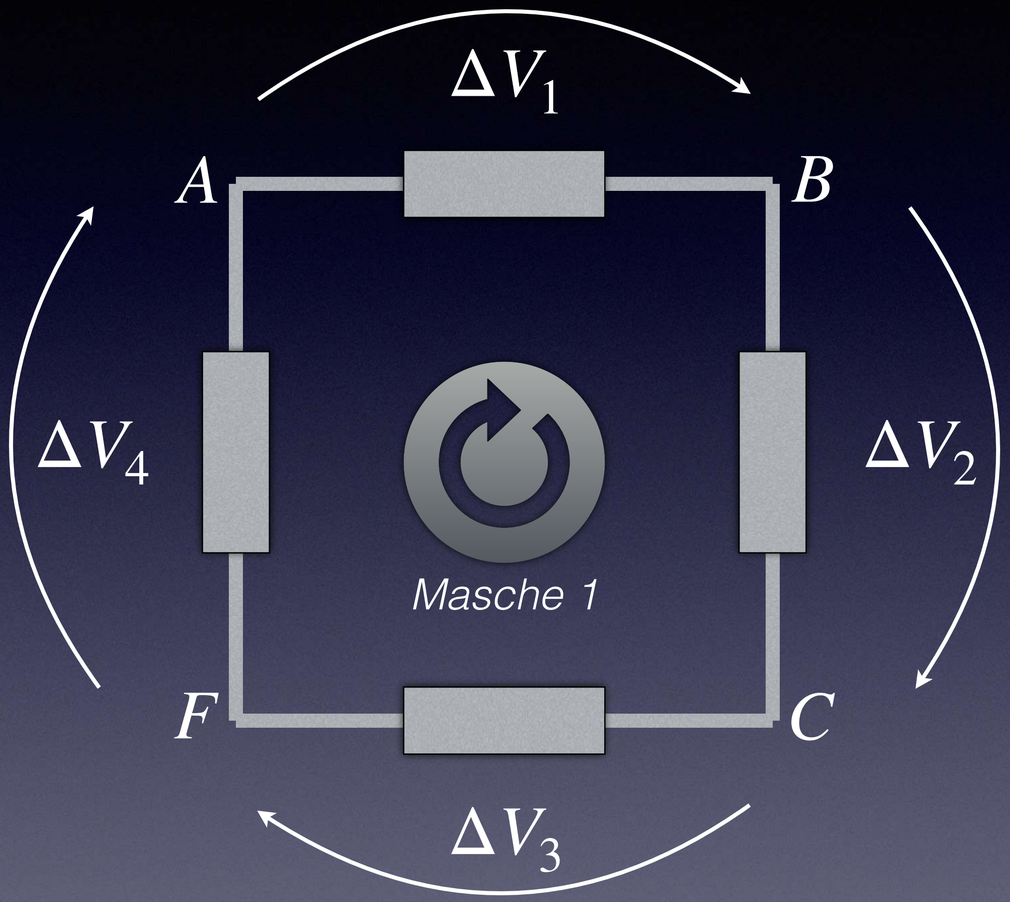
Ein Schaltkreis mit Geräten, die durch dicke Kupferdrähte verbunden sind.

Nebenstehend ist der obere Teil der kompletten Schaltung (siehe vorangehende Folie) dargestellt. Beginne an der Stelle A und gehe den Pfad $ABCFA$ entlang. Wir erhalten:

$$\begin{aligned}\Delta V_1 &= V_B - V_A\,,\\ \Delta V_2 &= V_C - V_B\,,\\ \Delta V_3 &= V_F - V_C\,,\\ \Delta V_4 &= V_A - V_F\,.\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{4} \Delta V_i = 0\,.$$

Die Potenzialdifferenz in einer Masche muss gleich Null sein,

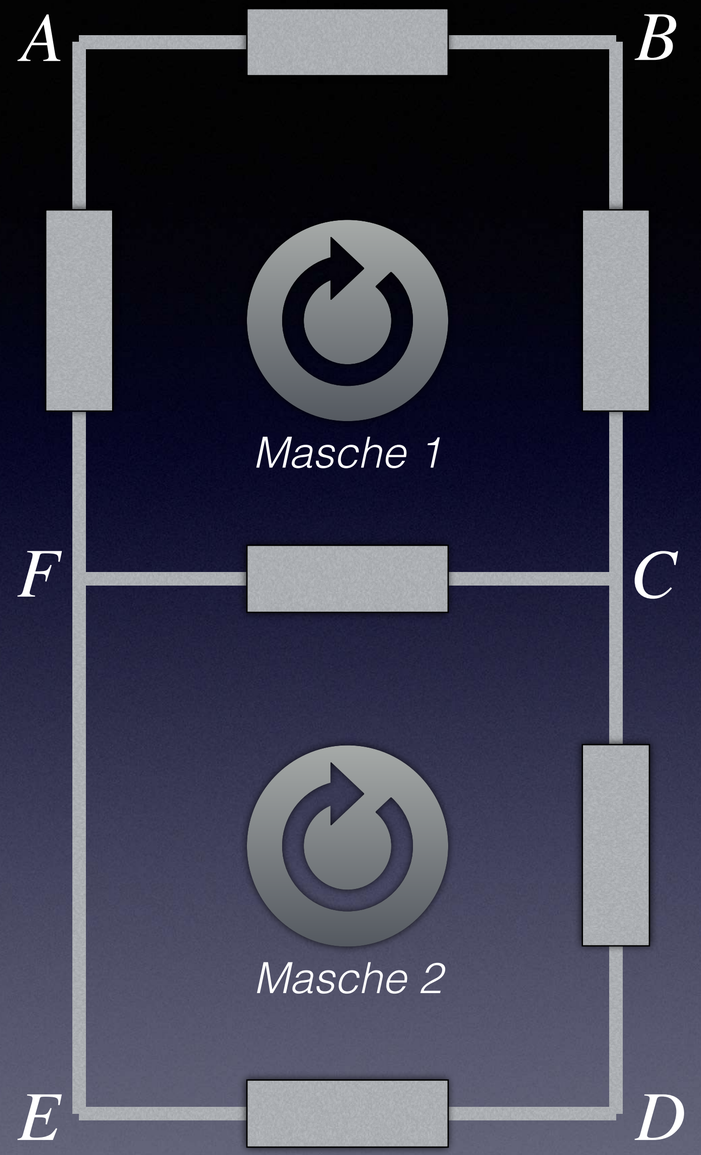


Kontrollpunkt 7

Für die nebenstehende Schaltung wurden folgende Potenzialdifferenzen ermittelt:

$$V_C - V_F = 5\,\mathrm{V}$$
$$V_D - V_E = 3.5\,\mathrm{V}$$
$$V_E - V_F = 0\,\mathrm{V}$$

(1) Wie groß ist die Potenzialdifferenz $V_C - V_D$? (2) Wenn es sich bei dem Element zwischen *C* und *D* um eine Batterie handelt, bei welcher Position befindet sich dann der Plus-Pol der Batterie?



Anwendungen der Theorie

Wir kennen nun zwei Prinzipien, auf die wir uns bei der Analyse von Schaltkreisen stützen können:

1. Prinzip der Erhaltung der elektrischen Ladung (→ Knotenregel);

2. Prinzip der Erhaltung der Energie (→ Maschenregel).

Wir werden diese Prinzipien anwenden, um das Verhalten einfacher Schaltungen vorherzusagen. Diese Vorhersagen können durch Messung der Ströme in den Schaltkreisen überprüft werden.

