Elektrische und magnetische Wechselwirkung

Teil 1
Elektrisches Feld

Ziele

Nach Durchsicht dieser Folien solltest du in der Lage sein,

- einen mathematischen Zusammenhang zwischen elektrischem Feld und Kraft herzustellen,
- ein elektrisches 3D-Feld an einem bestimmten Ort aufgrund einer Ansammlung von Punktladungen zu berechnen,
- die bei der Ableitung von Ausdrücken für das elektrische Feld eines Dipols gemachten Näherungen erklären und anwenden zu können, und
- Betrag und Richtung des elektrischen Feldes eines Dipols an Orten in einer Ebene, die den Dipol enthält, mit Vektoren grafisch darstellen zu können.

Übersicht

- Neue Konzepte
- Elektrisches Feld und Kraft
- Das Konzept eines elektrischen Feldes
- Das elektrische Feld einer Punktladung
- Überlagerung (Superposition) elektrischer Felder
- Das elektrische Feld eines Dipols
- Wahl des Systems
- Ist das elektrische Feld real?
- Numerische Modellierung elektrischer Felder
- Antworten (zu den „Kontrollpunkten“)
- Nachwort

Neue Konzepte

Zwei wichtige neue Ideen werden den Kern unserer Studie über elektrische und magnetische Wechselwirkungen bilden.

Die erste ist das **Konzept der elektrischen und magnetischen Felder**. Dieses Konzept ist abstrakter als das Konzept der Kraft, das wir in unserem Studium der modernen Mechanik ausgiebig verwendet haben. Der Grund, warum wir die Idee des „Feldes“ in unsere Modelle der Welt einbeziehen wollen, liegt darin, dass sich dieses Konzept als sehr mächtig erweist und es uns ermöglicht, wichtige Phänomene zu erklären und vorherzusagen, die uns sonst unzugänglich wären.

Die zweite wichtige Idee ist ein **anspruchsvolleres und komplexeres Modell der Materie**. In unserem bisherigen Studium der Mechanik und Wärmephysik war es in der Regel ausreichend, einen Festkörper als eine Anordnung elektrisch neutraler mikroskopischer Massen (Atome) zu modellieren, die durch Federn (chemische Bindungen) verbunden sind. Wenn wir uns eingehender mit elektrischen und magnetischen Wechselwirkungen befassen, werden wir feststellen, dass wir auch die einzelnen geladenen Teilchen - Elektronen und Kerne - berücksichtigen müssen, aus denen die gewöhnliche Materie besteht.

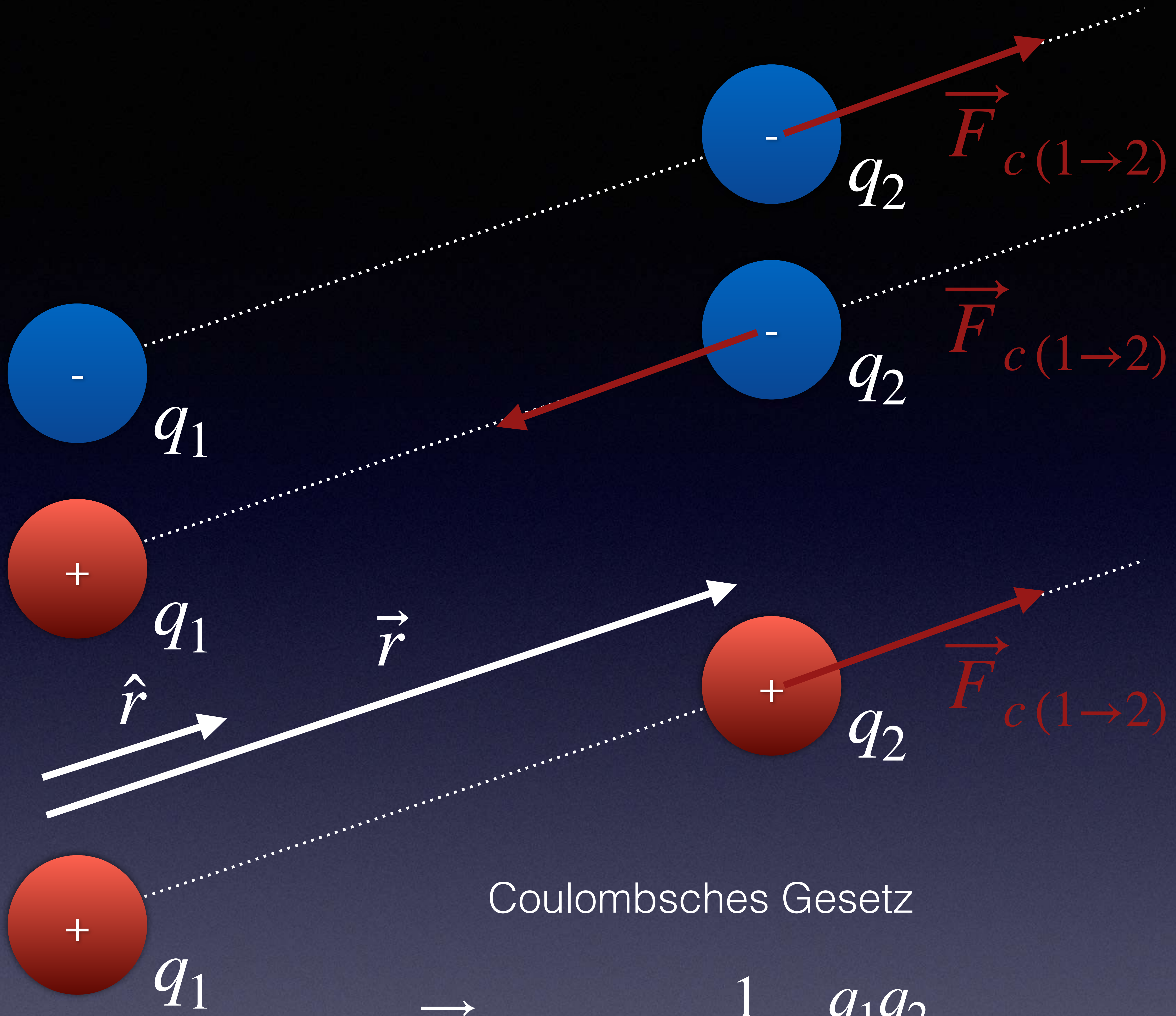
Elektrisches Feld und Kraft

Animationen zu Coulombsches Gesetz
by University of Colorado, Boulder

Das Proton hat eine Ladung (in Coulomb) von $+1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ und das Elektron hat eine Ladung von $-1.6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Das Symbol e wird häufig verwendet, um die Elementar-Ladung darzustellen. Aus den Gleichungen, die die elektrischen Kräfte und die Gravitationskräfte beschreiben, wird deutlich, dass es Ähnlichkeiten zwischen diesen Kräften gibt. Die auffälligste Ähnlichkeit besteht darin, dass die Größe beider Kräfte umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands zwischen den Mittelpunkten der Objekte ist und dass die Kraft entlang der Verbindungslinie zwischen den Objekten wirkt. Im Gegensatz zu den Gravitationskräften können elektrische Kräfte anziehend oder abstoßend sein, während Gravitationskräfte immer anziehend sind. Der konstante Faktor beträgt:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \times 10^9 \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{C}^2/(\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2)$$



Coulombsches Gesetz

$$\vec{F}_{c\,(1\to 2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\left|\vec{r}\right|^2}\hat{r}$$

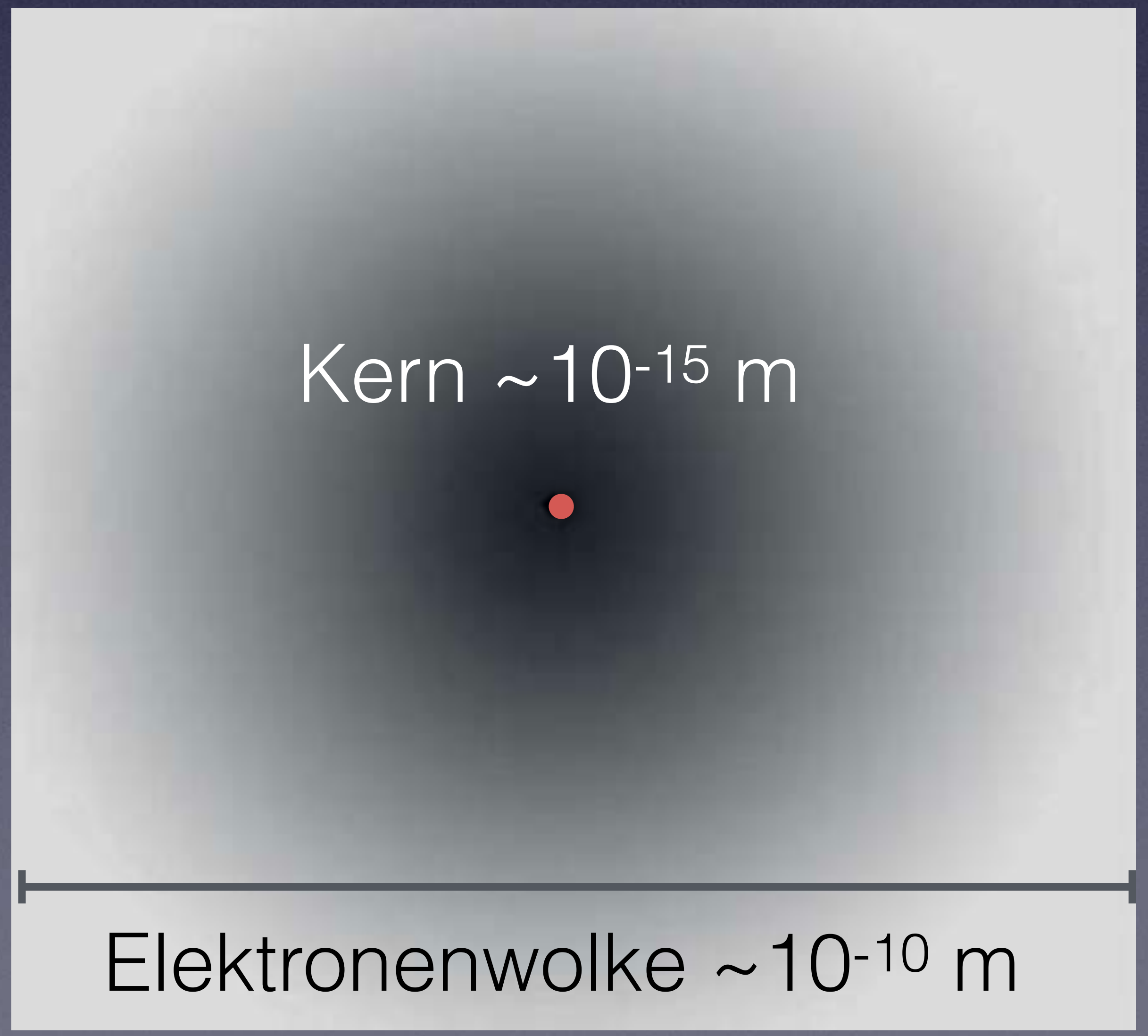
Die Coulomb-Kraft $\vec{F}_c$, die von Objekt 1 auf Objekt 2 ausgeübt wird. Relativer Positionsvektor $\vec{r}$ und Einheitsvektor $\hat{r}$ wurden zur Verdeutlichung versetzt eingezeichnet.

Teilchen	Masse	Ladung	Radius
Elektron	9×10^{-31} kg	-e (-1.6×10^{-19} C)	*nicht messbar*
Positron	9×10^{-31} kg	+e	*nicht messbar*
Proton	1.7×10^{-27} kg	+e	$\sim 1 \times 10^{-15}$ m
Antiproton	1.7×10^{-27} kg	-e	$\sim 1 \times 10^{-15}$ m
Myon	1.88×10^{-28} kg	+e oder -e	*nicht messbar*
Pion	2.48×10^{-28} kg	+e oder -e	$\sim 1 \times 10^{-15}$ m

Eigenschaften einiger geladener Teilchen. Gewöhnliche Materie besteht aus Protonen, Elektronen und Neutronen. Einige andere geladene Teilchen spielen jedoch in alltäglichen Prozessen eine Rolle, wie wir noch sehen werden.