„Die Knotenregel beschreibt die Erhaltung der elektrischen Ladung und sagt aus, dass in den Knoten weder Ladungen vernichtet noch zwischengespeichert werden.“

$$\sum_{\text{in}} i_n = \sum_{\text{out}} i_n \text{ oder } \sum_{\text{in}} I_n = \sum_{\text{out}} I_n$$

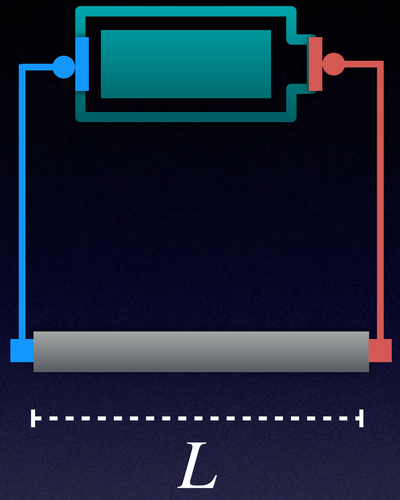
Erste Kirchhoffsche Regel

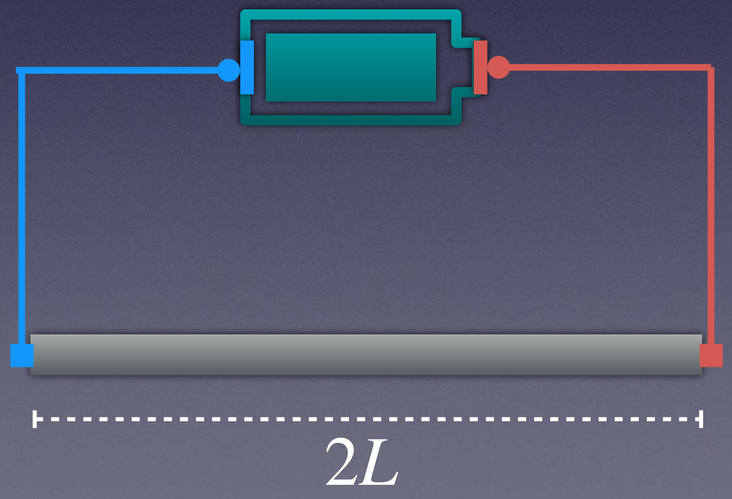
„Die Maschenregel beschreibt die Erhaltung der elektrischen Energie in der Elektrostatik. Darin gilt, dass eine Ladung e bei einem einmaligen Umlauf des Stromkreises insgesamt keine Arbeit im elektrischen Feld verrichtet.“

$$\sum_{\text{masche}} \Delta V_n = 0$$

Zweite Kirchhoffsche Regel

In jedem der beiden nebenstehend dargestellten Stromkreise ist ein widerstandsbehafteter Draht, der eine geringe Elektronenbeweglichkeit aufweist, über hoch leitfähige Kupferdrähte mit einer Batterie verbunden. Die Schaltungen unterscheiden sich nur durch die Länge des hier grau dargestellten Drahts. Angenommen, du misst die Kompassauslenkung, die durch den Strom in jedem Stromkreis erzeugt wird. Falls der Strom durch den Draht der Länge L eine Kompassabweichung θ erzeugt, welche Kompassabweichung würdest du für den Draht der Länge $2L$ erwarten?





Maschen 1 und 2:

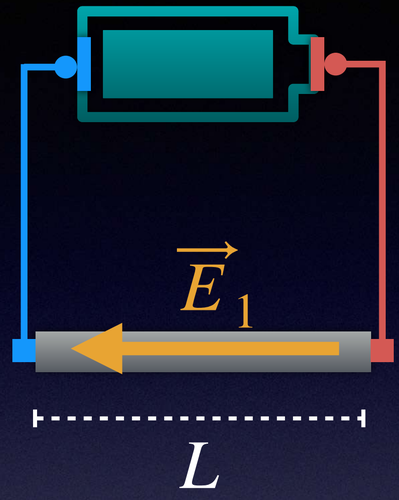
$$\left|\vec{E}_1\right| L - \mathrm{EMK} = 0 \text{ , und}$$

$$2\left|\vec{E}_2\right| L - \mathrm{EMK} = 0 .$$

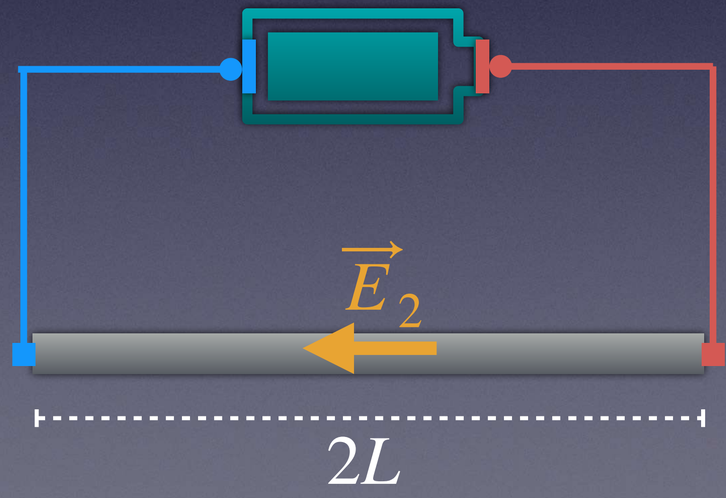
Also gilt: $\left|\vec{E}_2\right| = \left|\vec{E}_1\right| /2 .$

Und somit: $\left|\vec{I}_2\right| = \left|\vec{I}_1\right| /2 .$

Kompassablenkung: $\theta_2 = \theta_1 /2 .$

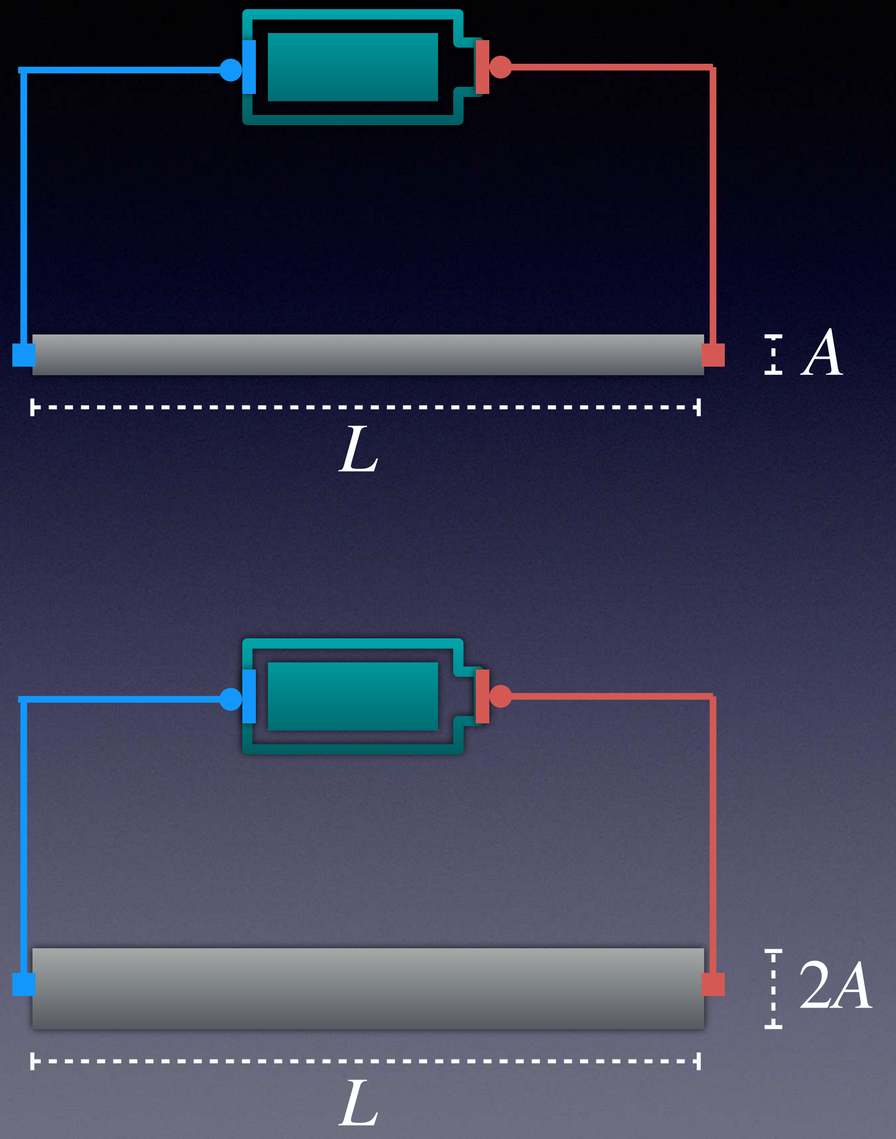


Masche 1



Masche 2

Die nebenstehende Abbildung zeigt zwei Schaltungen, in denen ein widerstandsbehafteter Draht über hoch leitfähige Kupferdrähte mit einer Batterie verbunden ist. Die Stromkreise unterscheiden sich nur durch die Querschnittsfläche des hier grau dargestellten Drahtes: der dickere Draht hat die doppelte Querschnittsfläche des dünneren Drahtes. Angenommen, du misst die Kompassauslenkung, die durch den Strom in jedem Stromkreis erzeugt wird, welche Kompassabweichung würdest du für den Draht mit $2A$ Querschnitt erwarten?