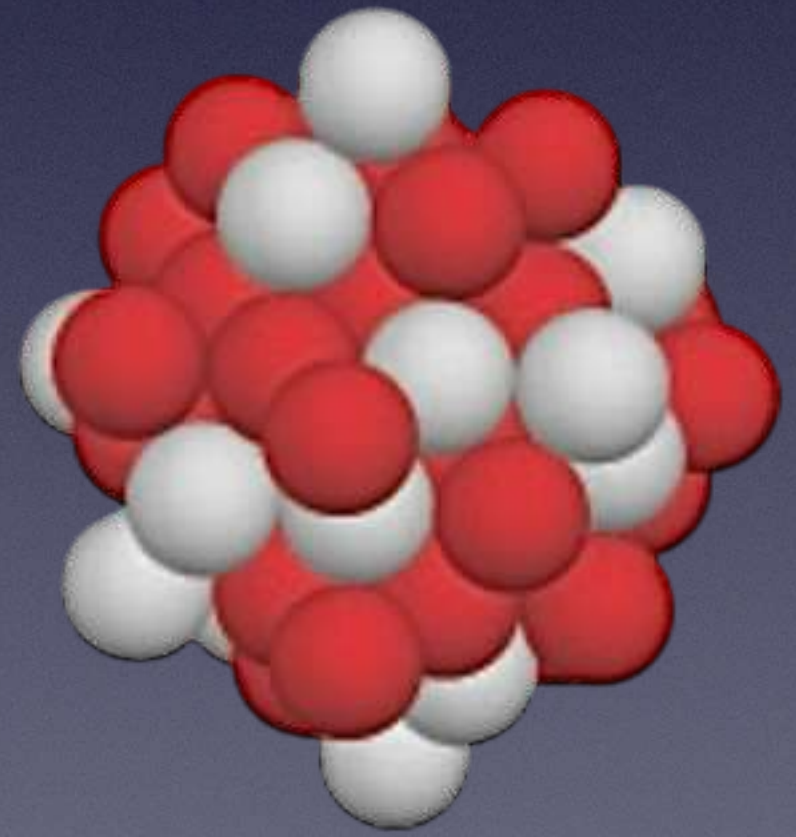
- Ein neutrales Atom hat eine gleiche Anzahl von Protonen und Elektronen. Die Protonen und Neutronen befinden sich alle im Kern in der Mitte des Atoms. Die Elektronen sind in einer Wolke verteilt, die den Kern umgibt.

- Jedes Atom besteht aus einer Wolke von Elektronen, die sich ständig um einen zentralen „Kern“ aus Protonen und Neutronen bewegen.



nicht maßstäblich

- Der Kern des Eisenatoms hat einen Radius von etwa $4 \times 10^{-15}\,\mathrm{m}$, also etwa 25000-mal kleiner als die umgebende Elektronenwolke. Wäre ein Eisenatom so groß wie ein Fußballfeld, hätte der Kern einen Radius von nur $4\,\mathrm{mm}$. Dennoch befindet sich fast die gesamte Masse eines Atoms im Kern, da die Masse eines Protons oder Neutrons etwa 2000-mal größer ist als die Masse eines Elektrons ist.



Kern eines Eisenatoms mit 26 Protonen, 30 Neutronen

Das Konzept eines elektrischen Feldes

Das **elektrische Feld** $\overrightarrow{E}$ ist ein physikalisches Feld, das durch die Coulombkraft auf elektrische Ladungen wirkt. Als Vektorfeld beschreibt es über die räumliche Verteilung der elektrischen Feldstärke die Stärke und Richtung dieser Kraft für jeden Raumpunkt.

Das Vektorfeld der **elektrischen Feldstärke** ordnet jedem Punkt im Raum den orts- und zeitabhängigen Vektor $\overrightarrow{E}\left(\vec{r},t\right)$ zu. Es gilt (kein magnetisches Feld):

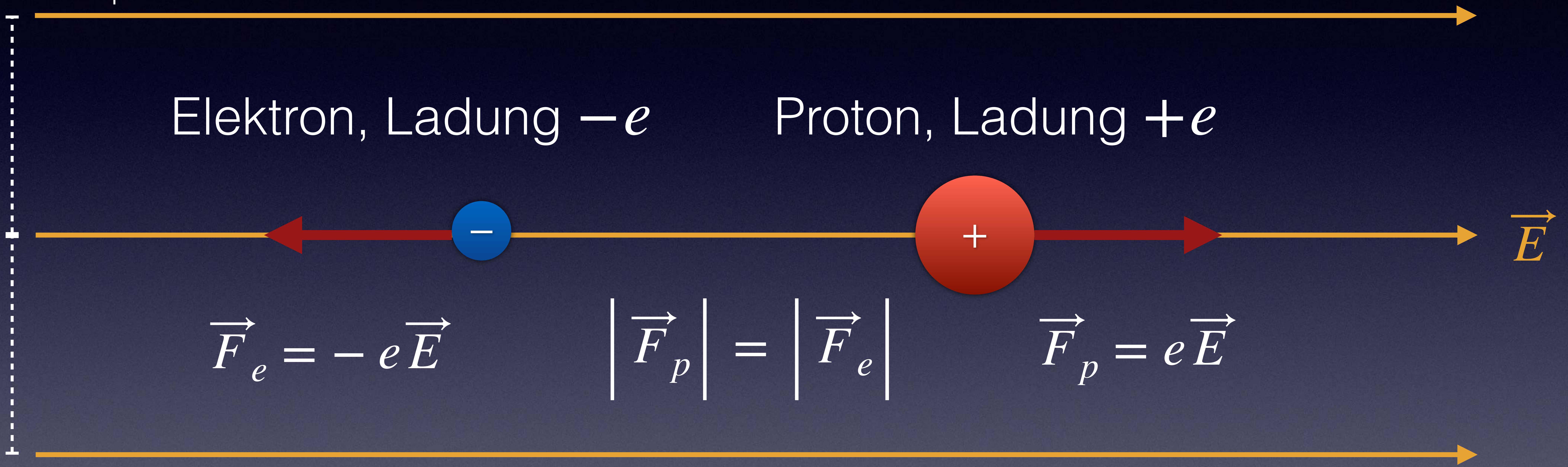
$$\overrightarrow{E}\left(\vec{r},t\right) = \frac{\overrightarrow{F}\left(\vec{r},t\right)}{q} \qquad \left[\frac{\text{Kraft auf Probeladung } q}{\text{Probeladung } q}\right]$$

Vernachlässigt werden dabei das Feld, das von der Probeladung q selbst ausgeht, und sonstige Kräfte (Gravitation, …).

Feldlinie

Eine **Feldlinie** ist in eine „gedachte“ Linie (i. A. gekrümmt), welche die von einem physikalischen Feld auf einen Probekörper ausgeübte Kraft veranschaulicht. Die an eine Feldlinie gelegte **Tangente** gibt die **Kraftrichtung** im jeweiligen Berührungspunkt an. Die **Dichte der Feldlinien** gibt die **Stärke des Feldes** an.

Die **Dichte** (Abstand) **der Feldlinien** gibt die **Stärke des Feldes** an. In diesem Fall ist die Dichte überall dieselbe. $\vec{E}$ ist also konstant (homogenes Feld).



$$\vec{F}_e = -e\vec{E} \qquad \left|\vec{F}_p\right| = \left|\vec{F}_e\right| \qquad \vec{F}_p = e\vec{E}$$

Eine positive Ladung erfährt eine Kraft in der Richtung des elektrischen Feldes $\vec{E}$ an ihrem Ort, während eine negative Ladung eine Kraft in der entgegengesetzten Richtung erfährt. In diesem Beispiel wird $\vec{E}$ als konstant angenommen.

Es ist wichtig zu wissen, dass eine Punktladung q nicht von ihrem eigenen elektrischen Feld beeinflusst wird. **Eine Punktladung übt keine Kraft auf sich selbst aus**! Im nächsten Abschnitt werden wir sehen, dass dies mathematisch gesehen vernünftig ist, denn am Ort einer Punktladung wäre ihr eigenes elektrisches Feld unendlich ($\propto 1/0^2$). Physikalisch gesehen macht das ebenfalls Sinn, denn schließlich kann sich die Ladung nicht selbst in Bewegung setzen, und es gibt auch keine Möglichkeit zu entscheiden, in welche Richtung sie sich bewegen soll.

Das Wort „Feld“ hat in der mathematischen Physik eine besondere Bedeutung. Ein Feld ist eine physikalische Größe, die an jedem Ort im Raum einen Wert hat. Sein Wert an jedem Ort kann ein Skalar oder ein Vektor sein.

Ein Beispiel: Die Temperatur in einem Raum ist ein skalares Feld. An jedem Ort im Raum hat die Temperatur einen Wert, den wir als $T(x, y, z)$, oder als $T(x, y, z, t)$, bei zeitlicher Veränderung schreiben können.

Der Luftstrom im Raum ist ein Vektorfeld: An jedem Ort des Raumes strömt die Luft in eine bestimmte Richtung mit einer bestimmten Geschwindigkeit. Das elektrische Feld ist ebenfalls ein Vektorfeld: An jedem Ort im Raum, der eine Ladung umgibt, hat das elektrische Feld einen Betrag und eine Richtung.

Das Feldkonzept wird auch bei der Gravitation verwendet. Anstatt zu sagen, dass die Erde eine Kraft auf ein fallendes Objekt ausübt, können wir sagen, dass die Masse der Erde ein „Gravitationsfeld" $\vec{g}(x, y, z)$ um die Erde herum erzeugt, und jedes Objekt in der Nähe der Erde wird durch das Gravitationsfeld an diesem Ort beeinflusst:

$$\overrightarrow{F}_g = m\vec{g} \quad \left[= -m \overrightarrow{\nabla} V_g \right].$$

Das Feldkonzept gilt ebenso für den Magnetismus. Wie wir in einem späteren Kapitel sehen werden, erzeugen elektrische Ströme, einschließlich elektrischer Ströme im Erdinneren, „Magnetfelder", die sich z.B. auf die Orientierung von Kompassnadeln auswirken.

Das elektrische Feld einer Punktladung

Für das elektrische Feld $\vec{E}_1$ einer Punktladung q_1 erhalten wir aus dem Coulombschen Gesetz und der Definition des elektrischen Feldes den Ausdruck

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{\left|\vec{r}\right|^2}\hat{r}\,.$$

$\vec{E}_1$ weist von der Punktladung weg, also in Richtung $\hat{r}$, falls $q_1 > 0$.

$\vec{E}_1$ weist zur Punktladung hin, also in Richtung $-\hat{r}$, falls $q_1 < 0$.

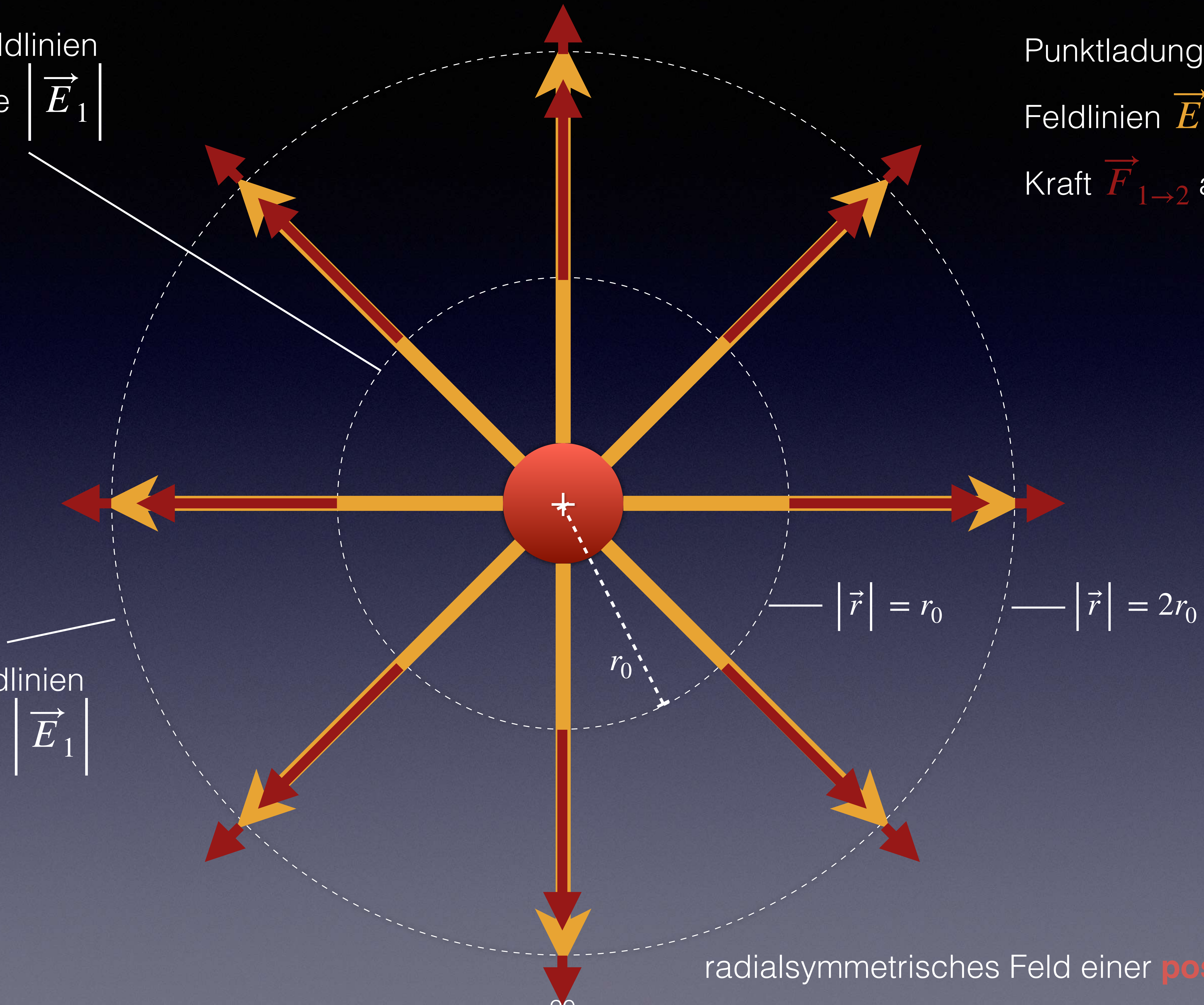
große Dichte der Feldlinien

$\longrightarrow$ große Feldstärke $\left|\vec{E}_1\right|$

Punktladung (Quelle) $q_1 = +e$

Feldlinien $\vec{E}_1$

Kraft $\vec{F}_{1\to 2}$ auf Probe $q_2 = +e$



kleine Dichte der Feldlinien

$\longrightarrow$ kleine Feldstärke $\left|\vec{E}_1\right|$

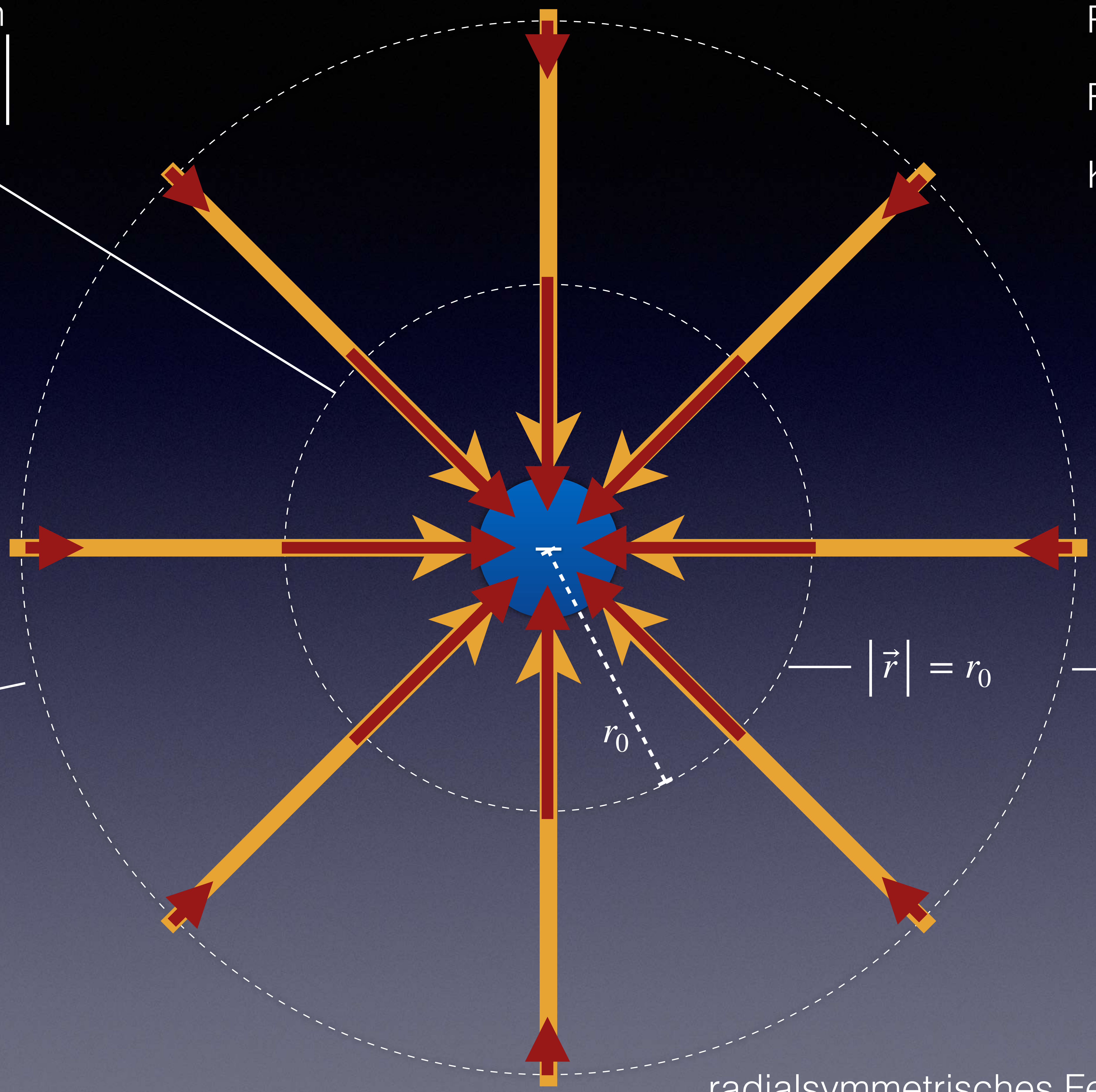
radialsymmetrisches Feld einer **positiven** Punktladung große Dichte der Feldlinien

$\longrightarrow$ große Feldstärke $\left|\vec{E}_1\right|$

Punktladung (Quelle) $q_1 = -e$

Feldlinien $\vec{E}_1$

Kraft $\vec{F}_{1\to 2}$ auf Probe $q_2 = +e$



$\left|\vec{r}\right| = r_0$

$\left|\vec{r}\right| = 2r_0$

kleine Dichte der Feldlinien

$\longrightarrow$ kleine Feldstärke $\left|\vec{E}_1\right|$

radialsymmetrisches Feld einer **negativen** Punktladung

Eigenschaften des elektrischen Feldes $\vec{E}_1\left(\vec{r}\right)$ einer Punktladung $q_1\left(\vec{r}=\vec{0}\right)$:

- Das Feld ist radialsymmetrisch (stelle dir vor, du schließt die Augen und eine Person würde die Punktladung „verdrehen“: nach dem Öffnen der Augen sähe das Feld für dich genau so aus wie vor dem Schließen der Augen);
- Die Stärke des Feldes $\left|\vec{E}_1\right|$ ist proportional zu $\dfrac{q_1}{4\pi\left|\vec{r}\right|^2}$;
- Mit dem Divergenz-Theorem erhalten wir

$$\int_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}_1\right)\mathrm{d}V = \oint_S \vec{E}_1\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0}\,.$$

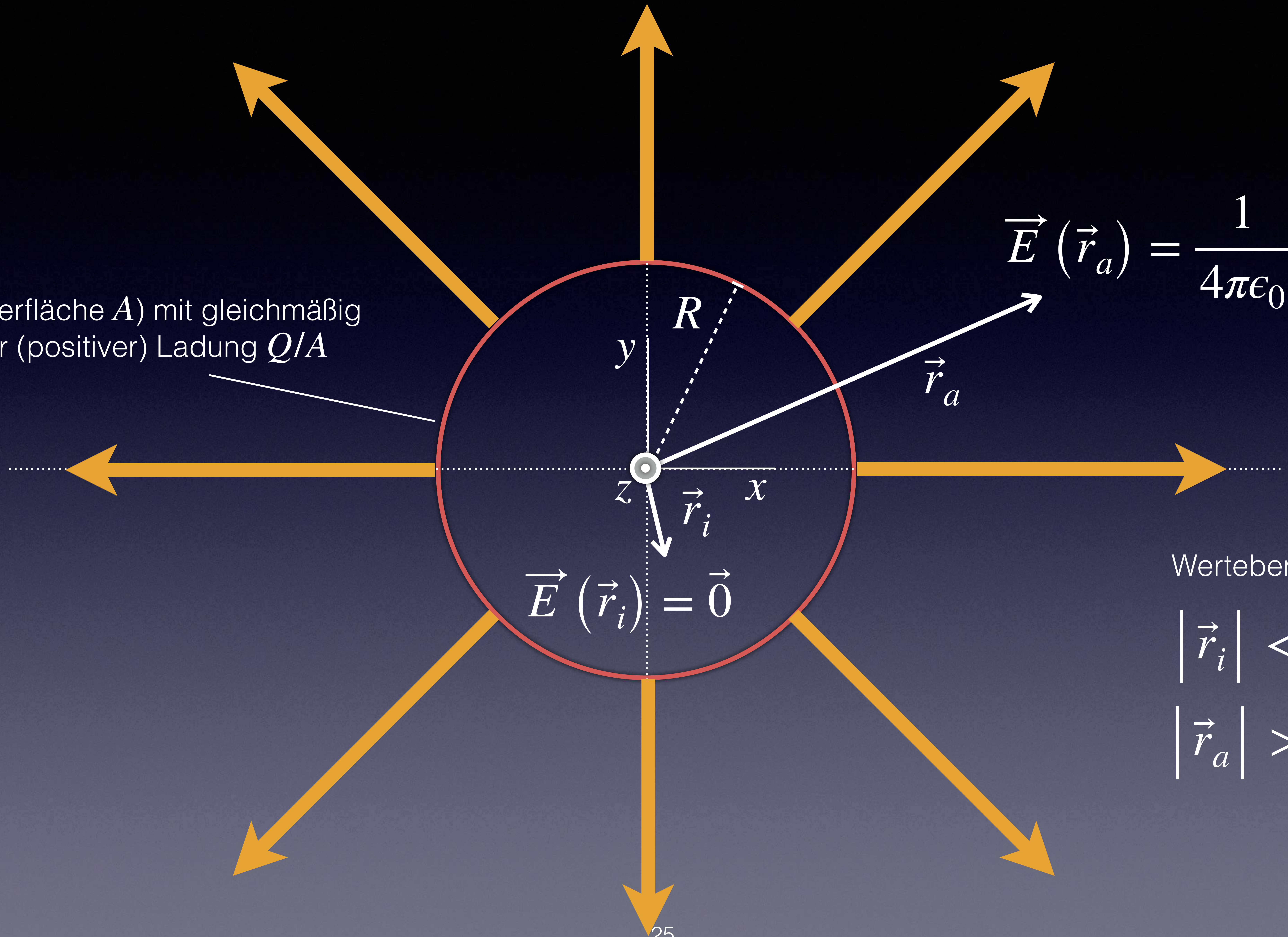
Kontrollpunkt 1

1. Ein Teilchen mit einer Ladung $q_1 = 1 \times 10^{-9}\,\mathrm{C}$ ($1\,\mathrm{nC}$) befindet sich im Ursprung $\langle 0{,}0{,}0 \rangle\ \mathrm{m}$. (1) Wie groß ist das elektrische Feld $\vec{E}_1\left(\vec{r}\right)$ dieses Teilchens an dem Ort $\vec{r} = \langle 0.1{,}0{,}0 \rangle\ \mathrm{m}$?

In einem späteren Kapitel werden wir das Überlagerungs- oder Superpositions-Prinzip kennenlernen, um das elektrische Feld makroskopischer Objekte zu berechnen, deren Ladungen über ihre Oberflächen verteilt sind. Eines der Ergebnisse einer solchen Berechnung ist sehr nützlich, so dass wir es jetzt präsentieren, ohne es im Detail herzuleiten.

Wir betrachten eine Kugel mit gleichmäßig verteilter Ladung auf ihrer Oberfläche. Für Orte außerhalb der geladenen Kugel ist das elektrische Feld dasselbe, als ob sich ihre gesamte Ladung in ihrem Zentrum befindet. Innerhalb der Kugel summiert sich das elektrische Feld auf Null! (siehe nächste Folie)

Kugel (Oberfläche A) mit gleichmäßig verteilter (positiver) Ladung Q/A



$$\vec{E}\left(\vec{r}_a\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\left|\vec{r}_a\right|^2} \hat{r}_a$$

Wertebereich

$$\left|\vec{r}_i\right| < R$$

$$\left|\vec{r}_a\right| > R$$

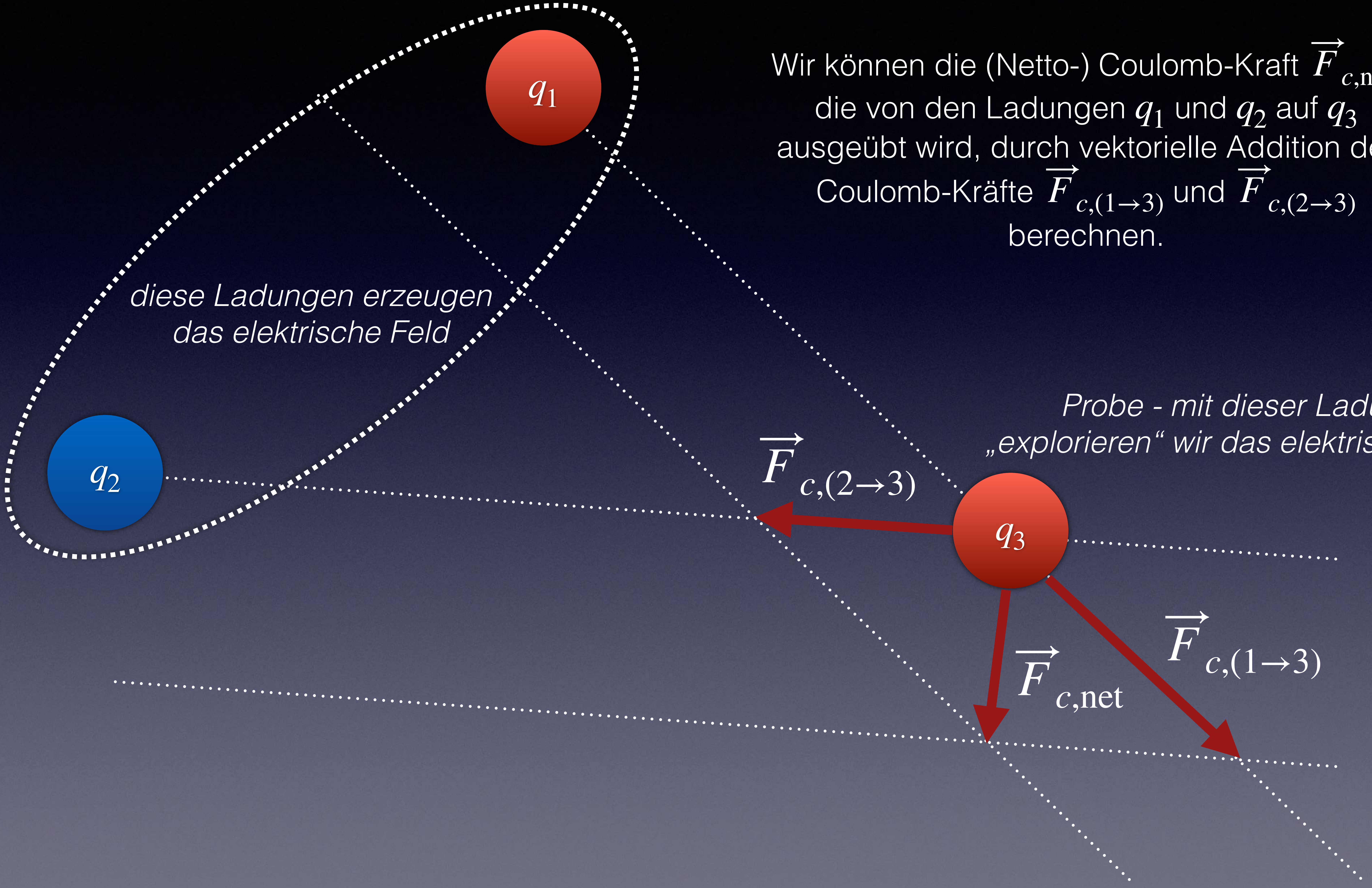
Überlagerung (Superposition) elektrischer Felder

Das (resultierende) elektrische (Netto-) Feld $\overrightarrow{E}_{\text{net}}$ an einem Ort im Raum ist die vektorielle Summe der einzelnen elektrischen Felder $\overrightarrow{E}_i$, die von allen geladenen Teilchen, welche sich im Umfeld befinden, hervorgerufen werden.