Maschen 1 und 2:

$$\left|\vec{E}_1\right| L - \mathrm{EMK} = 0 \text{ , und}$$

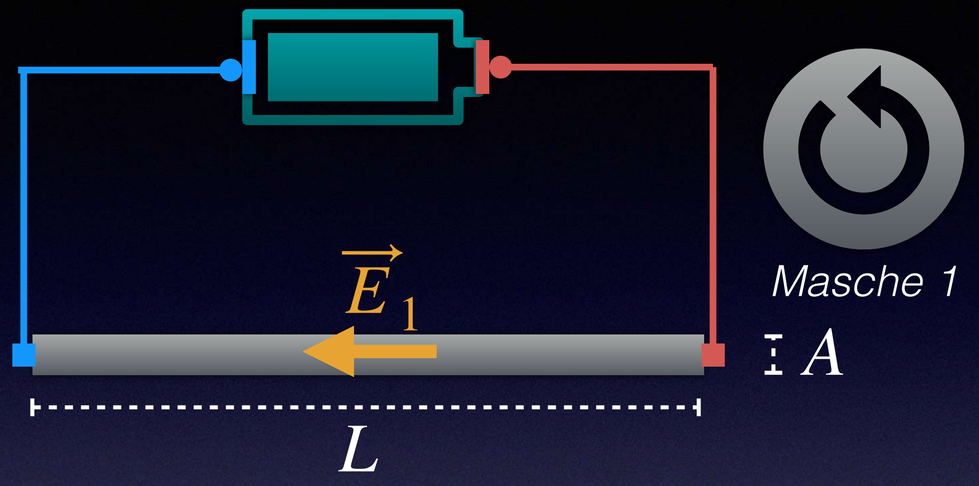
$$\left|\vec{E}_2\right| L - \mathrm{EMK} = 0 \text{ .}$$

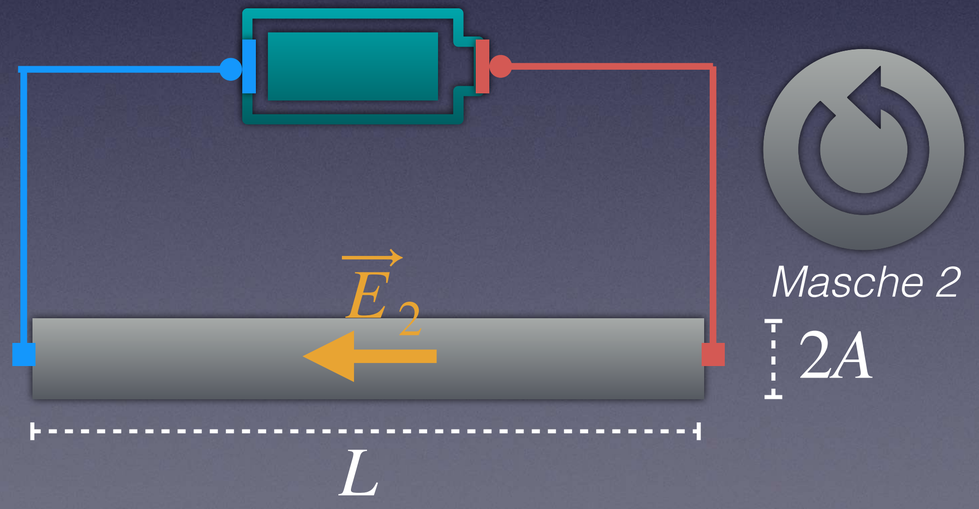
Also gilt: $\left|\vec{E}_2\right| = \left|\vec{E}_1\right|$.

Und somit: $\left|\vec{I}_2\right| = 2\left|\vec{I}_1\right|$.

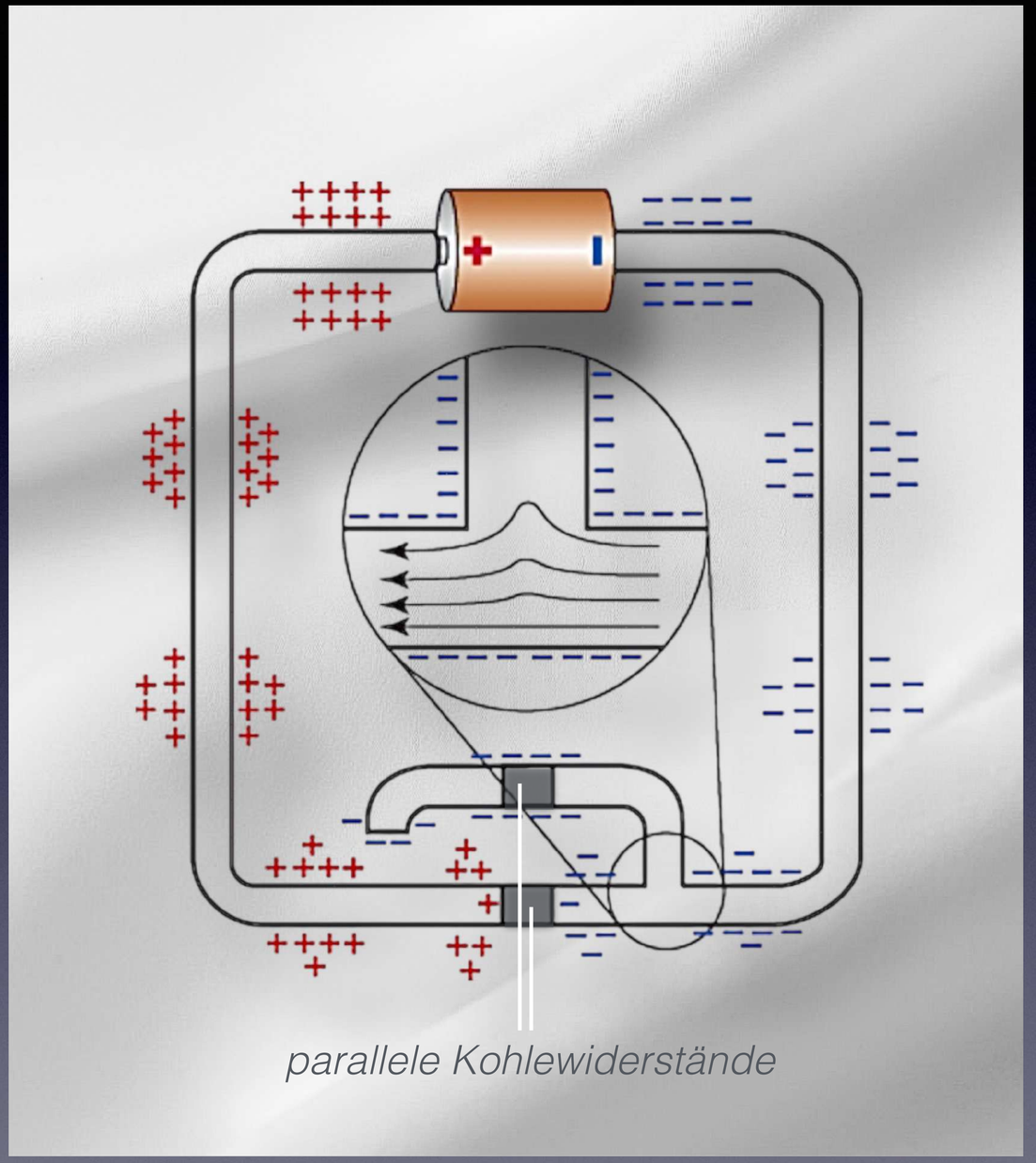
Kompassablenkung: $\theta_2 = 2\theta_1$.

Dabei wird der Innenwiderstand der Batterie vernachlässigt, der dazu führt, dass die Strommenge, die die Batterie liefern kann, begrenzt wird, so dass bei großen Querschnittsflächen und großen Strömen die Verdopplung der (großen) Querschnittsfläche nicht unbedingt die doppelte Stromstärke ergibt.



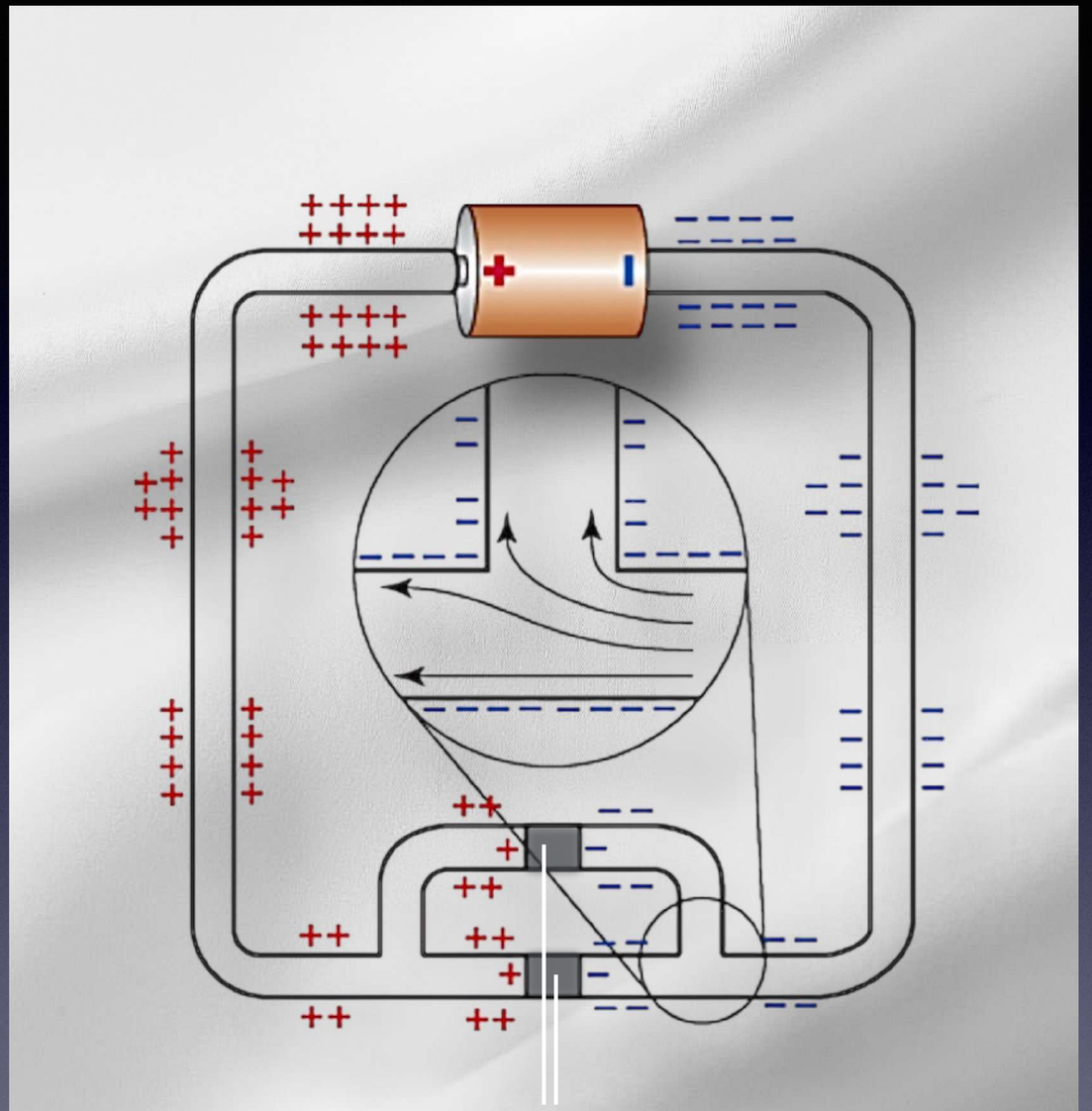


Woher weiß der Strom, wie er sich zwischen parallelen Widerständen aufteilen soll? Nebenstehende Abbildung skizziert den stationären Zustand eines Stromkreises mit zwei parallelen Kohlewiderständen. Während des anfänglichen Einschwingvorgangs, unmittelbar nach dem Anschließen der Batterie, strömen Elektronen in beide Zweige. Die Oberfläche des „toten“ Zweigs wird dabei so lange negativ geladen, bis keine weiteren Elektronen mehr eindringen können. In der Abbildung (Zoom-Ausschnitt) ist die Ablenkung der Elektronenbahnen zu sehen, die auf die fehlende Ladung unmittelbar über der Verzweigungsstelle im Inneren des toten Zweigs zurückzuführen ist. Der Draht ist durch das Hinzufügen der toten Verzweigung tatsächlich etwas breiter geworden.



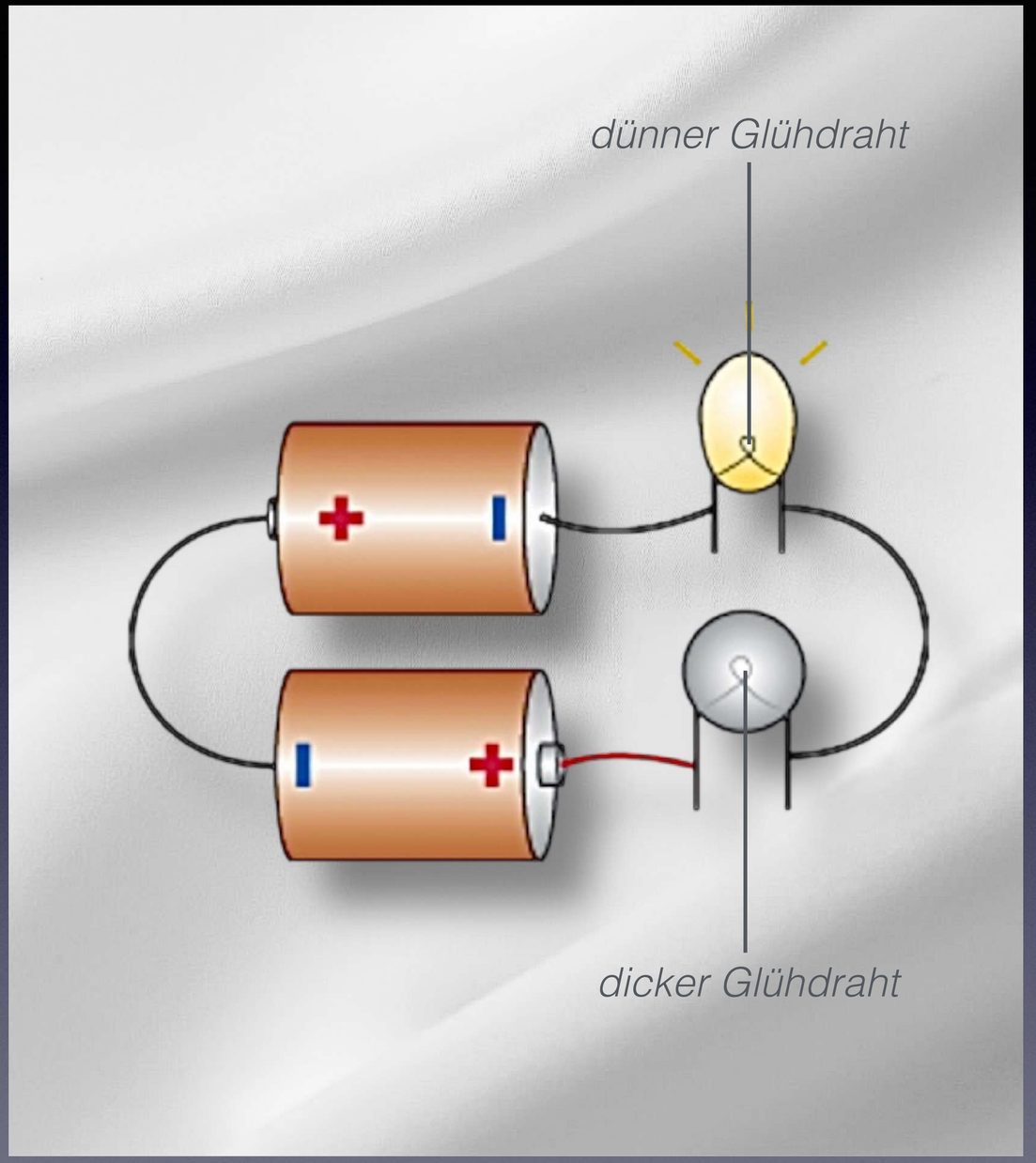
parallele Kohlewiderstände

Als Nächstes vervollständigen wir die Parallelschaltung, was zu einer Neuordnung der Oberflächen- und Grenzflächenladungen führt (siehe nebenstehende Abbildung). Die Abbildung zeigt, wie die neue Anordnung der Oberflächenladungen den ankommenden Elektronenstrom lenkt und aufteilt, wobei einige der Elektronen den oberen Zweig und einige den unteren Zweig nehmen. Man beachte, dass nun ein größerer Strom durch die Batterie fließt und ein größerer Gradient der Oberflächenladung entlang der Drähte diesen größeren Strom antreibt.