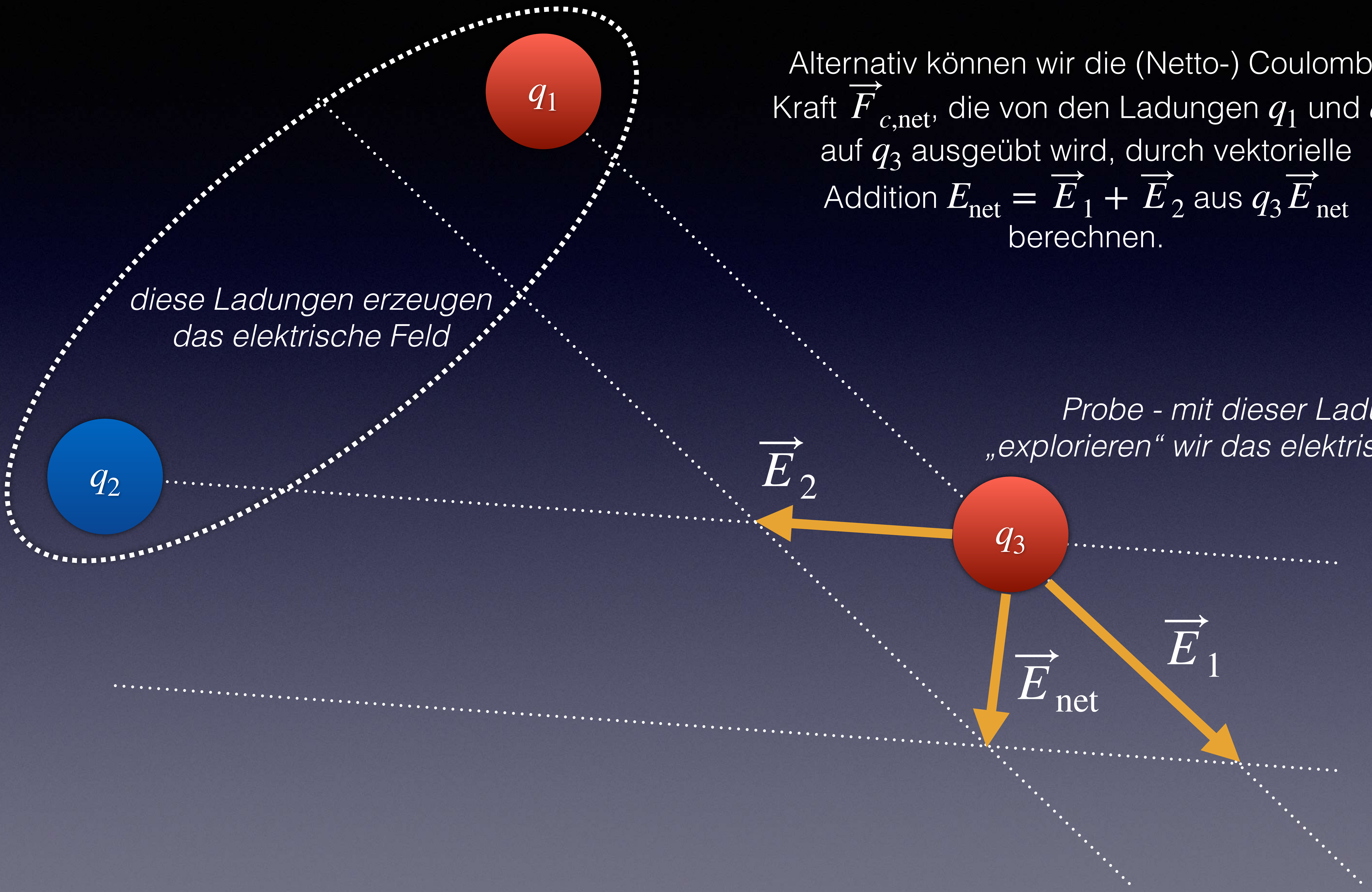
Das elektrische Feld, das von einem geladenen Teilchen hervorgerufen wird, bleibt durch das Vorhandensein anderer geladener Teilchen unbeeinflusst.

Überlagerungs- (Superpositions-) Prinzip (für elektrische Felder)

Wir können die (Netto-) Coulomb-Kraft $\vec{F}_{c,\text{net}}$, die von den Ladungen q_1 und q_2 auf q_3 ausgeübt wird, durch vektorielle Addition der Coulomb-Kräfte $\vec{F}_{c,(1\rightarrow3)}$ und $\vec{F}_{c,(2\rightarrow3)}$ berechnen.



Alternativ können wir die (Netto-) Coulomb-Kraft $\vec{F}_{c,\text{net}}$, die von den Ladungen q_1 und q_2 auf q_3 ausgeübt wird, durch vektorielle Addition $E_{\text{net}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ aus $q_3 \vec{E}_{\text{net}}$ berechnen.



Wir hätten also die Kraft der beiden Ladungen q_1 und q_2 auf q_3 berechnen können, indem wir das Coulombsche Gesetz direkt verwendet hätten, ohne das abstraktere Konzept des elektrischen Feldes zu verwenden.

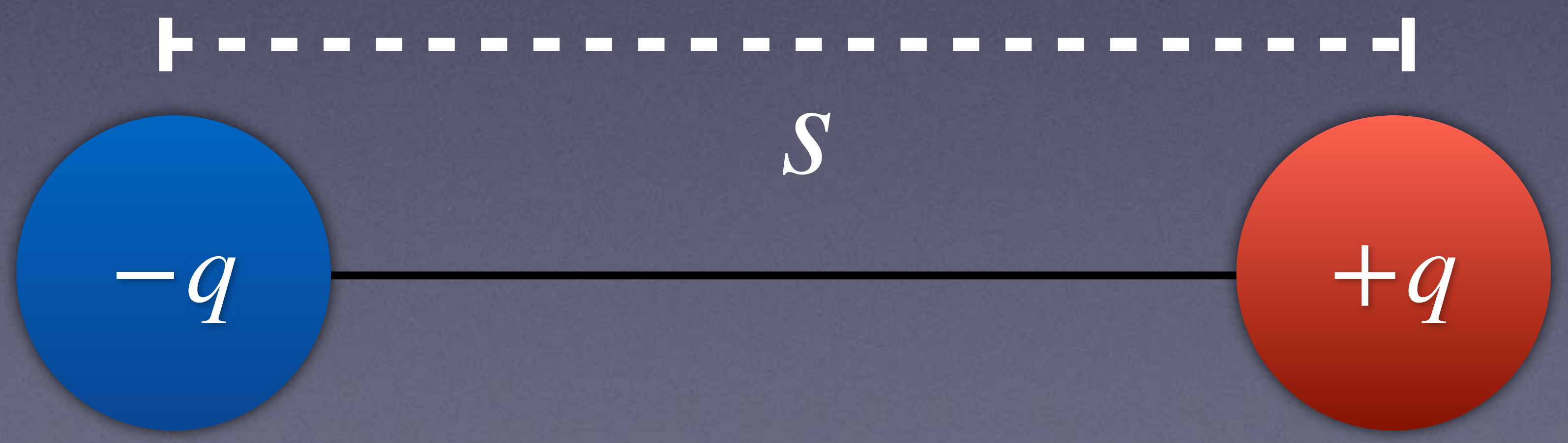
Welchen Vorteil bietet die Verwendung des Konzepts eines elektrischen Feldes? Einer der Vorteile besteht darin, dass, sobald du $\overrightarrow{E}_{\text{net}}$ berechnet hast, du mit $Q\overrightarrow{E}_{\text{net}}$ die resultierende Kraft für <u>jede</u> beliebige Ladung Q berechnen kannst. Die Idee „Kraft pro Ladung“, die hinter dem Konzept des elektrischen Feld steckt, vereinfacht diese Art von Berechnungen erheblich.

Kontrollpunkt 2

1. Ein kleines Objekt mit Ladung $q_1 = 6\,\mathrm{nC}$ befindet sich im Ursprung. Ein zweites kleines Objekt mit Ladung $q_2 = -5\,\mathrm{nC}$ befindet sich bei $\langle 0.05, 0.08, 0 \rangle\ \mathrm{m}$. (1) Wie groß ist das elektrische Feld am Ort A $\langle -0.04, 0.08, 0 \rangle\ \mathrm{m}$ aufgrund von q_1 und q_2? (2) Wie groß ist die Kraft, die auf ein kleines Objekt mit einer Ladung von $q_3 = -3\,\mathrm{nC}$ einwirkt, falls es sich am Ort A befindet?

Das elektrische Feld eines Dipols

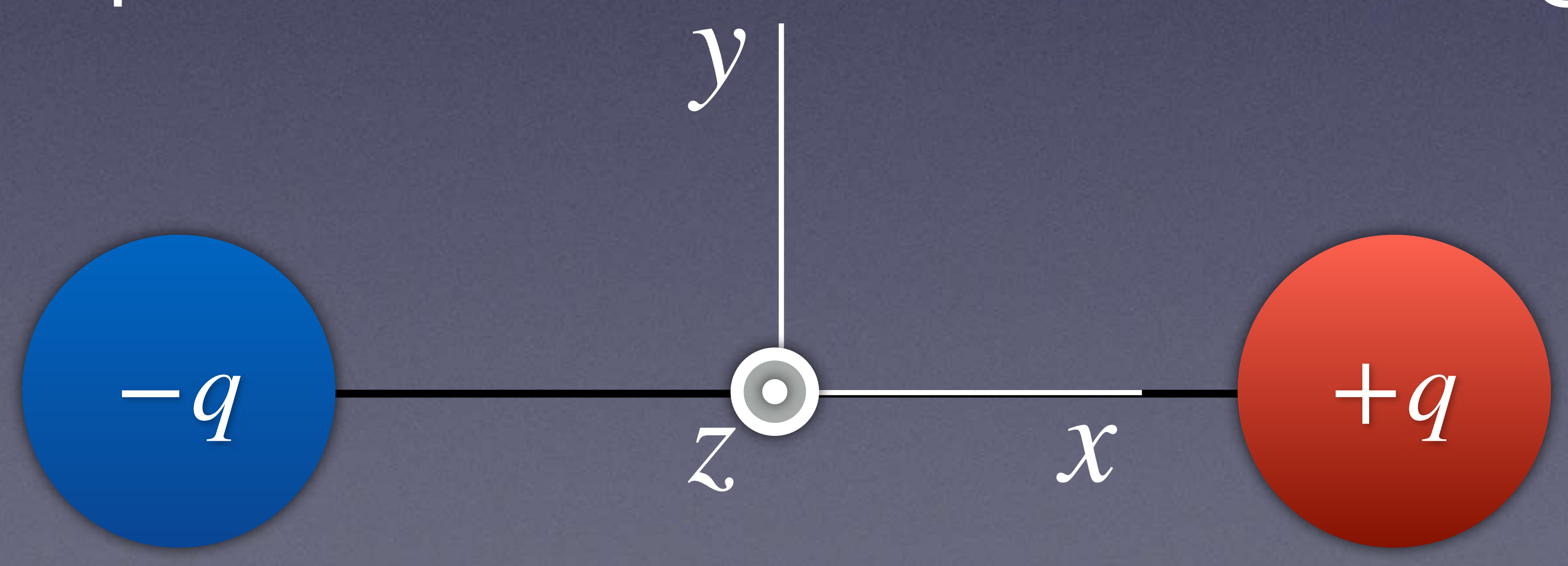
Neutrale Materie enthält sowohl positive als auch negative Ladungen (Protonen und Elektronen). Das einfachste Stück neutraler Materie, das wir im Detail analysieren können, ist ein „elektrischer Dipol“, der aus zwei gleich, aber entgegengesetzt geladenen punktförmigen Objekten besteht, die durch einen Abstand s getrennt sind. Dipole kommen in der Natur häufig vor. So ist beispielsweise ein einzelnes HCl-Molekül ein elektrischer Dipol: das H-Ende ist leicht positiv und das Cl-Ende leicht negativ. Die Analyse eines einzelnen Dipols bietet eine Grundlage für die Analyse komplizierterer Formen von Materie.



Prinzipmodell eines Dipols

Überlegungen zur Gestalt des Dipol-Feldes:

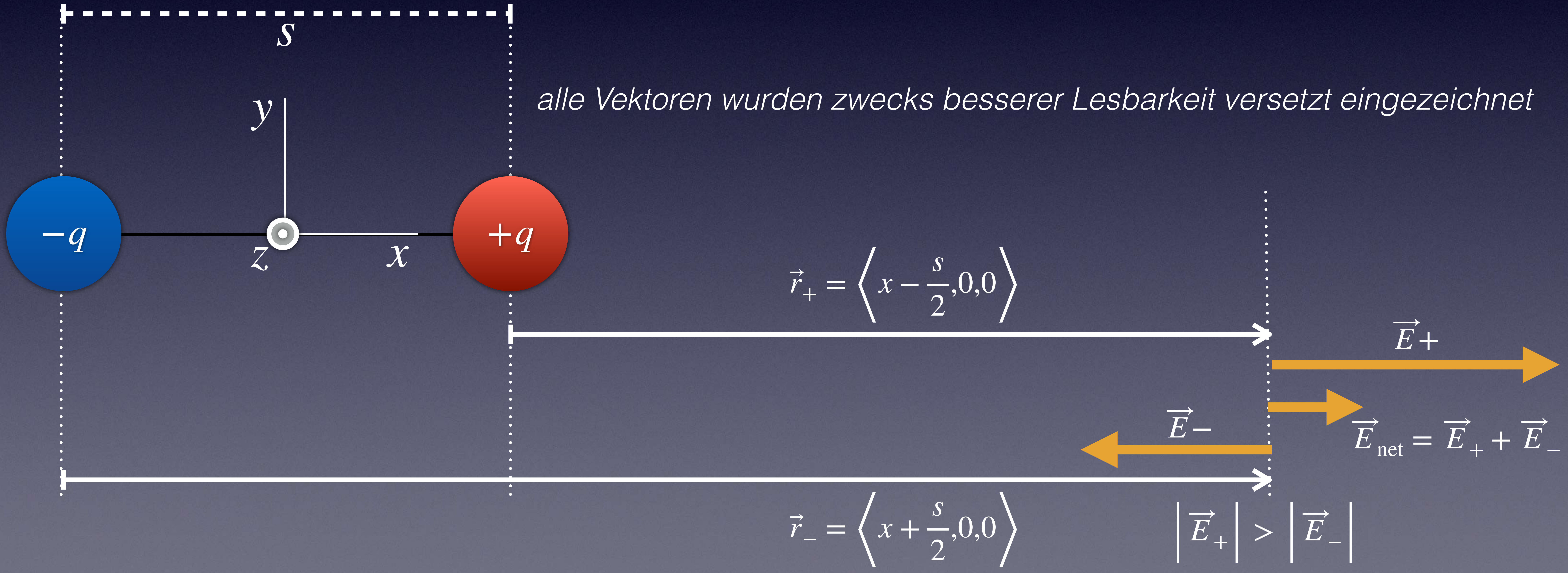
- In großem Abstand zum Ursprung muss das Feld auf Null abklingen;
- Feld muss rotationssymmetrisch zur x-Achse sein;
- Feldlinien stehen für $x = 0$ senkrecht auf der *yz*-Ebene;
- In unmittelbarer Nähe zu den Dipol-Enden ähnelt das Feld demjenigen einer entsprechenden Punktladung.



Kontrollpunkt 3

1. Denke über die auf der vorangehenden Folie stehenden Aussagen nach. (1) Versuche sie zu begründen.

Durch Anwendung des Superpositionsprinzips können wir das elektrische Feld, das von einem Dipol ausgeht, an jedem beliebigen Ort im Raum berechnen. Wir interessieren uns zunächst für das elektrische Feld entlang der Achse des Dipols.



$$\overrightarrow{E}_{+} = \frac{+q}{4\pi\epsilon_0}\left\langle \frac{1}{\left(x - \frac{s}{2}\right)^2}, 0, 0 \right\rangle, \ \overrightarrow{E}_{-} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\left\langle \frac{1}{\left(x + \frac{s}{2}\right)^2}, 0, 0 \right\rangle.$$

$$\overrightarrow{E}_{\parallel} \equiv \overrightarrow{E}_{\text{net}} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left\langle \frac{1}{\left(x - \frac{s}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{s}{2}\right)^2}, 0, 0 \right\rangle$$

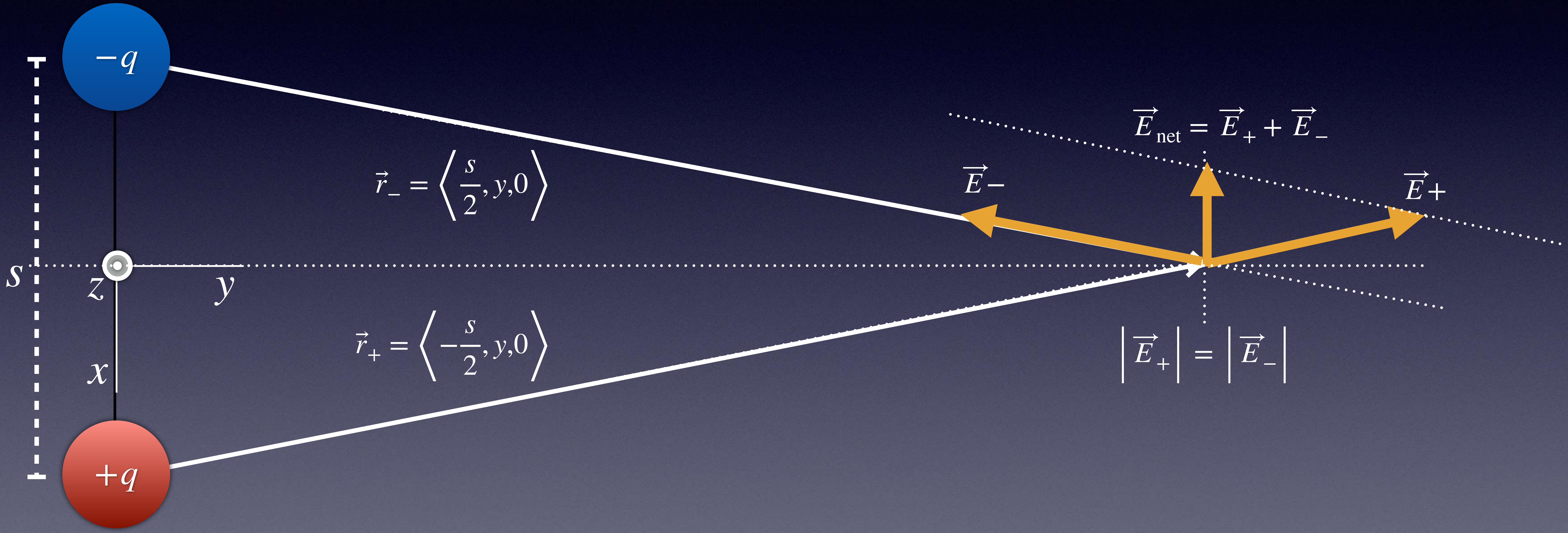
$$\overrightarrow{E}_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2qsx}{\left(x - \frac{s}{2}\right)^2\left(x + \frac{s}{2}\right)^2}\langle 1, 0, 0 \rangle$$

Für sehr großen Abstand $x \gg s$ zum Ursprung erhalten wir:

$$\vec{E}_{\parallel} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qs}{x^3} \langle 1,0,0 \rangle \ .$$

Im Gegensatz zur Feldstärke eine Punktladung, die mit $1/\left|\vec{r}\right|^2$ abnimmt, nimmt die Feldstärke eines Dipols mit $1/\left|\vec{r}\right|^3$ ($\vec{r}$ in Richtung der Achse des Dipols), also sehr viel rascher, ab. Maßgebend für die Feldstärke ist auch das Produkt aus Ladung q und Abstand s (Dipolmoment).

Als Nächstes interessieren wir uns für das elektrische Feld senkrecht zu Achse des Dipols.



$$\overrightarrow{E}_+ = \frac{+q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left(\left(\frac{s}{2}\right)^2 + y^2\right)^{3/2}}\left\langle\frac{-s}{2}, y, 0\right\rangle,$$

$$\overrightarrow{E}_- = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\left(\left(\frac{s}{2}\right)^2 + y^2\right)^{3/2}}\left\langle\frac{s}{2}, y, 0\right\rangle$$

$$\overrightarrow{E}_\perp \equiv \overrightarrow{E}_{\text{net}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qs}{\left(\left(\frac{s}{2}\right)^2 + y^2\right)^{3/2}}\langle -1, 0, 0\rangle$$

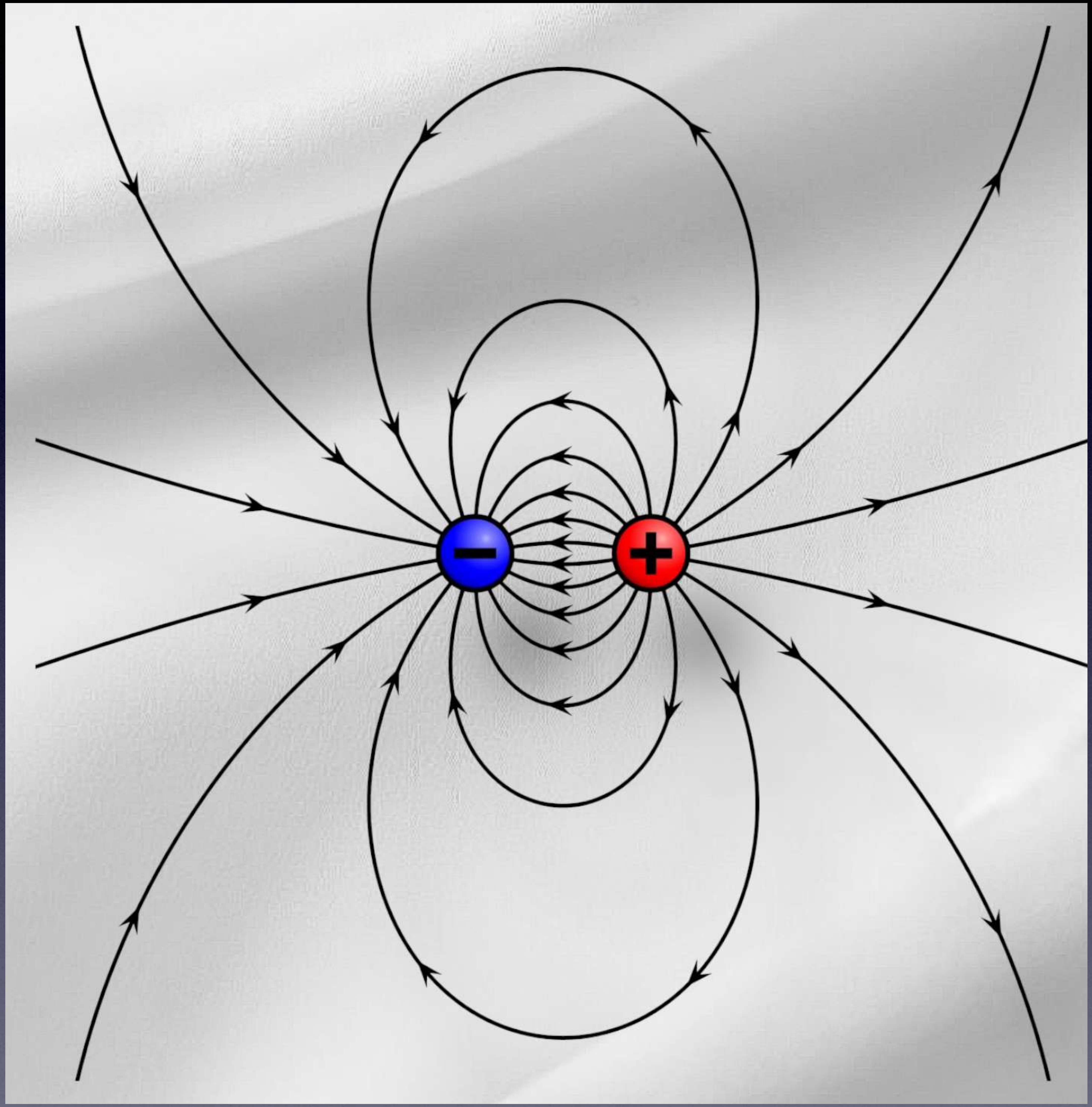
Für sehr großen Abstand $y \gg s$ zum Ursprung erhalten wir:

$$\overrightarrow{E}_{\perp} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qs}{y^3}\langle -1,0,0\rangle \;.$$

Im Gegensatz zur Feldstärke eine Punktladung, die mit $1/\left|\vec{r}\right|^2$ abnimmt, nimmt die Feldstärke eines Dipols mit $1/\left|\vec{r}\right|^3$ ($\vec{r}$ senkrecht zur Richtung der Achse des Dipols), also sehr viel rascher ab. Maßgebend für die Feldstärke ist auch das Produkt aus Ladung q und Abstand s (Dipolmoment). Man beachte, dass die Größe des elektrischen Feldes an einem Ort entlang der *y*-Achse die Hälfte des Wertes des elektrischen Feldes an einem Ort in gleicher Entfernung auf der x-Achse beträgt.