parallele Kohlewiderstände

Nebenstehende Abbildung zeigt zwei in Reihe geschaltete Glühbirnen. Die obere Glühbirne verfügt über einen dünnen Glühdraht. Die untere Glühbirne besitzt dagegen einen dicken Glühdraht. Wenn man eine Glühbirne mit dünnem Glühdraht und eine Glühbirne mit dickem Glühdraht in Reihe schaltet, leuchtet die Glühbirne mit dünnem Glühdraht, aber die Glühbirne mit dickem Glühdraht leuchtet nicht! Wie können wir dieses „rätselhafte“ Verhalten erklären?



Im stationären Zustand ist die Anzahl der Elektronen pro Sekunde, die durch jede Glühbirne fließen, gleich:

$$nbA_r \left|\vec{E}_r\right| = nbA_l \left|\vec{E}_l\right| .$$

Daraus folgt:

$$\left|\vec{E}_l\right| = \left|\vec{E}_r\right| A_r/A_l .$$

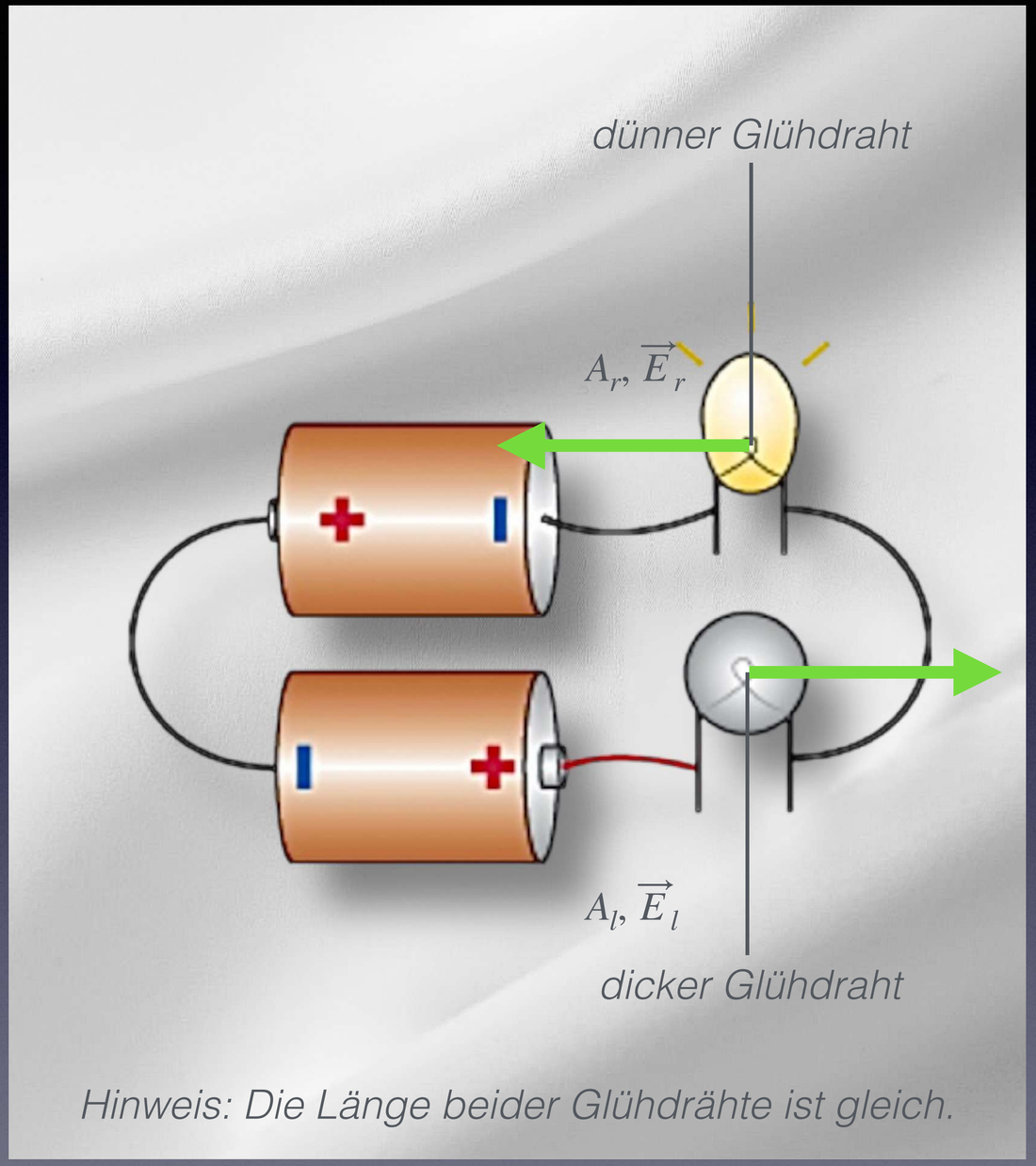
Falls untere Glühbirne alleine:

$$\left|\vec{E}_r\right| L - 2\mathrm{EMK} = 0 .$$

Falls beide Glühbirnen vorhanden:

$$\left(\left|\vec{E}_l\right| + \left|\vec{E}_r\right|\right) L - 2\mathrm{EMK} = 0 ,$$

$$\left|\vec{E}_r\right| \left(1 + A_r/A_l\right) L - 2\mathrm{EMK} = 0 .$$



Hinweis: Die Länge beider Glühdrähte ist gleich.

(Nur mit) unterer Glühbirne: $\left|\vec{E}_{r,\text{hell}}\right| = \dfrac{2\text{EMK}}{L}$.

Mit beiden Glühbirnen: $\left|\vec{E}_{r,\text{dunkel}}\right| = \dfrac{2\text{EMK}}{L\left(1 + A_r/A_l\right)}$.

Da $\left|\vec{E}_{r,\text{dunkel}}\right| \ll \left|\vec{E}_{r,\text{hell}}\right|$ ist die Zufuhr von Energie, welche im Glühfaden dissipiert wird, zu klein, um diesen zu Leuchten zu bringen. Für die Energiezufuhr finden wir:

$$\left(e\left|\vec{E}\right|L\right)\left(nbA\left|\vec{E}\right|\right)$$

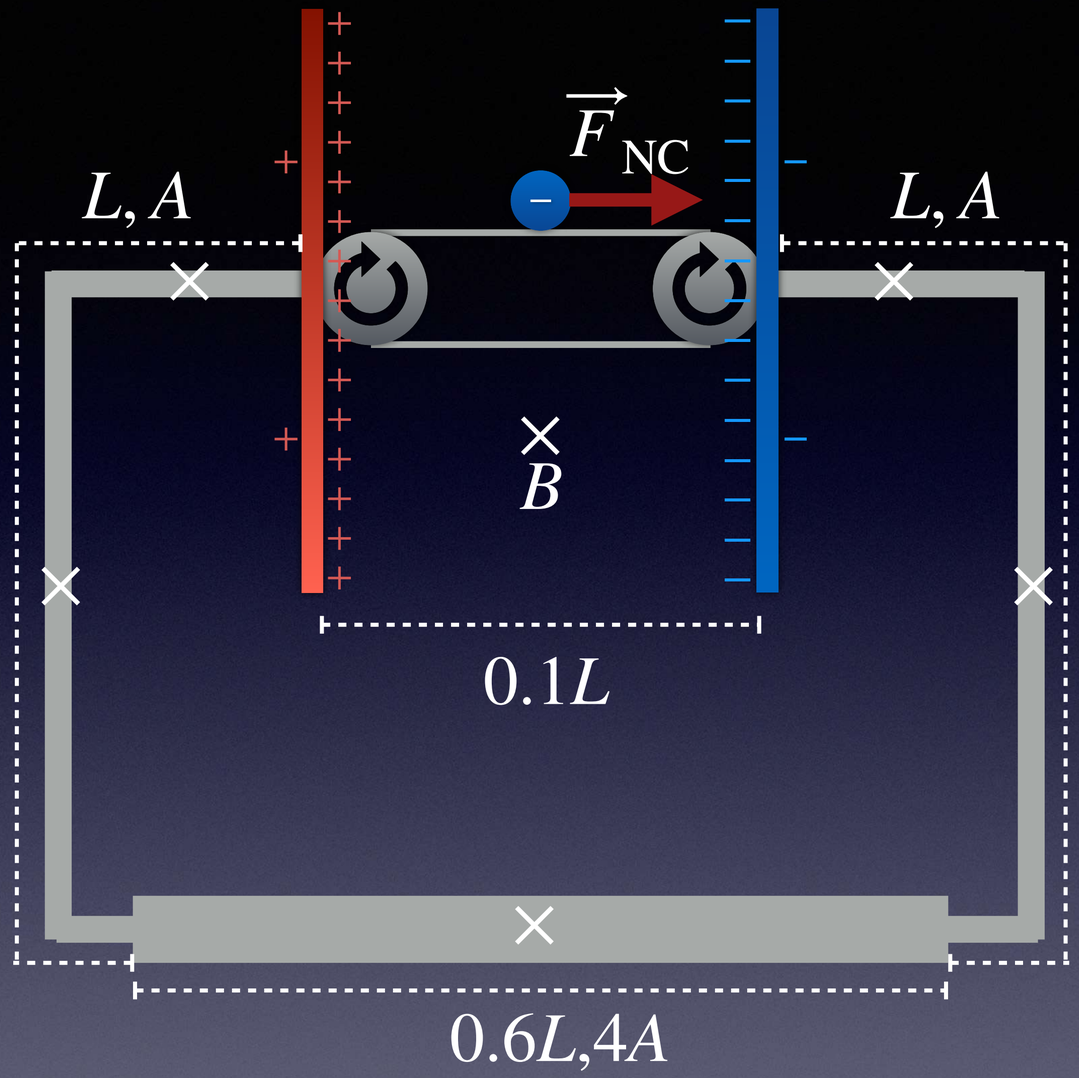
Für die Energiezufuhr pro Zeiteinheit, bzw. die Dissipation pro Zeiteinheit, finden wir:

(Änderung potenzielle Energie)x(Anzahl Elektronen pro Sekunde)

$$\left(e\left|\vec{E}\right|L\right)\left(nbA\left|\vec{E}\right|\right)=enbAL\left|\vec{E}\right|^2.$$

Wir sehen, dass der Energieverlust proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke ist.

Der nebenstehende Stromkreis enthält eine mechanische Batterie mit geringem (Innen-) Widerstand, die eine Nicht-Coulomb-Kraft $\vec{F}_{\mathrm{NC}}$ ausübt, um Elektronen durch die Batterie zu bewegen. Die Endplatten der Batterie sind im Vergleich zum Abstand $0.1L$ zwischen den Platten sehr groß. Zwei dünne widerstandsbehaftete Drähte der Länge L und Querschnittsfläche A verbinden die Batterie mit einem dicken Draht-Abschnitt der Länge $0.6L$ und Querschnittsfläche $4A$. Die Elektronenbeweglichkeit beträgt b, und es gibt n bewegliche Elektronen pro Kubikmeter in den Drähten.



Stromkreis mit einem abschnittsweise breitem Draht.

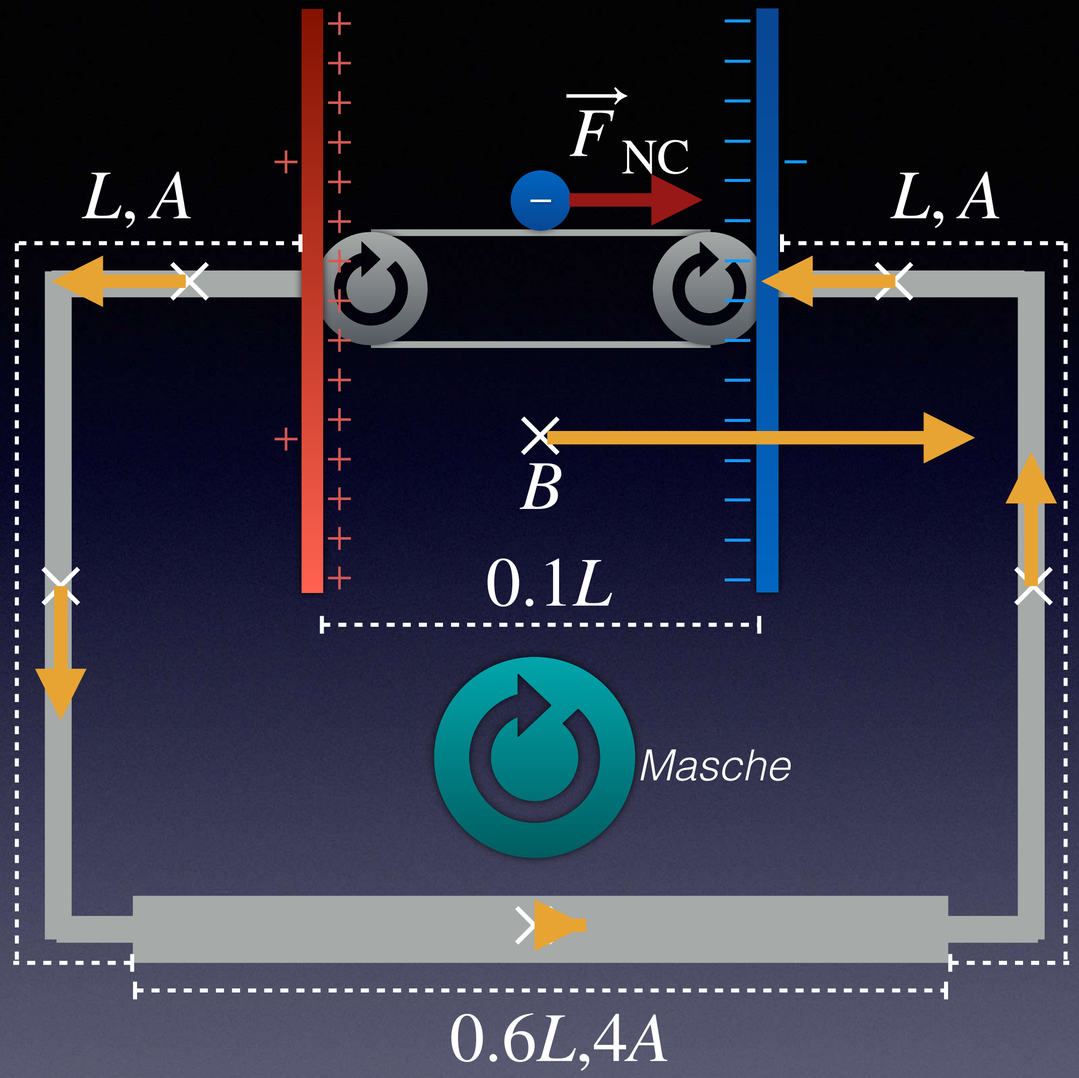
(1) Skizziere das elektrische Feld an den sechs mit ✕ markierten Stellen (einschließlich der Stelle B zwischen den Platten). Achte auf die relativen Größen der sechs Vektoren.