Durch Anwendung des Überlagerungsprinzips können wir das elektrische Feld eines Dipols an jedem beliebigen Ort berechnen, auch wenn wir nicht unbedingt einen einfachen algebraischen Ausdruck erhalten. Dabei würden wir feststellen, dass die Feldstärke im Fernfeld immer proportional zu $1/\left|\vec{r}\right|^3$ abnimmt.

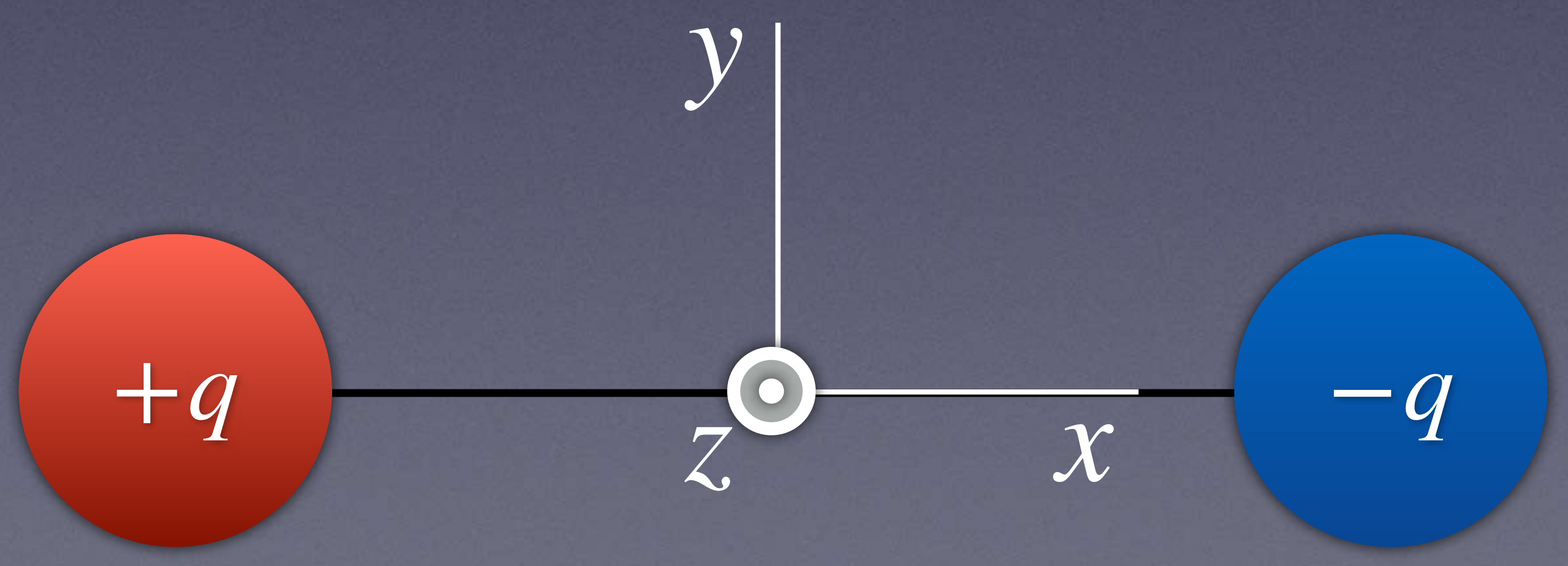
Animation zum Dipolfeld
by University of Colorado, Boulder



Elektrische Feldlinien zweier entgegengesetzter Ladungen. Quelle: https://en.wikipedia.org/wiki/Dipole.

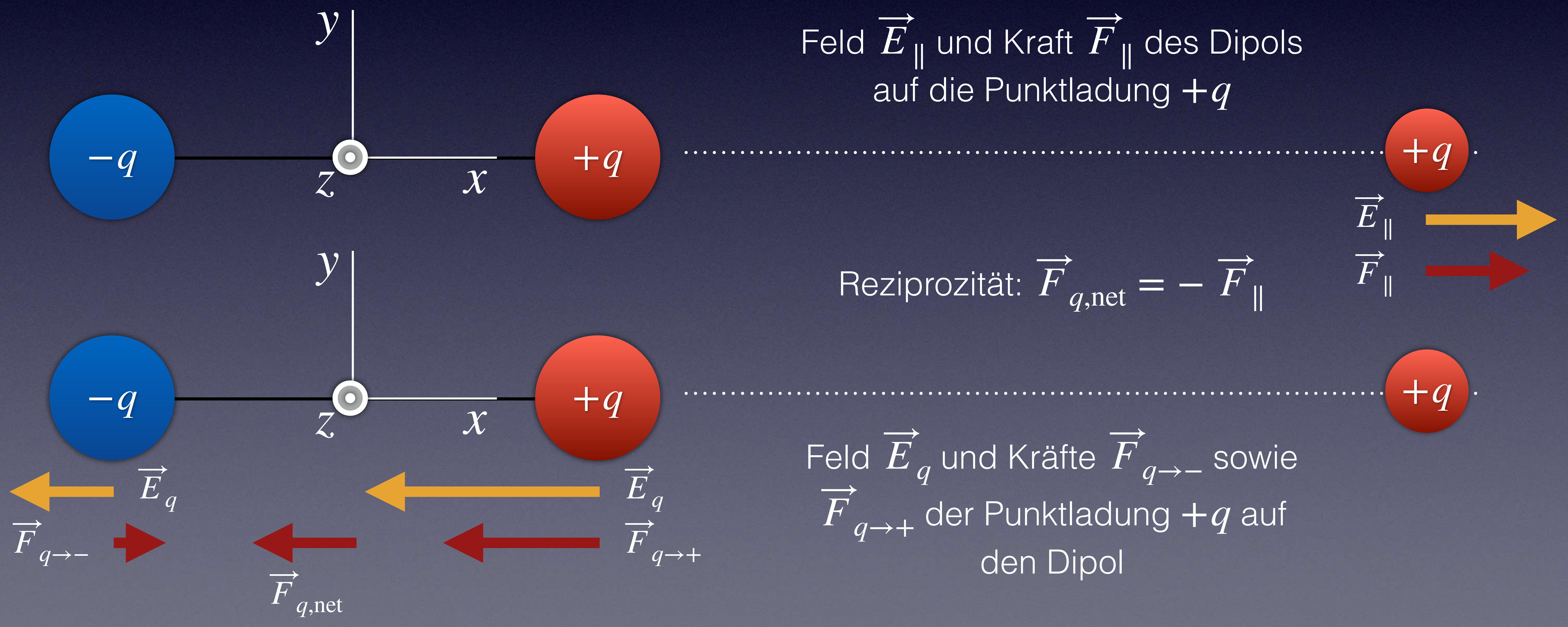
Kontrollpunkt 4

1. Ein Dipol befindet sich im Ursprung und besteht aus geladenen Teilchen mit den Ladungen $+e$ und $-e$, die durch einen Abstand $s = 2 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$ entlang der x-Achse getrennt sind. (1) Berechne die Größe des elektrischen Feldes, das von diesem Dipol am Ort $\langle 0{,}2 \times 10^{-8}{,}0 \rangle\ \mathrm{m}$ hervorgerufen wird. (2) Berechne die Größe des elektrischen Feldes, das von diesem Dipol am Ort $\langle 2 \times 10^{-8}{,}0{,}0 \rangle\ \mathrm{m}$ verursacht wird.

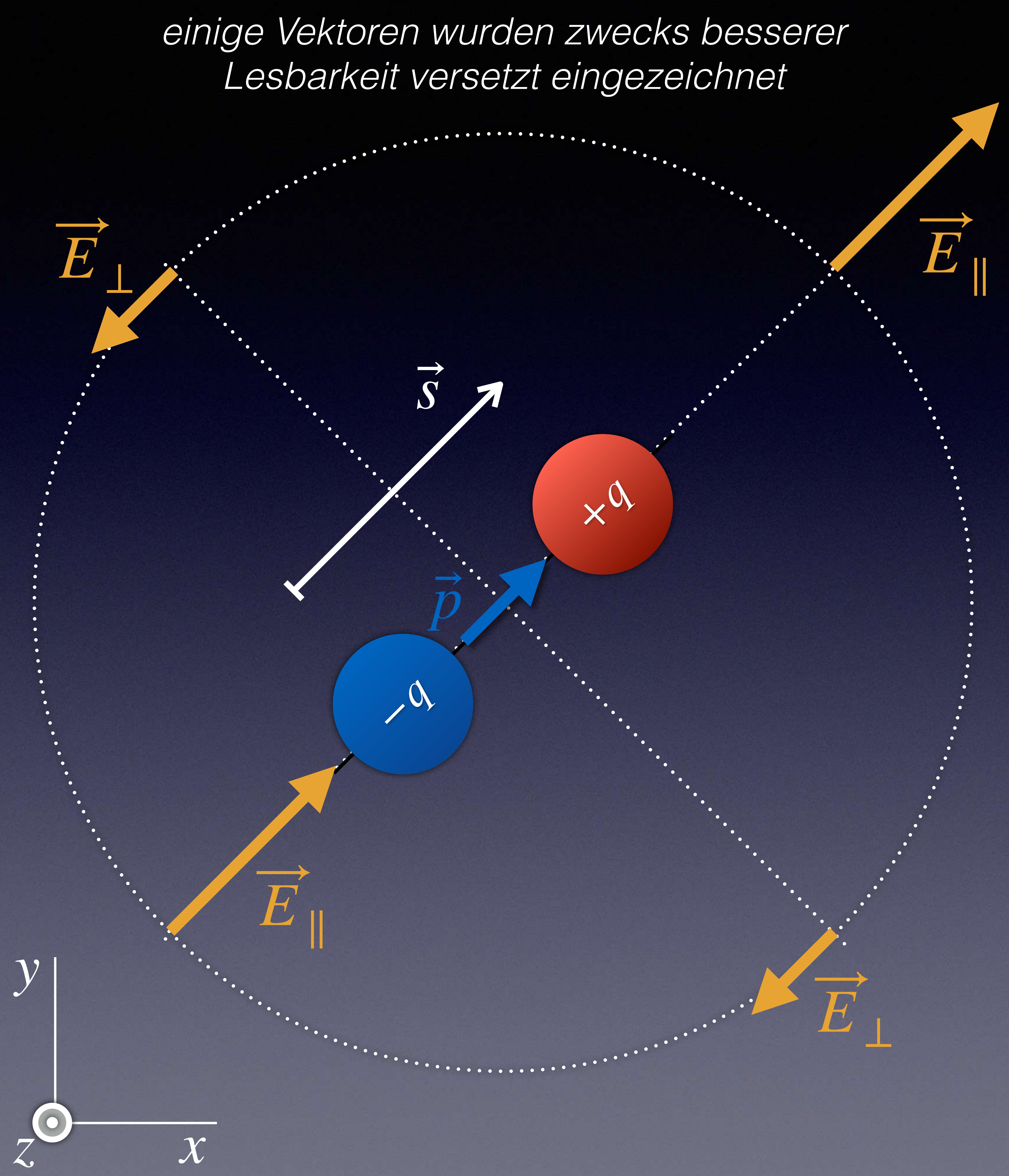


Nach dem Prinzip der Reziprozität der elektrischen Kräfte muss die Kraft, die von einer Punktladung q auf den Dipol ausgeübt wird, gleich groß und entgegengesetzt zur Kraft sein, die der Dipol auf die Punktladung ausübt.

alle Vektoren wurden zwecks besserer Lesbarkeit versetzt eingezeichnet



Das **Dipolmoment** kann als ein Vektor $\vec{p}$ definiert werden, der von der negativen Ladung q_- zur positiven Ladung q_+ zeigt und den Betrag $q\left|\vec{s}\right|$ hat. Man beachte, dass das elektrische Feld $\overrightarrow{E}_{\parallel}$ entlang der Achse des Dipols (außerhalb des Dipols) in dieselbe Richtung wie das Dipolmoment zeigt Dies ist einer der Vorteile bei Verwendung des Vektors $\vec{p}$.



Welche Kraft würde auf einen Dipol in einem homogenen elektrischen Feld $\vec{E}$ (konstante Richtung, konstante Stärke) wirken?

Die (Netto-) Kraft auf den Dipol ist Null:

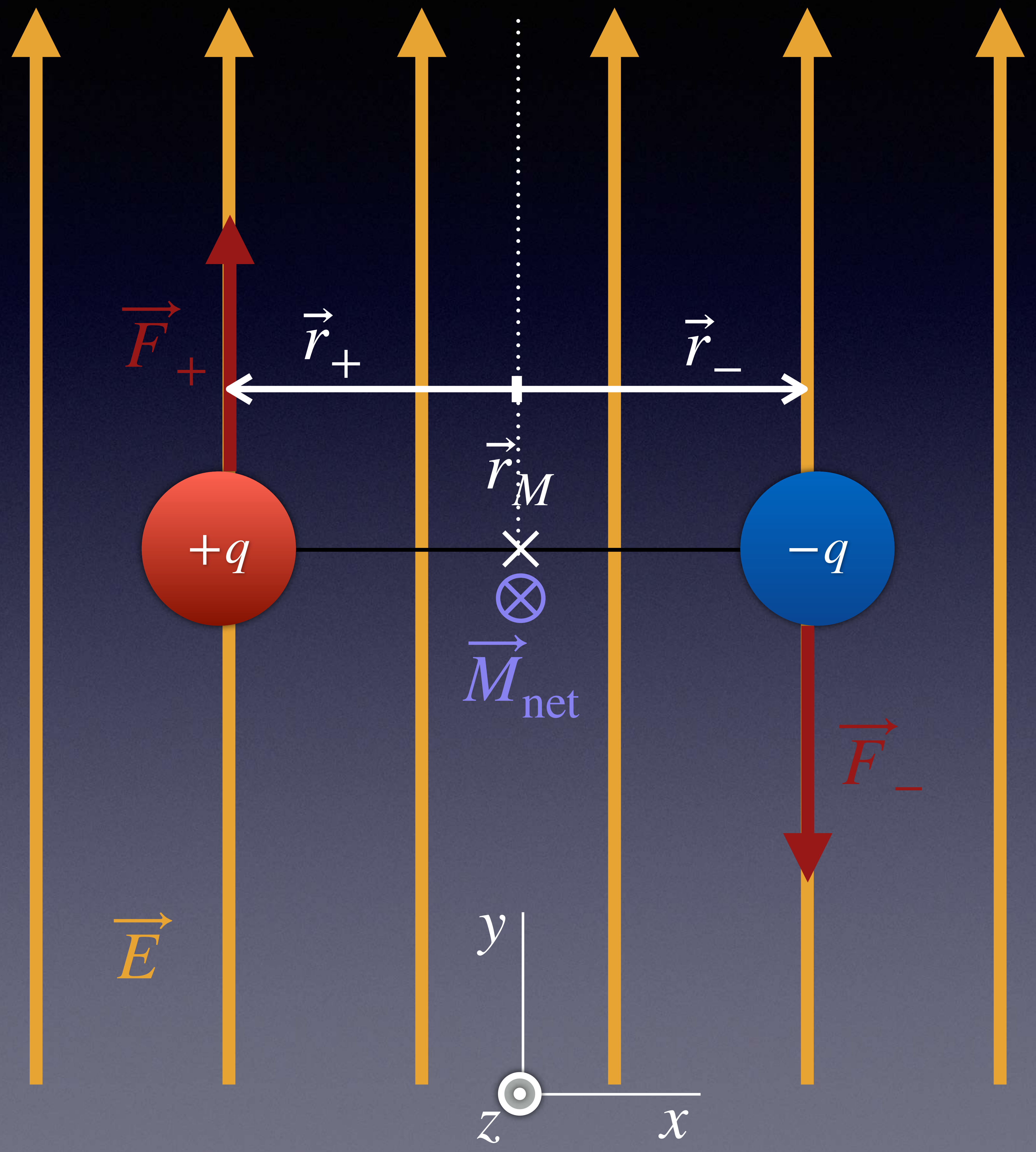
$$\vec{F}_{\mathrm{net}} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = \vec{0}\,.$$

Es würde jedoch ein Drehmoment

$$\vec{M}_{\mathrm{net}} = \vec{r}_+ \times \vec{F}_+ + \vec{r}_- \times \vec{F}_-$$

auf den Dipol um seinen Massenschwerpunkt $\vec{r}_M$ wirken, und der Dipol würde sich zu drehen beginnen, insofern er nicht parallel zu den Feldlinien ausgerichtet ist.

einige Vektoren wurden zwecks besserer Lesbarkeit versetzt eingezeichnet



Wahl des Systems

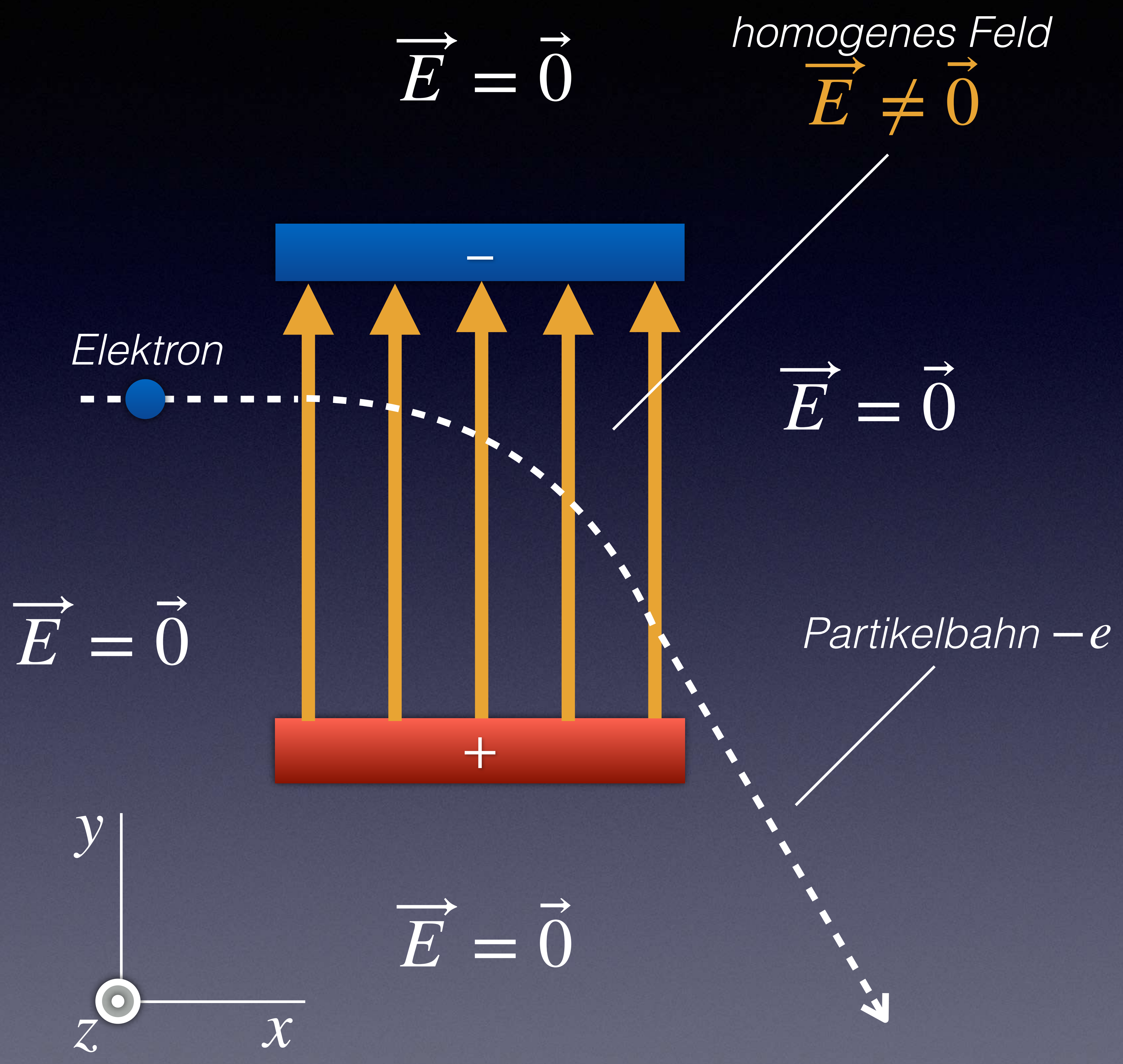
In unserem früheren Studium der Mechanik mussten wir bei der Analyse von Mehrteilchensystemen in Bezug auf Impuls, Energie oder Drehimpuls entscheiden, welche Objekte wir in unser „System“ einbeziehen und welche Objekte wir als außerhalb des Systems liegend betrachten. In ähnlicher Weise teilen wir das Universum in zwei Teile auf, wenn wir das Feldkonzept verwenden, um eine Kraft zu berechnen, anstatt das Coulombsche Gesetz direkt anzuwenden:

1. die Ladungen, welche die Quellen des Feldes sind, und

2. die Ladung, die von diesem Feld beeinflusst wird.

Dies ist besonders dann nützlich, wenn die Quellen des Feldes zahlreich und fest positioniert sind.

In einem Oszilloskop zum Beispiel sind Ladungen auf Metallplatten die Quellen eines elektrischen Feldes, das die Flugbahn einzelner Elektronen beeinflusst. Das elektrische Feld hat überall innerhalb des Geräts nahezu die gleiche Größe und Richtung. Die Flugbahn eines Elektrons außerhalb dieses Feldbereichs, wo das Feld nahezu Null ist, ist eine Gerade. Beim Eintritt in das homogene Feld erfährt das Elektron eine nach unten gerichtete Kraft und seine Flugbahn wie gezeigt.



Kontrollpunkt 5

1. Das auf der vorangehenden Folie dargestellte homogene, nach oben gerichtete elektrische Feld hat eine Stärke von $\left|\vec{E}\right| = 5000\,\mathrm{N/C}$. (1) Wie groß ist die Kraft, die auf das Elektron wirkt, während es sich im Bereich des Feldes befindet? (2) Wenn ein anderes Teilchen beim Durchgang durch diese Region eine Kraft von $\left|\vec{F}\right| = 1.6 \times 10^{-15}\,\mathrm{N}$ erfährt, wie groß ist dann die Ladung q des Teilchens?

Ist das elektrische Feld real?

Wenn wir darüber nachdenken, was wir bisher getan haben, können wir zwei Gründe nennen, weshalb wir das Konzept des elektrischen Feldes eingeführt haben:

1. Sobald wir das elektrische Feld $\overrightarrow{E}$ an einem bestimmten Ort kennen, kennen wir auch die elektrische Kraft $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}$, die auf eine beliebige Ladung q wirkt, die wir dort platzieren.

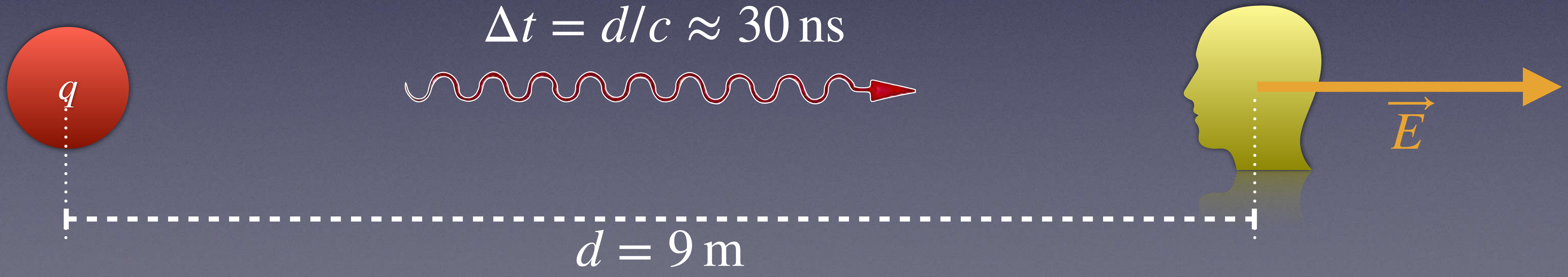
2. Mit Hilfe des elektrischen Feldes können wir die elektrischen Eigenschaften der Materie beschreiben, unabhängig davon, wie das elektrische Feld erzeugt wird.

Später werden wir noch sehen, dass, wenn das elektrische Feld in der Luft einen Wert von ca. $3 \times 10^6\,\mathrm{N/C}$ übersteigt, Luft ein elektrischer Leiter wird, unabhängig davon, wie dieses elektrische Feld erzeugt wird. Dies ist ein Beispiel für den Wert des Konzepts des elektrischen Feldes zur Parametrisierung des Verhaltens von Materie. Anderenfalls wäre sehr umständlich, die Eigenschaften von Materie zu beschreiben.