(2) Skizziere die ungefähre Verteilung der Ladung auf der Oberfläche der Drähte. Achte darauf, dass ihre Verteilung zu den elektrischen Feldern in Teil (1) kompatibel ist.

(3) Berechne die Anzahl der Elektronen, die pro Sekunde die Batterie verlassen, in Abhängigkeit von den gegebenen Größen L, A, n, b und $\overrightarrow{F}_{\mathrm{NC}}$ (und den Grundkonstanten).

(4) Berechne Sie die Größe des elektrischen Feldes zwischen den Platten der Batterie (bei Position B).

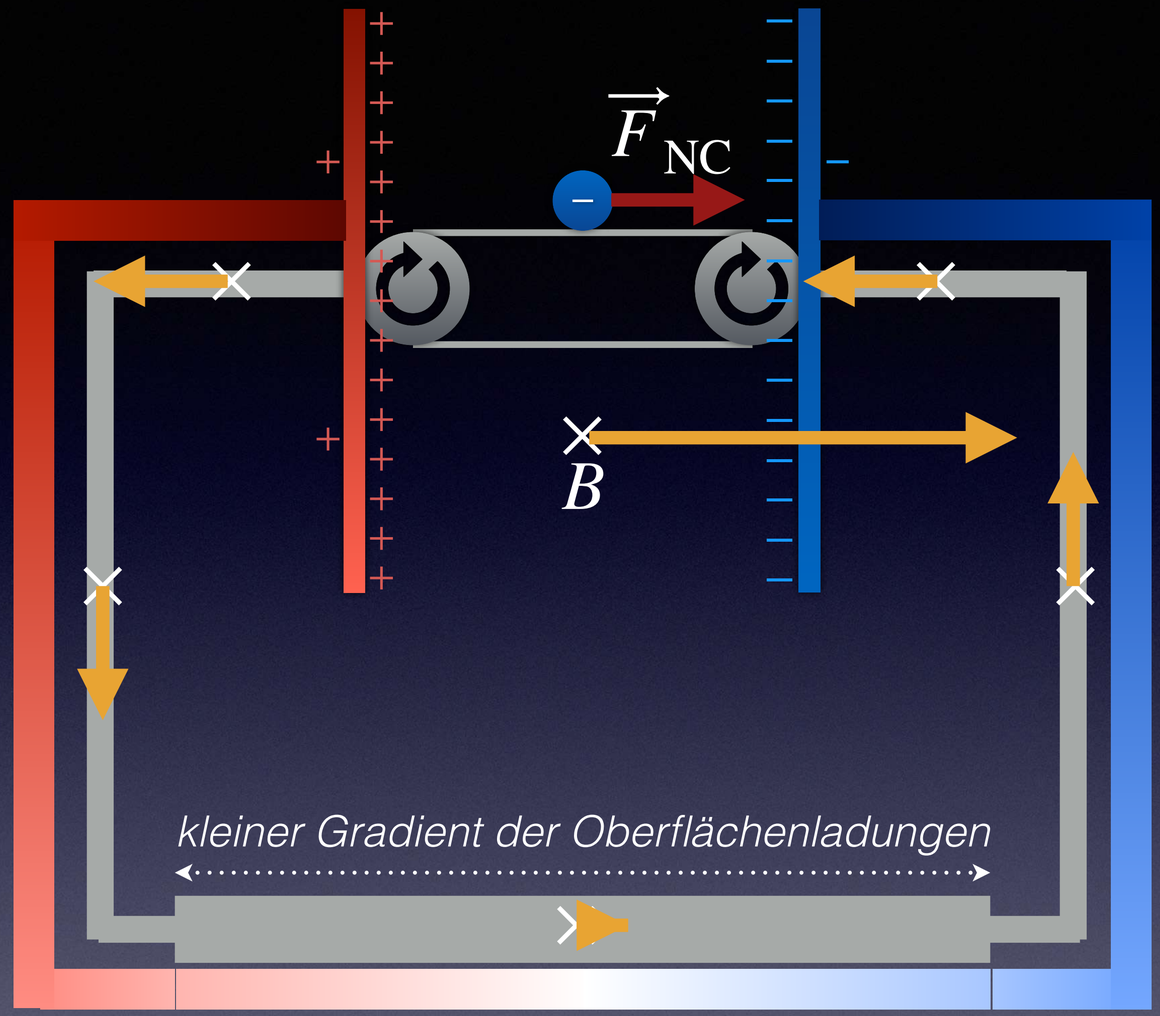
Nach der Knotenregel ist der Elektronenstrom $\vec{i}$ in den dünnen und dicken Abschnitten der Drähte gleich. Da $\vec{i} = -enbA\vec{E}$, muss $\left|\vec{E}\right|$ in den Abschnitten mit kleinerer Querschnittsfläche größer sein als in den Abschnitten mit größerer Querschnittsfläche, so wie es nebenstehend skizziert wurde. Damit die Potenzialdifferenz in der gesamten Masche Null ist, muss das elektrische Feld zwischen den Platten von links nach rechts zeigen und im Vergleich zum elektrischen Feld in den Drähten sehr viel größer sein.



Stromkreis mit einem abschnittsweise breitem Draht: Skizze des elektrischen Feldes.

Nach der Knotenregel ist der Elektronenstrom $\vec{i}$ in den dünnen und dicken Abschnitten der Drähte gleich.

Da $\vec{i} = -nbA\vec{E}$, muss $\left|\vec{E}\right|$ in den Abschnitten mit kleinerer Querschnittsfläche größer sein als in den Abschnitten mit größerer Querschnittsfläche, so wie es nebenstehend skizziert wurde. Damit die Potenzialdifferenz in der gesamten Masche Null ist, muss das elektrische Feld zwischen den Platten von links nach rechts zeigen und im Vergleich zum elektrischen Feld in den Drähten sehr viel größer sein.



Stromkreis mit einem abschnittsweise breitem Draht: Skizze des elektrischen Feldes und der Verteilung der Oberflächenladungen.

Knotenregel:

$$nbA\left|\vec{E}_{\text{thin}}\right| = 4nbA\left|\vec{E}_{\text{thick}}\right| \rightarrow \left|\vec{E}_{\text{thick}}\right| = \left|\vec{E}_{\text{thin}}\right|/4\ .$$

Maschenregel:

$$2L\left|\vec{E}_{\text{thin}}\right| + 0.6L\left|\vec{E}_{\text{thick}}\right| - \frac{0.1\left|\vec{F}_{\text{NC}}\right|L}{e} = 0\ ,$$

$$2L\left|\vec{E}_{\text{thin}}\right| + \frac{0.6L}{4}\left|\vec{E}_{\text{thin}}\right| - \frac{0.1\left|\vec{F}_{\text{NC}}\right|L}{e} = 0 \rightarrow \left|\vec{E}_{\text{thin}}\right| = \frac{\left|\vec{F}_{\text{NC}}\right|}{21.5e}\ .$$

Elektronenstrom $\left|\vec{i}\right|$:

$$\left|\vec{i}\right| = nbA\frac{\left|\vec{F}_{\mathrm{NC}}\right|}{21.5e}\,.$$

Elektrisches Feld E_B in der Batterie:

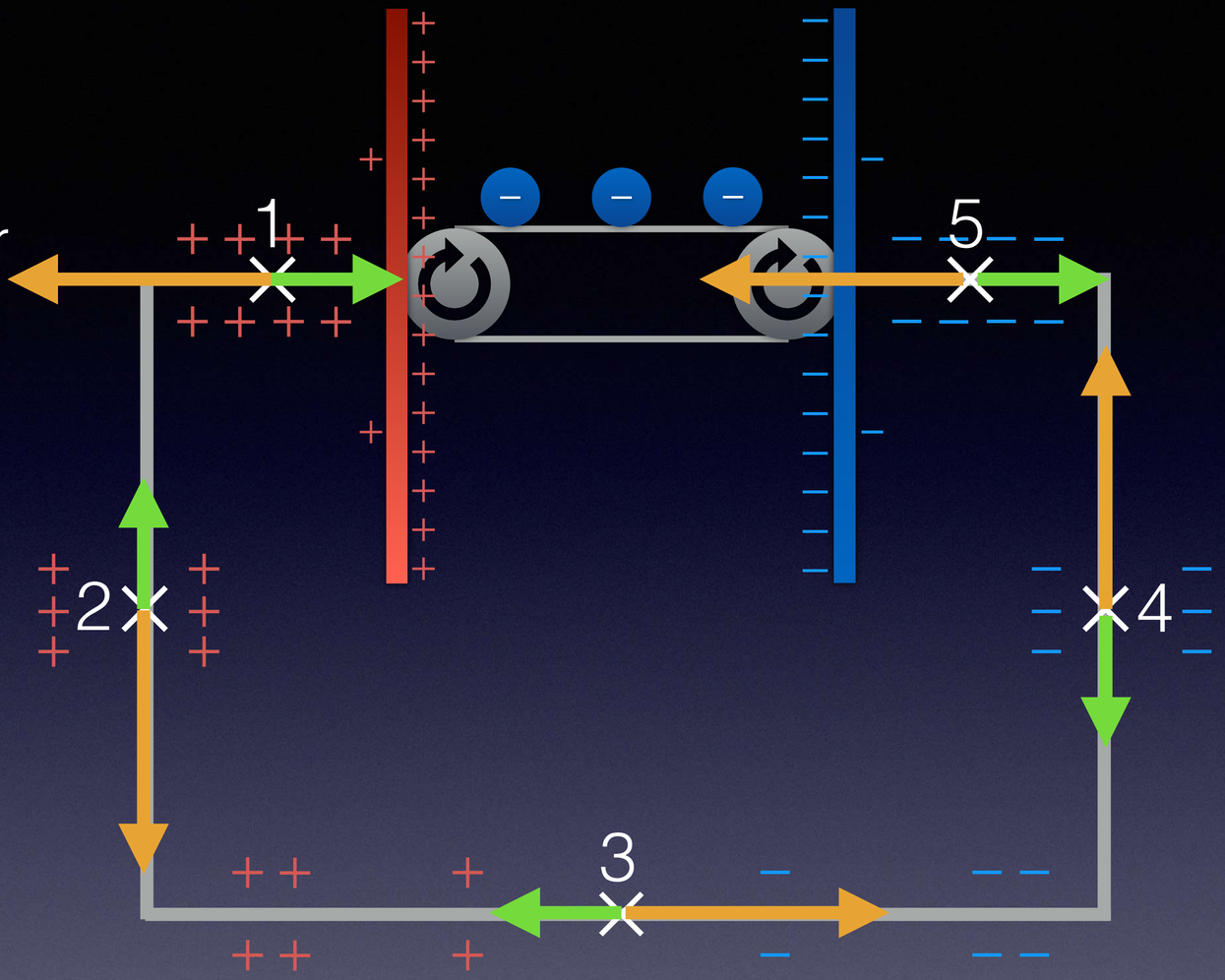
$$\left|\vec{F}_{\mathrm{NC}}\right| = 21.5e\left|\vec{E}_{\mathrm{thin}}\right| \equiv e\left|\vec{E}_B\right| \rightarrow \left|\vec{E}_B\right| = 21.5\left|\vec{E}_{\mathrm{thin}}\right|\,.$$

Antworten
(zu den „Kontrollpunkten“)

K1.1: (1) $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$; $I_4 = I_1 + I_2 - I_3$; $I_4 = +\,3\,\mathrm{A}$. (2) $I_4 = -\,2\,\mathrm{A}$. (3) Minuszeichen bei (2) deutet an, dass der Strom entgegen der in der Grafik dargestellten Pfeilrichtung fließt, also in diesem Fall einen Zustrom in den Knoten darstellt.

K2.1: (1) $\left|\vec{v}_{\mathrm{drift}}\right| = 8 \times 10^{-5}\,\mathrm{m/s}$, wegen $\left|\vec{v}_{\mathrm{drift}}\right| \propto 1/A$. (2) $\left|\vec{v}_{\mathrm{drift}}\right| = 1.8 \times 10^{-2}\,\mathrm{N/C}$, $\left|\vec{E}\right| \propto \left|\vec{v}_{\mathrm{drift}}\right|$.

K3.1: Der Betrag der elektrischen Feldstärke ist entlang des gesamten Drahtes konstant. Gleiches gilt auch für den Elektronenstrom, der allerdings in eine dem elektrischen Feld entgegengesetzte Richtung zeigt.



Geometrisch einfacher Stromkreis mit ungefährer Oberflächenladung. Die Anzahl der Plus- oder Minuszeichen zeigt schematisch die Dichte der Oberflächenladung an dieser Stelle an. Die Ladungen sind nur an wenigen Stellen eingezeichnet, um Unterschiede in der Ladungsmenge anzuzeigen.

K4.1: (1) Bei konstanter Größe der elektrischen Feldstärke muss die Stärke der Oberflächenladung gleichmäßig entlang des Drahtes variieren, was in der Analyse nicht der Fall ist. (2) In dem Abschnitt mit kleiner Querschnittsfläche ist das elektrische Feld sehr groß. Parallel dazu müsste der Gradient der Oberflächenladung ebenfalls sehr groß sein, was in der Analyse nicht der Fall ist. (3) in dem mittig liegenden dicken Abschnitt sehen wir einen sehr großen Gradienten der Oberflächenladung aber nur ein kleines elektrisches Feld. Das passt nicht zusammen. In dem rechts daneben liegenden Abschnitt ist der Gradient der Oberflächenladung zu klein, um das große elektrische Feld erzeugen zu können.

K5.1: (1) Kondensator: $\left|\vec{E}_{\mathrm{C}}\right| = Q/\left(\epsilon_0 A\right)$; Batterie $\left|\vec{E}_{\mathrm{C}}\right| = (\mathrm{EMK})/s$; daraus folgt $Q = \epsilon_0 A\,(\mathrm{EMK})/s$. (2) $Q = \epsilon_0 \pi R^2\,(\mathrm{EMK})/s$, daraus folgt (Werte eingesetzt)
$Q \approx 8.85 \times 10^{-12} \times 3.14 \times 10^{-4} \times 1.5/0.05\,\mathrm{C} \approx 8.34 \times 10^{-14}\,\mathrm{C}$. (3) Für ein Klebeband fanden wir früher $Q \approx 1 \times 10^{-8}\,\mathrm{C}$, also ein sehr viel größerer Wert als für diese Batterie ($1.5\,\mathrm{V}$). (4) Man sollte keine Abstoßung erwarten, da die abstoßende Kraft wahrscheinlich geringer wäre als die Kraft, die das Klebeband zur Batterie hin zieht, die durch das geladene Band polarisiert wurde.

K6.1: Das elektrische Feld in den sehr leitfähigen Anschlussdrähten ist sehr klein, so dass

$$\left|\vec{E}_{\text{wendel}}\right| L_{\text{wendel}} \approx (\text{EMK})$$

gilt und das elektrische Feld in der Glühwendel fast ausschließlich nur von der Länge der Wendel selbst abhängt. Dadurch ist die in der Wendel freigesetzte Energie nahezu unabhängig von der Länge der Anschlussdrähte.

K7.1: (1) $\left(V_C - V_F\right) + \left(V_D - V_C\right) + \left(V_E - V_D\right) + \left(V_F - V_E\right) = 0$, $V_C - V_D = \left(5 - 3.5 + 0\right)\,\text{V} = 1.5\,\text{V}$. (2) Plus-Pol bei C, da das Potenzial von D nach C zunimmt.

Nachwort

Die Folien versuchen eine Einführung in die Physik aus der Perspektive des 20. Jahrhunderts zu geben. Physiker erstellen Modelle der natürlichen Welt, die auf einer kleinen Anzahl grundlegender physikalischer Prinzipien und auf einem Verständnis der mikroskopischen Struktur der Materie beruhen, und sie wenden diese Modelle an, um ein sehr breites Spektrum physikalischer Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

Abfolge und Inhalt dieser Folien lehnen sich ganz eng an das Buch *Matter and Interactions* von Ruth W. Chabay und Bruce E. Sherwood an (4. Auflage, November 2017, 1040 Seiten, eText, Wiley & Sons Ltd, ISBN: 978-1-119-02908-3). Abbildungen, soweit nicht anders erwähnt, entstammen ebenfalls diesem Buch.

Ende

Folien zusammengestellt von Günther Lang

Es folgt: Teil 7 - Bauelemente eines Stromkreises