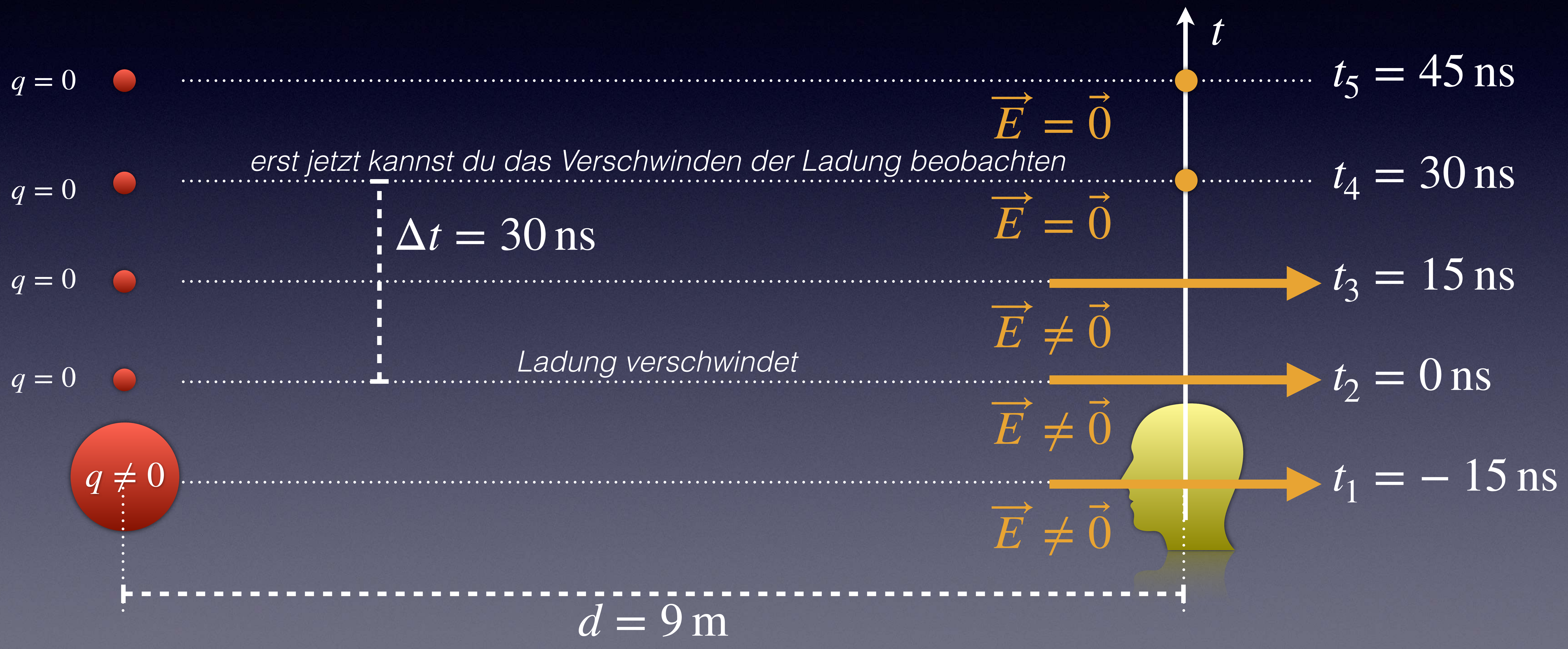
Trotzdem scheint es zunächst keine Rolle zu spielen, ob wir das elektrische Feld nur als rechnerische Bequemlichkeit oder als etwas Reales betrachten. Einsteins spezielle Relativitätstheorie schließt jedoch eine sofortige Wirkung von Ladungen auf die Umgebung aus, und impliziert, dass das Feldkonzept notwendig und nicht nur praktisch ist.

Die spezielle Relativitätstheorie sagt voraus, dass sich nichts schneller als mit Lichtgeschwindigkeit bewegen kann, nicht einmal Information, und niemand hat jemals einen Verstoß gegen diese Vorhersage beobachtet. Die Lichtgeschwindigkeit $c \approx 3 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$ beträgt etwa $30\,\mathrm{cm/ns}$.

Betrachte eine Ladung q, die etwa $d = 9\,\mathrm{m}$ entfernt ist. Licht benötigt dann ca. $30\,\mathrm{ns}$, um von dem Ort der Ladung zu dir zu gelangen.

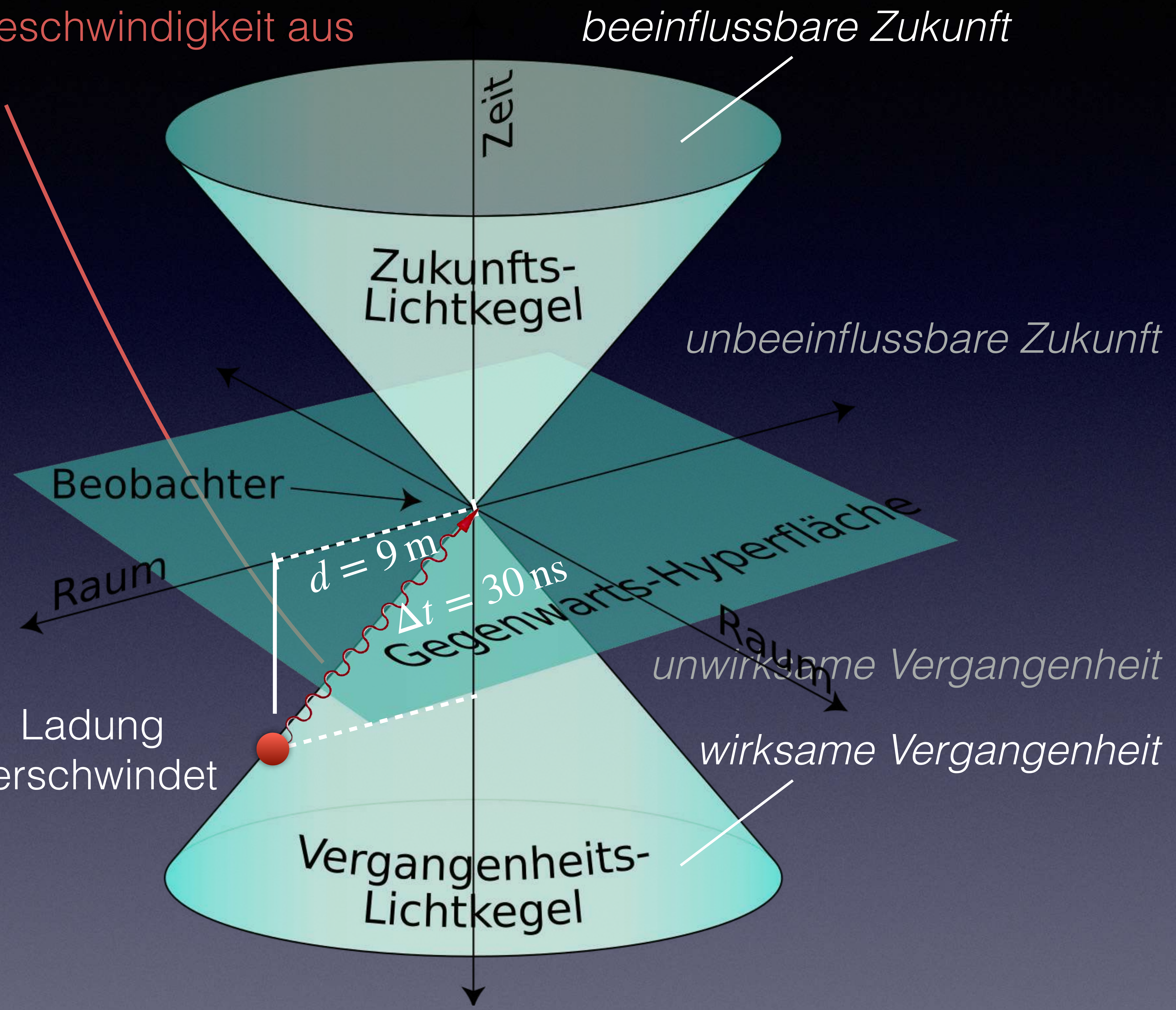


Nimm an, die Ladung verschwindet plötzlich ($q = 0$). Du kannst die die Änderung des elektrischen Feldes erst nach $30\,\mathrm{ns}$ beobachten!



In der relativistischen Physik bezeichnet der **Lichtkegel** eines Ereignisses der Raumzeit die Menge aller Ereignisse, die sich höchstens mit Lichtgeschwindigkeit auf den Beobachter auswirken oder von dem Beobachter höchstens mit Lichtgeschwindigkeit beeinflusst werden können.

Das Verschwinden der Ladung an einem entfernten Ort wird durch den Beobachter erst verzögert wahrgenommen, da sich die Information über das Ereignis „nur“ mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten kann.



Lichtkegel mit zwei Raumdimensionen. Beobachter im Schnittpunkt von Vergangenheits- und Zukunfts-Lichtkegel. Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/Lichtkegel

Ein Beispiel für das Verschwinden eines elektrischen Feldes sind ein Elektron und ein Positron, die durch einen geringen Abstand voneinander getrennt sind, und ein Dipol-Feld im gesamten Raum erzeugen. Das Elektron und das Positron können sich gegenseitig vernichten und eine große Menge an Energie in Form von hochenergetischen Photonen (Gammastrahlen) freisetzen, die keine elektrische Ladung haben:

$$e^- + e^+ \to \gamma + \gamma \,.$$

Nach der Annihilation gibt es keine geladenen Teilchen mehr. Wenn du jedoch das elektrische Feld in einigem Abstand beobachtest, wirst du das Feld des (ehemaligen) Dipols noch eine Weile messen, obwohl dieser nicht mehr existiert! Und zwar genau so lange ($\Delta t = \left|\Delta\vec{r}\right|/c$),wie das Licht braucht, um vom Ort der Annihilation zu dir zu gelangen.

Das soeben geschilderte Verhalten, das als „Retardierung“ bezeichnet wird, bedeutet, dass das Coulombsche Gesetz nicht ganz korrekt ist, da die Gleichung

$$\overrightarrow{F}_{c\,(1\rightarrow 2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\left|\vec{r}\right|^2}\hat{r}$$

weder die Zeit t noch die Lichtgeschwindigkeit c enthält. Dieses Gesetz ist eine Näherung, die recht genau ist, solange sich die Ladungen langsam bewegen. Gleiches gilt für die Gleichung des elektrischen Feldes einer Punktladung. Später werden wir uns mit den Feldern bewegter - auch beschleunigter - Ladungen befassen, die sowohl Magnetfelder als auch elektrische Felder umfassen.

Ist also das elektrische Feld real?

Offensichtlich ist das elektrische Feld nicht nur ein rechnerisches Hilfsmittel. Der Raum kann durch das Vorhandensein eines elektrischen Feldes verändert werden, selbst wenn die Ausgangsladungen, die das Feld erzeugt haben, nicht mehr vorhanden sind.

Numerische Modellierung elektrischer Felder

Einige Beispiele

Animationen zu Coulombsches Gesetz
by University of Colorado, Boulder

Animation 3D-Vektor
by Web VPython

Animation elektrisches Dipol-Feld
by Web VPython

Animation elektrisches Feld einer Punktladung
by Web VPython

Antworten
(zu den „Kontrollpunkten“)

K1.1: $\overrightarrow{E}(0.1,0,0) \approx \langle 899,0,0 \rangle$ N/C.

K2.1: (1) $1/\left(4\pi\epsilon_0\right) \approx 9 \times 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$, $\left|\vec{r}_1\right| \approx 0.0894\,\mathrm{m}$,
$\hat{r}_1 \approx \langle -0.447,0.894,0 \rangle$, $\overrightarrow{E}_1 \approx \langle -3016,6032,0 \rangle$ N/C;
$\left|\vec{r}_2\right| = 0.09\,\mathrm{m}$, $\hat{r}_2 \approx \langle -1,0,0 \rangle$, $\overrightarrow{E}_2 \approx \langle 5550,0,0 \rangle$ N/C;
$\overrightarrow{E}_3 = \overrightarrow{E}_1 + \overrightarrow{E}_2 \approx \langle 2534,6032,0 \rangle$ N/C. (2) $\overrightarrow{F}_3 = q_3 \overrightarrow{E}_3$,
$\overrightarrow{F}_3 = -\,3 \times 10^{-9}\,\mathrm{C} \cdot \langle 2534,6032,0 \rangle\ \mathrm{N/C} \approx -\,\langle 7.6,18.1,0 \rangle \times 10^{-6}\,\mathrm{N}$

K3.1: (1) In sehr großer Entfernung kann s gegenüber dem Abstand vernachlässigt werden. Deshalb sind beide Felder ($\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$) näherungsweise entgegengesetzt gleich ($\vec{E}_1 \approx -\vec{E}_2$). (2) Auf einem Kreis, der senkrecht zur *x*-Achse steht, ist $\left|\vec{E}_1 + \vec{E}_2\right| = \mathbf{const}$. Blicken wir aus Richtung der *x*-Achse auf das Feld, so können wir keine Unterschiede finden, falls der Dipol um die *x*-Achse rotiert wird. Also muss das Feld symmetrisch zur *x*-Achse sein. (3) Die *y*- und *z*-Komponenten der $\hat{r}_1$ und $\hat{r}_2$ sind identisch. Auf Grund der unterschiedlichen Ladungen addieren sich diese beiden Komponenten im resultierenden Feld zu null. (4) Sobald der Abstand zu einer Ladung sehr viel kleiner als s wird, dominiert deren (Punktladungs-) Feld das Gesamtfeld.

K4.1: (1) $\overrightarrow{E}_{\parallel} \approx \langle 3.6,0,0 \rangle \times 10^4\,\mathrm{N}$. (2) $\overrightarrow{E}_{\parallel} \approx \langle -7.2,0,0 \rangle \times 10^4\,\mathrm{N}$.

K5.1: (1) $\overrightarrow{F} \approx \langle 0,-8,0 \rangle \times 10^{-16}\,\mathrm{N}$. (2) $\left| q \right| \approx 3.2 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

Nachwort

Die Folien versuchen eine Einführung in die Physik aus der Perspektive des 20. Jahrhunderts zu geben. Physiker erstellen Modelle der natürlichen Welt, die auf einer kleinen Anzahl grundlegender physikalischer Prinzipien und auf einem Verständnis der mikroskopischen Struktur der Materie beruhen, und sie wenden diese Modelle an, um ein sehr breites Spektrum physikalischer Phänomene zu erklären und vorherzusagen.

Abfolge und Inhalt dieser Folien lehnen sich ganz eng an das Buch *Matter and Interactions* von Ruth W. Chabay und Bruce E. Sherwood an (4. Auflage, November 2017, 1040 Seiten, eText, Wiley & Sons Ltd, ISBN: 978-1-119-02908-3). Abbildungen, soweit nicht anders erwähnt, entstammen ebenfalls diesem Buch.

Ende

Folien zusammengestellt von Günther Lang

Es folgt: Teil 2 - Elektrische Felder und Materie